

DOI:10.16356/j.1005-2615.2019.04.014

复合材料剩余刚度概率模型研究

陈基伟¹ 姚卫星² 宗俊达³ 陈普会²

(1.南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点试验室,南京,210016;2.南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科试验室,南京,210016;3.上海机电工程研究所,上海,200233)

摘要:纤维增强树脂基复合材料(Fiber reinforced polymer,FRP)的疲劳剩余刚度分布数据是FRP结构疲劳可靠性评估的基础数据之一。本文首先提出了一种剩余刚度概率模型。该模型的中值曲线为指数函数和线性函数的组合,且在给定归一化寿命下的剩余刚度服从正态分布。然后完成了两种铺层的玻璃纤维和碳纤维试件静载及疲劳试验,得到两种材料不同载荷下的剩余刚度变化曲线。通过研究发现,本文提出的模型可以较好地描述试验结果。

关键词:FRP材料;剩余刚度;可靠性评估;概率模型

中图分类号:TB332 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2019)04-0534-06

Probability Model of Residual Stiffness of Composite Materials

CHEN Jiwei¹, YAO Weixing², ZONG Junda³, CHEN Puhui²

(1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 2. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 3. Shanghai Electromechanical Engineering Institute, Shanghai, 200233, China)

Abstract: The fatigue residual stiffness distribution of fiber-reinforced polymer composites (FRP) is one of the basic data for fatigue reliability assessment of FRP structures. In this paper, a residual stiffness probability model is proposed. The median curve of the model is a combination of an exponential function and a linear function, and the residual stiffness under a given normalized life obeys a normal distribution. The static and fatigue tests of the two laminates of glass fiber and carbon fiber composite specimens are completed, and the residual stiffness curves of different materials under different loads are obtained. Research result shows that the model proposed in this paper can better describe the test results.

Key words: FRP composites; residual stiffness; reliability assessment; probability model

纤维增强树脂基复合材料(Fiber reinforced polymer,FRP)在航空航天、车辆、兵器等领域得到了越来越多的应用。FRP结构的疲劳问题是亟待解决的问题之一。目前采用FRP结构的刚度变化量作为疲劳损伤的度量是复合材料疲劳性能评估的主要方法^[1-2],因此剩余刚度分布是FRP结构疲劳可靠性评估的基础数据之一。

目前对FRP结构的剩余刚度分布已有一些研究。Yang等^[3-4]认为剩余刚度下降率是循环数的幂函数,将初始刚度和参数看成是统计变量,从而建立了具有统计意义的刚度退化模型。Plumtree等^[5]将FRP材料的损伤分为基体裂纹快速扩展和脱胶及分层两部分,分别使用双参数Weibull分布和Paris公式来描述。Jain等^[6]对短纤维增强

基金项目:国防重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目。

收稿日期:2018-04-12;**修订日期:**2018-09-17

通信作者:姚卫星,男,教授,博士生导师,E-mail:wxyao@nuaa.edu.cn。

引用格式:陈基伟,姚卫星,宗俊达,等.复合材料剩余刚度概率模型研究[J].南京航空航天大学学报,2019,51(4):534-539. CHEN Jiwei, YAO Weixing, ZONG Junda, et al. Probability Model of Residual Stiffness of Composite Materials [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2019, 51(4): 534-539.

复合材料的刚度下降数据进行了统计分析,发现纤维取向不同对剩余刚度分布没有显著影响。王殿富等^[7]总结了常幅疲劳载荷作用下的刚度退化规律,建立了关于加载寿命比的指数形式的刚度退化统计分布模型。冯培锋等^[8-9]通过试验对FRP材料的刚度退化特性进行了统计研究,得到了良好的效果。

本文分析了造成FRP材料疲劳性能分散性的原因,并提出一种FRP材料疲劳剩余刚度半经验概率模型。使用玻璃纤维和碳纤维两种材料4种铺层层合板进行刚度退化试验,并对特定归一化寿命下的剩余刚度分布进行了预测。最后进行检验,发现剩余刚度试验结果符合预测分布。

1 FRP材料力学性能不确定性分析

由于FRP材料损伤机理复杂,制造过程中内部缺陷广泛存在且种类繁多,对外界环境及加载条件敏感,导致了FRP材料疲劳性能分散性较大。FRP层合板的主要缺陷是气泡、纤维弯曲、纤维分布不均等^[10]。

气泡在FRP材料单层中的大小和位置都是随机分布,对材料性能造成显著影响。试验研究表明,气泡的含量每增加1%,会使得FRP材料的层间性能和弯曲性能下降5%以上。李波等^[11]对一定孔隙率下气泡直径对FRP材料横向拉伸强度的影响进行了数值分析,发现当气泡直径从0.5 μm变化到3.5 μm时,横向强度下降从4.7%增加到16.1%。

由于树脂凝固的不均匀,导致在纤维的纵向和法向都产生了残余应力,纤维方向偏差呈空间随机分布。Yurgartis^[12]通过试验研究发现,绝大部分纤维铺设角的误差都在3°以内。Jumahat等^[13]对压缩载荷下单向铺层FRP材料的失效行为进行了广泛的试验研究,发现当纤维偏角为2°,3°,5°时,压缩强度相较于1°情况下分别下降了30%,45%及65%。

观察FRP材料单层板横截面显微照片可以发现,纤维束是随机而不是均匀分布的,存在纤维集中区和树脂集中区。导致树脂对各个纤维的支持效果不同,单向板横截面上不同区域承载能力也不同,这对FRP材料力学性能,特别是弯曲性能有显著影响。

加载条件和外部环境对FRP材料的疲劳性能同样有显著影响,会影响FRP材料中基体裂纹起始的位置、扩展方向和速度等,直接导致了材料力学性能的分散性。

FRP材料模量分布可认为是由大量相互独立的随机因素造成的,这些因素在形成时相互独立,在疲劳加载过程中相互影响,共同控制着材料性能的退化。

2 剩余刚度概率模型

2.1 剩余刚度中值模型

用FRP材料的疲劳剩余刚度定义疲劳损伤量 D ,有

$$D = \frac{E_0 - E_r}{E_0 - E_{rc}} \quad (1)$$

式中: E_0 为初始刚度, E_r 为剩余刚度, E_{rc} 为临界剩余刚度。

本文采用了一种半经验FRP材料疲劳损伤演化模型^[14]

$$D = \frac{E_0 - E_r}{E_0 - E_{rc}} = q \left(1 - \left(1 - \frac{n}{N} \right)^a \right) + (1 - q) \frac{n}{N} \quad (2)$$

式中: a 和 q 分别为由试验数据拟合得到的常数, n 为当前循环数, N 为疲劳寿命。通过损伤参量 D 可以得到疲劳剩余刚度 E_r 为

$$E_r = E_0 - (E_0 - E_{rc}) \left(q \left(1 - \left(1 - \frac{n}{N} \right)^a \right) + (1 - q) \frac{n}{N} \right) \quad (3)$$

2.2 剩余刚度分布

通过对FRP材料性能分散性的分析表明FRP材料的初始刚度和临界刚度可用正态分布表示,即当 $N/N_f = 0$ 和 $N/N_f = 1$ 时刚度的概率密度函数为

$$f_E(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_E(0)} \exp \left(- \frac{(e(0) - \mu_E(0))^2}{2\sigma_E^2(0)} \right) \quad (4)$$

$$f_E(1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_E(1)} \exp \left(- \frac{(e(1) - \mu_E(1))^2}{2\sigma_E^2(1)} \right)$$

式中: $e(0)$ 和 $e(1)$ 分别为刚度 E_0 和 E_{rc} 的取值。 $\mu_E(0)$, $\sigma_E(0)$ 和 $\mu_E(1)$, $\sigma_E(1)$ 分别为初始刚度 E_0 和临界刚度 E_{rc} 分布的均值和方差。

对于某个试件,在疲劳载荷加载过程中,FRP试件的剩余刚度应按式(3)的规律变化。对于同一批试件,某个时刻 $N/N_f = x$ 时剩余刚度的分散性应处于初始模量 E_0 和临界模量 E_{rc} 分散性之间。因此假设,FRP材料剩余刚度的变异系数在初始刚度 E_0 分布的变异系数 $V_E(0)$ 和临界剩余刚度 E_{rc} 分布的变异系数 $V_E(1)$ 之间呈线性变化,即当 $N/N_f = x$ 时刚度的概率密度函数为

$$f_E(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E(x)} \exp\left(-\frac{(e(x) - \mu_E(x))^2}{2\sigma_E^2(x)}\right) \quad (5)$$

式中

$$\mu_E(x) = \mu_E(0) - (\mu_E(0) - \mu_E(1)) \left[q \left(1 - \left(1 - \left(\frac{n}{N} \right)^a \right) + (1 - q) \frac{n}{N} \right) \right]$$

$$V_E(x) = \frac{\sigma_E(x)}{\mu_E(x)} = V_E(0) - [V_E(0) - V_E(1)]x \quad (6)$$

式中： $\mu_E(x)$ 、 $\sigma_E(x)$ 分别为指定寿命比 x 下剩余刚度 E_r 分布的均值和方差。 $V_E(x)$ 为 E_r 分布的变异系数。

3 试验验证

3.1 材料与试件

本文采用玻璃纤维材料(GFRP) E-glass/YPX-3300和碳纤维材料(CFRP) T700/YPX-3001对上述模型进行验证。玻璃纤维层合板名义单层厚度为0.125 mm,碳纤维层合板名义单层厚度为0.143 mm。层合板铺层为 $[45/0/-45/0]_{2s}$ 和 $[45/0/-45/90/45/0/-45/0]_s$ 。试件几何尺寸如图1所示。

3.2 试验过程

试验在MTS370系列电液伺服试验机上完成。首先测量试件几何尺寸,然后进行静拉伸试

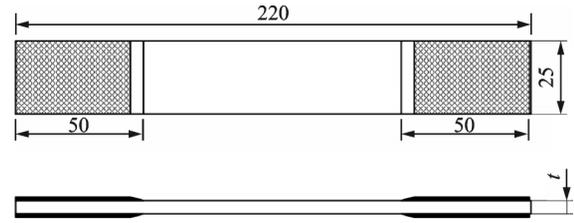


图1 试验件

Fig.1 Specimen schematic diagram

验,最后进行疲劳剩余刚度试验。采用试验机配套的MTS引伸计测得应变并得到切线模量。试验执行GT/T 3354—1999, GB/T 1446—2005和GB/T 16779—2008标准。静强度采用位移控制,加载速率为0.5 mm/min,每种铺层取6件试件进行试验。疲劳试验采用载荷控制,加载频率为8 Hz,波形为正弦波,应力比 $R=0$,每个载荷水平5件试件。

3.3 试验结果

试验测得的静强度如表1所示,测得的初始刚度和临界刚度及其分布分别如表2及表3所示。

表1 FRP层合板静拉伸强度

Tab.1 Static tensile strength for FRP laminates

试件种类	铺层	试件数量	强度均值/MPa
GFRP	$[45/0/-45/0]_{2s}$	6	710.58
	$[45/0/-45/90/45/0/-45/0]_s$	6	582.57
CFRP	$[45/0/-45/0]_{2s}$	6	1 401.30
	$[45/0/-45/90/45/0/-45/0]_s$	6	1 148.52

表2 FRP层合板初始刚度分布

Tab.2 Distribution of initial stiffness for FRP laminates

试件种类	铺层	载荷水平 (σ/σ_b)/%	刚度均值 μ_E /GPa	刚度方差 σ_E /GPa	变异系数 (σ_E/μ_E)/%
GFRP	$[45/0/-45/0]_{2s}$	44	29.08	1.30	4.46
		54	29.36	0.61	2.08
		60	29.34	0.93	3.17
		65	29.27	0.93	3.18
	$[45/0/-45/90/45/0/-45/0]_s$	45	25.61	0.79	3.08
		50	25.36	1.06	4.18
		58	26.71	0.63	2.36
		68	27.19	1.01	3.72
		70	66.67	1.84	2.77
		73	66.10	2.79	4.22
CFRP	$[45/0/-45/0]_{2s}$	77	65.65	1.37	2.09
		80	66.73	0.96	1.43
		60	59.29	1.58	2.66
		65	60.11	1.20	2.00
		70	59.41	1.45	2.44
$[45/0/-45/90/45/0/-45/0]_s$	75	61.00	0.52	0.85	

表 3 FRP 层合板疲劳临界刚度分布
Tab.3 Distribution of critical stiffness for FRP laminates

试件种类	铺层	载荷水平 (σ/σ_b)/%	刚度均值 μ_E /GPa	刚度方差 σ_E /GPa	变异系数 (σ_E/μ_E)/%
GFRP	[45/0/-45/0] _{2s}	44	24.10	0.29	1.18
		54	24.25	0.24	1.00
		60	24.37	0.47	1.92
		65	25.62	0.42	1.65
	[45/0/-45/90/45/0/-45/0] _s	45	19.79	0.08	0.38
		50	20.20	0.14	0.69
		58	20.98	0.21	0.99
		68	21.70	0.21	0.96
CFRP	[45/0/-45/0] _{2s}	70	52.79	0.64	1.21
		73	53.84	0.50	0.93
		77	56.12	0.73	1.30
		80	56.93	0.47	0.82
	[45/0/-45/90/45/0/-45/0] _s	60	46.24	0.89	1.92
		65	45.61	1.04	2.29
		70	48.28	1.22	2.52
		75	48.69	1.40	2.88

对所提出的刚度退化模型中参数进行拟合,得到各个载荷水平下一组刚度退化曲线的参数均值。发现参数 a, q 的均值随载荷的增加而非线性

下降,所以使用二次多项式描述不同载荷下参数的变化情况,可得参数 a, q 的拟合值,分别见表 4 及表 5。

表 4 GFRP 层合板刚度退化模型参数试验及拟合结果

Tab.4 Test and fitting results for parameters of stiffness degradation model for GFRP laminates

层合板	载荷水平 (σ/σ_b)/%	参数 a		参数 q	
		均值	拟合值	均值	拟合值
[45/0/-45/0] _{2s}	44	42.43	42.57	0.724	0.722
	54	20.21	19.48	0.686	0.697
	60	14.02	15.02	0.572	0.557
	65	17.11	16.70	0.363	0.369
[45/0/-45/90/45/0/-45/0] _s	45	58.26	56.55	0.804	0.792
	50	43.82	47.37	0.716	0.741
	58	36.93	34.47	0.701	0.684
	68	20.80	21.42	0.648	0.652

表 5 CFRP 层合板刚度退化模型参数试验及拟合结果

Tab.5 Test and fitting results for parameters of stiffness degradation model for CFRP laminates

层合板	载荷水平 (σ/σ_b)/%	参数 a		参数 q	
		均值	拟合值	均值	拟合值
[45/0/-45/0] _{2s}	70	26.89	26.89	0.668	0.668
	73	23.51	23.51	0.599	0.599
	77	19.51	19.51	0.566	0.566
	80	11.66	11.66	0.579	0.579
[45/0/-45/90/45/0/-45/0] _s	60	26.08	26.01	0.513	0.512
	65	20.79	20.98	0.477	0.480
	70	16.55	16.36	0.465	0.462
	75	12.11	12.17	0.458	0.459

结合疲劳试验得到的不同材料在各个载荷水平下的初始刚度及临界刚度分布结果,以及参数拟合出的参数预测值,就可以得到任意指定归一化寿命上的刚度分布。以 $[45/0/-45/0]_{2S}$ 铺层 GFRP 层合板在 44% 载荷水平下为例,试验结果与预测分布比较如图 2 所示。

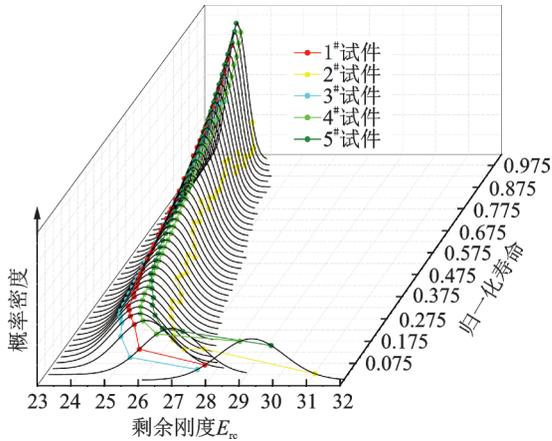


图2 刚度退化曲线预测及试验结果对比

Fig.2 Theoretical and experimental comparison of stiffness degradation curves

对剩余刚度的所有试验测得的数据点进行了显著性水平 $\alpha = 0.05$ 的 K-S 检验,结果表明 CFRP 和 GFRP 的剩余刚度在归一化寿命上均符合式(6)给出的剩余刚度分布模型。

在实际工程使用中,对一组相同材料进行不同载荷水平下的疲劳试验,得到初始刚度,临界剩余刚度,指定寿命比下剩余刚度的分布。使用上述描述的过程求得分别以二次多项式描述的参数 a, q 的变化情况。对于同种材料,在某个新的载荷水平,计算出对应的参数 a, q 值,测得初始刚度,临界刚度的分布特征,就可以使用本文提出的模型得到任意寿命比下剩余刚度的分布情况。

4 结 论

本文从损伤机理、内部缺陷、外部载荷及环境 3 个方面探讨了造成 FRP 材料分散性的原因。可以看出,大量随机而独立出现的因素(如孔隙,夹杂,纤维弯曲等),在 FRP 材料中普遍存在,它们在疲劳过程中相互作用,显著影响着材料力学性能的退化。

本文提出了一种概率化的剩余刚度模型,并使用试验数据拟合得到了模型参数。从试验结果看出,正态分布可以较好地描述 FRP 材料剩余刚度分布,且变异系数在初始模量和临界模量变异系数之间呈线性变化。

参考文献:

- [1] TSERPES K I, PAPANIKOS P, LABEAS G, et al. Fatigue damage accumulation and residual strength assessment of CFRP laminates [J]. Composite Structures, 2004, 63(2): 219-230.
- [2] ECHTERMEYER A T, ENGH B, BUENE L. Lifetime and Young's modulus changes of glass/phenolic and glass/polyester composites under fatigue [J]. Composites, 1995, 26(1): 10-16.
- [3] YANG J N, JONES D L, YANG S H, et al. A stiffness degradation model for graphite/epoxy laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1990, 24(7): 753-769.
- [4] YANG J N, LEE L J, SHEU D Y. Modulus reduction and fatigue damage of matrix dominated composite laminates[J]. Composite Structures, 1992, 21(2): 91-100.
- [5] PLUMTREE A, SHEN G. Prediction of fatigue damage development in unidirectional long fibre composites [J]. Polymers and Polymer Composites (UK), 1994, 2(2): 83-90.
- [6] JAIN A, PAEPEGEM W V, VERPOEST I, et al. A statistical treatment of the loss of stiffness during cyclic loading for short fiber reinforced injection molded composites[J]. Composites Part B Engineering, 2016, 103: 40-50.
- [7] 王殿富, 杜善义, 冯培锋, 等. 层板复合材料的疲劳剩余刚度衰退模型[J]. 固体力学学报, 2003, 24(1): 46-52.
WANG Dianfu, DU Shanyi, FENG Peifeng, et al. Fatigue residual stiffness degradation model for composite laminates [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2003, 24(1): 46-52.
- [8] 冯培锋, 王殿富, 杜善义, 等. 层板复合材料的疲劳剩余刚度统计分布模型[J]. 应用力学学报, 2003, 20(3): 52-55.
FENG Peifeng, WANG Dianfu, DU Shanyi, et al. A new fatigue residual stiffness statistical distribution model for composite laminates[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(3): 52-55.
- [9] 冯培锋, 李海涛, 杜善义, 等. 层板复合材料的疲劳剩余寿命预报模型[J]. 材料科学与工程学报, 2002, 20(1): 41-43.
FENG Peifeng, LI Haitao, DU Shanyi, et al. Model

- for prediction of fatigue residual life of composite laminates [J]. *Journal of Material Science and Engineering*, 2002, 20(1): 41-43.
- [10] 赵渠森. 先进复合材料手册[M]. 北京:机械工业出版社, 2003.
- [11] 李波, 万小鹏, 赵美英. 孔隙率对复合材料单向板横向力学性能的影响[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2017(6): 33-38.
- LI Bo, WAN Xiaopeng, ZHAO Meiyong. The influence of void contents on transverse mechanical properties of unidirectional composites [J]. *Fiber Reinforced Plastics/Composites*, 2017(6): 33-38.
- [12] YURGARTIS S W. Measurement of small angle fiber misalignments in continuous fiber composites [J]. *Composites Science & Technology*, 1987, 30(4): 279-293.
- [13] JUMAHAT A, SOUTIS C, JONES F R, et al. Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading [J]. *Composite Structures*, 2010, 92(2): 295-305.
- [14] 宗俊达, 姚卫星. FRP复合材料剩余刚度退化复合模型[J]. *复合材料学报*, 2016, 33(2): 280-286.
- ZONG Junda, YAO Weixing. Compound model of residual stiffness degradation for FRP composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2016, 33(2): 280-286.

(编辑:夏道家)