

样本量对空间碎片测距精度的影响

薛莉 孙斌 黄晨 王鲲鹏 吴文堂 王东亚

(北京跟踪与通信技术研究所, 北京, 100094)

摘要: 日益增多的空间碎片严重威胁着在轨航天器的运行安全, 对空间碎片的监督与防御逐渐引起了关注。高重复率激光测距技术为空间碎片测量提供了有效手段。激光脉冲的高重复率意味着大样本量。而在满足精度要求下, 对样本量需求的研究较少。本文基于高重复率取样, 研究了样本量对测距精度的影响, 并得到了满足精度要求的最小样本量。首先, 将空间碎片的轨道根数作为先验信息对测量数据进行预处理。通过多项式拟合和迭代获得有效样本点, 逐渐减少样本量, 绘制精度随样本量的变化曲线。从精度曲线变化阈值中可以获得最小样本量, 可以此选取激光测距系统激光发射重复频率。对一些空间碎片的测距实验结果表明, 有效样本量可以获得 30%—60% 的降低。

关键词: 样本量; 测距精度; 空间碎片; 激光测距

中图分类号: P228.5

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2018)S2-0024-05

Effect of Sample Quantity on Space Debris Ranging Precision

XUE Li, SUN Bin, HUANG Chen, WANG Kunpeng, WU Wentang, WANG Dongya

(Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing, 100094, China)

Abstract: The increasing number of space debris has drawn public attentions, as the safety of spacecraft is severely threatened. Luckily, high-repetition-rate laser ranging technology provides an effective way for space debris measurements. The high repetition rate of laser pulses brings along a large sample quantity, while there is little research about the demanded sample quantity for the needed ranging precision. In this study, the effect of sample quantity on ranging precision is researched based on the high-repetition sampling, and the minimum sample quantity is obtained. Firstly, the orbit elements of space debris is applied as the priori information for preprocessing. Then the effective samples are obtained by polynomial fitting and iteration. By gradually decreasing the sample quantity, a precision-sample quantity curve is drawn, where the minimum sample quantity can be estimated form the threshold in the curve. Based on the minimum sample quantity, the transmitted repetition rate of the laser ranging system can be adjusted. Experimental results for some space debris show that the effective sample quantity can be decreased by about 30%—60% based on the current system parameters.

Key words: sample quantity; ranging precision; space debris; laser ranging

2013 年 1 月 22 日“地球透镜”俄罗斯科研卫星被一小块质量仅 0.08 g 的空间碎片击中, 其自旋速度产生巨大改变, 轨道半径改变近 120 m。空间碎片对飞行器安全构成了巨大的威胁^[1-3], 目前

对其监督和防御已引起了世界范围的关注^[1,4]。包括美国、俄罗斯、欧盟、中国、日本在内的多国已经建立起了空间监督网 (Space surveillance networks, SSN), 中国也已建立了空间碎片项目

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划 (2011AAXX0110) 资助项目; 国家自然科学基金(U1431116) 资助项目。

收稿日期: 2018-03-23; **修订日期:** 2018-05-30

通信作者: 薛莉, 女, 研究实习员, E-mail: xuelishirley1129@163.com。

引用格式: 薛莉, 孙斌, 黄晨, 等. 样本量对空间碎片测距精度的影响[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(S2): 24-28.
XUE Li, SUN Bin, HUANG Chen, et al. Effect of sample size on space debris ranging precision[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(S2): 24-28.

(Space debris program, SDP),并且已经在天宫一号和嫦娥三号任务中确保了航天器的飞行安全。

激光测距技术因为其高亮度、单色性好以及方向性佳的特点已经成为一种重要的空间碎片监督和测量的方法^[2,4-6]。对于空间碎片这种非合作式目标,因为其漫反射特性,获取足够的测距样本并非易事。近年来,高重复率激光器的发展使得获取大样本成为可能。千赫兹激光器可以帮助提高对空间碎片的测距精度。一些著名的激光测距站点,包括 Graz (Austria)^[7], SLR2000 (USA)^[8], Herstmonceux (UK)^[9], Shanghai (China)^[10],现已具备获得大样本量的能力。

空间碎片测距需要世界范围内的合作。当碎片不在站点的观测视野范围内时,需其他站点的合作测距。但是由于高重复率激光测距成本的限制,并非所有站点都具备高重复率激光测距能力。普通站点的测距样本往往比较小。激光测距精度和样本量是评价激光测距系统性能的重要指

标^[7,9,11-15]。多站合作测距的可行性分析需要首先评价测距精度和不同样本量的关系,样本量受限于激光发射重频。对于高重复率激光测距系统,在获得的大样本里面有部分样本点对于提高精度是不需要的,也就是说,有许多冗余的样本点。尽管如此,高重复率激光测距样本点变化的研究结果可以用在普通测距系统中。基于这种考虑,本文研究了样本量对于测距精度的影响,并给出了选择激光重复率的最小样本量。

1 高重复率取样

1.1 高重复率激光测距系统

如图 1 所示为高重复率激光测距系统框图。激光脉冲由高重复率激光器产生,并通过望远镜系统发射。经空间碎片反射回的脉冲穿过大气被接收系统接收。经过此系统可以获得较大的样本量,其中大样本中存在大量的噪声^[9,11]。这些直接观测到的样本称之为预样本。

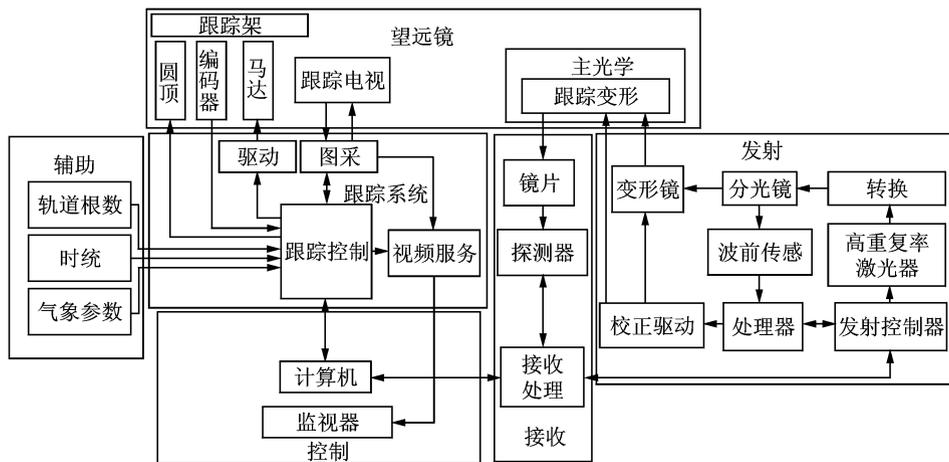


图 1 高重复率激光测距系统

Fig. 1 High-repetition laser ranging system

1.2 基于先验信息的数据预处理

预样本中大部分为由大气散射或仪器暗电流引起噪声样本,需要预处理去噪。对激光测距,跟踪到的空间碎片的先验信息可以用于预样本的数据预处理^[10-11]。通过图 1 系统探测到的空间碎片,其 6 根轨道根数如下

$$\hat{e} = \hat{e}(a, e, i, \Omega, \omega, M) \quad (1)$$

式中, a 为半长轴, e 为偏心率, i 为轨道倾角, Ω 为升交点, ω 为近地点角, M 为平近点角。

\hat{e} 可以通过国际激光测距服务组织(International laser ranging services, ILRS)下载得到,并随取样时间而相应变化。由此碎片距离的先验信息 R_{pri} 可以通过下式获得^[13]

$$R = a(\cos E - e)\hat{p} + a\sqrt{1 - e^2} \sin E \hat{Q} \quad (2)$$

$$\hat{p} = \begin{bmatrix} \hat{p}_x \\ \hat{p}_y \\ \hat{p}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Omega \cos\omega - \sin\Omega \sin\omega \cos i \\ \sin\Omega \cos\omega + \cos\Omega \sin\omega \cos i \\ \sin\omega \sin i \end{bmatrix}$$

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_x \\ \hat{Q}_y \\ \hat{Q}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\Omega \sin\omega - \sin\Omega \cos\omega \cos i \\ -\sin\Omega \sin\omega + \cos\Omega \cos\omega \cos i \\ \cos\omega \sin i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 E 为高角。根据先验信息获取预样本残差

$$R_{res} = R_{obs} - R_{pri} \quad (4)$$

设置接收阈值 η , 获得准样本:

$$\begin{cases} |R_{res}| \leq \eta & \text{Accept } R_{res} \\ |R_{res}| > \eta & \text{Reject } R_{res} \end{cases} \quad (5)$$

根据轨道先验信息,预样本中大部分噪声被剔除,获得准样本,如图 2 所示。准样本量用 n_{qua} 来

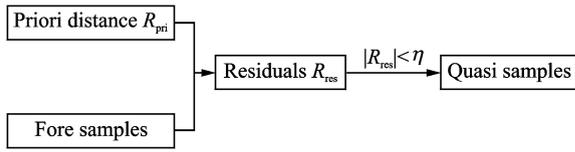


图2 用于获取准样本点的先验信息

Fig. 2 Priori information for quasi samples acquirement

表示,用以后续计算测距内符合精度。

1.3 多项式拟合去噪

激光测距的测距精度通常用拟合标准差(Standard, STD) σ 来表示,也就是用 3σ 迭代去噪后最终的多项式拟合均方根来表示^[7,9,11]。有效样本量由图3所示多项式拟合得到。

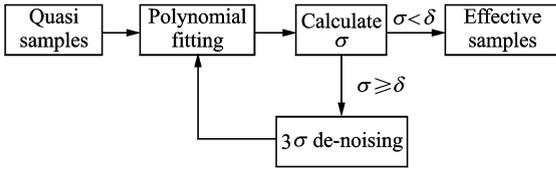


图3 用于获取有效样本点的多项式拟合方法

Fig. 3 Polynomial fitting for effective samples acquirement

经过去噪过程,最终获得有效样本(此后简称为样本),样本量表示为 n_{eff} 。所有其他的从准样本中剔除的噪声为噪声样本。对空间碎片而言,噪声样本量往往比有效样本高两个数量级。

2 样本量的下降过程

为研究样本量对精度的影响,实施下降过程。样本量 n_{eff} 每次减小一小步长 Δn , 得到相应精度的退化结果^[12,14-15]。定义的内服和精度(Root mean square, RMS)通过下降过程所有准样本来计算,并且如图4所示,多项式拟合和 3σ 迭代也应用在每一步下降过程中。不同的样本量将会影响到多项式拟合的参数和用于估计 RMS 的 n_{qua}

$$n_{\text{eff}} = n_{\text{eff}} - \Delta n \quad (6)$$

$$n_{\text{qua}} = n_{\text{qua}} - \Delta n \quad (7)$$

多项式函数如下所示

$$R_{\text{res } i} = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + \dots \quad (8)$$

式中 t_i 是取样时间, a_i 是多项式系数。拟合值和观测值的误差为

$$\Delta'_i = R_{\text{res } i} - (\hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2 + \dots) \quad (9)$$

多项式拟合的 STD 为

$$\sigma = \sqrt{\left(\sum (\Delta'_i)^2 \right) / (n_{\text{qua}} - 1)} \quad (10)$$

运用 3σ 迭代去除准样本中误差过大的点。在此,终止阈值 δ 用来获得最终的 STD, 该值即为测距精度 RMS。整个下降过程如图4所示。

当有效样本量减小为 0 时, RMS 将变很大, 因

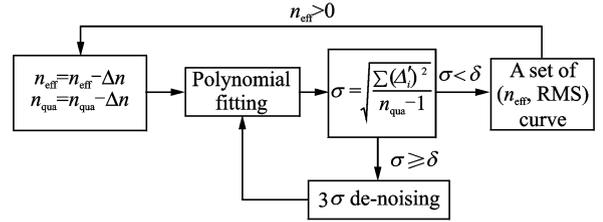


图4 用于获取精度-有效样本点曲线的流程图

Fig. 4 Process for RMS-neff curve acquirement

为此时样本中只含有噪声。样本量下降过程结束后,通过一组 $(n_{\text{eff}}, \text{RMS})$ 可以获得精度随样本量变化的关系,得到样本量的影响,从而获得样本量的最小值。

3 实验

本文中,对于某些空间碎片(分别为 A, B, C, D)的取样通过高重复率激光测距系统完成,改变样本量后相应的结果和分析如下。

3.1 下降过程

样本量的减小反应测距系统状态的退化。样本量下降过程以每一步长进行。根据式(6,7),样本量的下降曲线如图5所示。

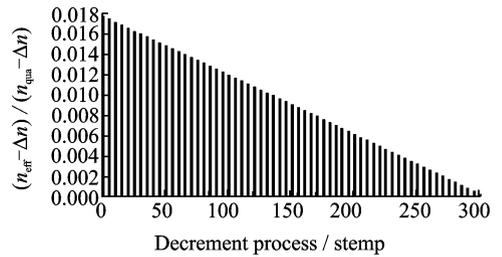


图5 样本量变化曲线

Fig. 5 Decrement curve of sample size (i. e. debris A)

因为下降步长 Δn 远小于准样本量 n_{qua} , 下降过程大致呈现出线性变化。也就是分母 $(n_{\text{eff}} - \Delta n) / (n_{\text{qua}} - \Delta n)$ 可以近似表示为 n_{qua} , 下降过程中计算出每一次样本量改变的 RMS。

$$(n_{\text{eff}} - \Delta n) / (n_{\text{qua}} - \Delta n) \approx (n_{\text{eff}} - \Delta n) / n_{\text{qua}}$$

$$\Delta n \ll n_{\text{qua}} \quad (11)$$

3.2 RMS 随样本量的变化关系

在高重复率取样的基础上,经过去噪和样本量下降过程,可以得到 RMS 随样本量 n_{eff} 的变化曲线,不同碎片的实验结果如图6所示,可以看到样本量对于测距精度的影响。

从图6可见,当样本量 n_{eff} 逐渐下降时, RMS 并未呈现出缓慢上升的趋势,而是呈现“跳跃”式变化。在样本量下降到阈值之前, RMS 基本保持不变。阈值所在处,是满足精度要求(认为精度变化在 20% 以内)的最小样本量。从曲线中可以观察

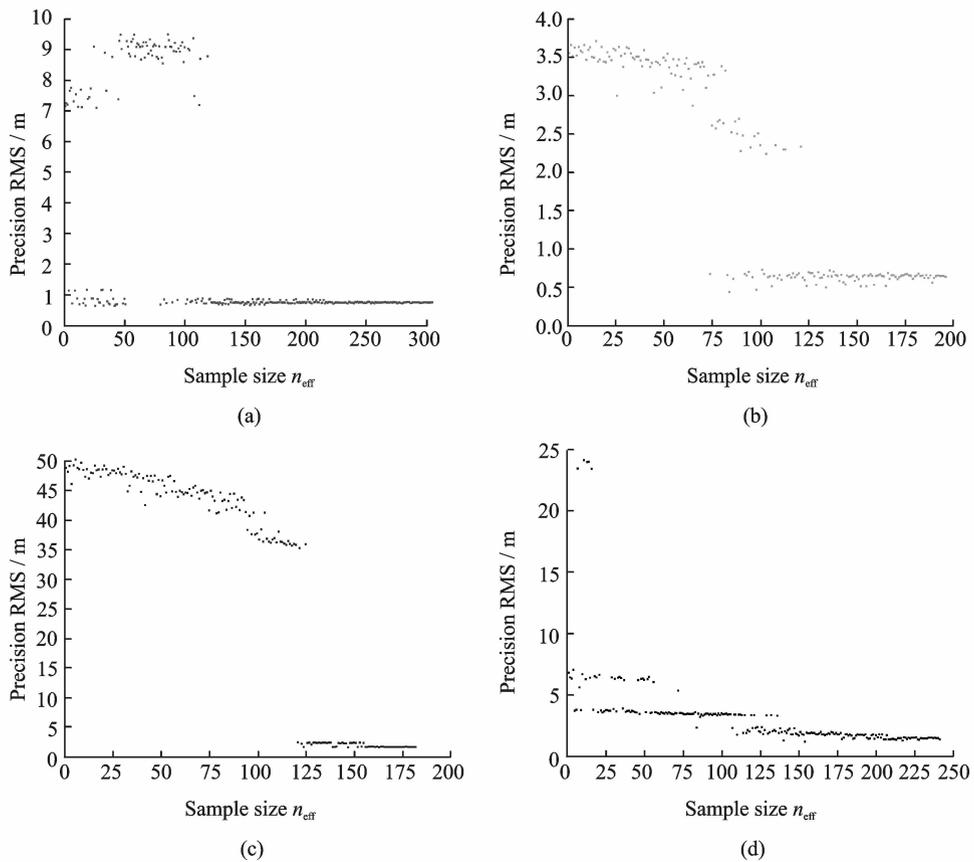


图 6 空间碎片精度-有效样本点变化曲线

Fig. 6 RMS-neff curves for debris

到若干个阈值,但是只有满足精度要求的阈值所在的样本量有意义(也就是说,从大样本往小样本变化的过程中,只有第一个遇到的阈值才是真正满足测距要求的有意义的阈值)。统计结果如表 1 所示。

表 1 一些空间碎片的最小样本量

Tab. 1 Minimum Sample Size for Some Space Debris

| 空间碎片 | 统计结果 | | | | |
|--------|------------------|------------------|------------------|---|-------|
| | n_{qua} | n_{eff} | n_{min} | $(\Delta n_{\text{eff}}/n_{\text{qua}})/\%$ | RMS/m |
| 图 6(a) | 17 150 | 305 | 120 | 60.66 | 0.740 |
| 图 6(b) | 50 349 | 196 | 121 | 38.27 | 0.631 |
| 图 6(c) | 63 315 | 182 | 126 | 30.77 | 1.566 |
| 图 6(d) | 59 268 | 241 | 131 | 45.64 | 1.370 |

上述结果显示,对于碎片的激光测距最小样本量大约为 125,主要取决于大气传输特性。满足测距要求的样本量获得降低,降低量 $\Delta n_{\text{eff}}/n_{\text{qua}}$ 大约为 30%—60%。样本中的噪声大致满足正态分布^[7],对于不同的重复频率是相同的,所以重复频率的降低主要取决于有效样本量的降低(假设激光重复率为 1 kHz 时准样本量为 1 000,其中有 900 个样本为噪声样本,100 个是有效样本。当有效样本量从 100 降低为 50 时,剩余的 900 噪声样本的

作用和 450 噪声样本的作用几乎相同,因为噪声均满足正态分布。所以只需要 500 Hz 的激光重复率就可以获得总工(50+450)个准样本点)。由此,根据取样频率和样本量的大小关系,可以使高重复率激光测距系统的重复率下降 30%—60%。

4 结 论

本文对空间碎片激光测距样本量进行了统计分析,并介绍了高重复率激光测距的取样过程和去噪过程。通过下降过程研究了样本量对测距精度的影响。从二者变化关系曲线的阈值中可以获得满足测距精度要求的最小样本量,并通过上海天文台对于若干激光测距的实验进行了验证。考虑到系统和传输过程噪声服从正态分布,根据最小样本量得到了激光测距系统的重复频率可以下降 30%—60%。

由于并非所有激光测距站点都具备高重复率激光测距能力,故测距重复率的选择对于空间碎片多站合作激光测距具有重要意义。本文对样本量和测距精度之间关系的研究,验证了普通测站在满足精度要求的情况下以更低重复率进行激光测距的可能性。此外,获得的激光测距小样本量有助于降低空间碎片激光测距的成本。

参考文献:

- [1] HEINER K. Space debris: models and risk analysis [M]. Berlin: Springer, 2006.
- [2] XUE L, LI Z, ZHANG L, et al. Satellite laser ranging using superconducting nanowire single-photon detectors at 1064 nm wavelength[J]. Optics Letters, 2016, 41(16): 3848-3851.
- [3] XUE L, LI M, ZHANG L, et al. Long-range laser ranging using superconducting nanowire single-photon detectors[J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(7): 071201.
- [4] SCHILDKNECHT T, MUSCI R, PLONER M, et al. Optical observation of space debris in the geostationary ring[J]. Space Debris, 2001, 473: 89-93.
- [5] GREENE B, GAO Y, MOORE C. Laser tracking of space debris [C]//13th International Workshop on Laser Ranging Instrumentation. Washington DC: [s. n.], 2002.
- [6] 薛莉, 翟东升, 李语强, 等. 基于超导探测器的激光测距系统作用距离分析[J]. 光学学报, 2016 (3): 21-29.
- XUE LI, ZHAI DONGSHENG, LI YUQIANG, et al. Ranging capability analysis for laser ranging system using superconducting nanowire detectors [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0304001.
- [7] KIRCHNER G, KOIDL F. Graz kHz SLR system: Design, experiences and results [C]//Proceedings of 14th International Workshop on Laser Ranging. San Fernando, Spain: [s. n.], 2004: 501-505.
- [8] DEGNAN J J, MCGARRY J F. SLR2000: Eye-safe and autonomous single-photoelectron satellite laser ranging at kilohertz rates [C]//Laser Radar Ranging and Atmospheric Lidar Techniques. International Society for Optics and Photonics. [S. l.]: [s. n.], 1997, 3218: 63-78.
- [9] GIBBS P, APPLEBY G, POTTER C. A reassessment of laser ranging accuracy at SGF Herstmonceux, UK [C]//Proc ILRS 2006 Workshop. Canberra: [s. n.], 2007: 154-158.
- [10] ZHANG Zhongping, YANG Fumin, WEI Zhibo, et al. The experiment of kHz laser ranging with nanosecond pulses at Shanghai SLR [C]//Proc 16th Int Workshop on Laser Ranging. [S. l.]: [s. n.], 2008, 47(1): 318-325.
- [11] LI Y Q, XIONG Y H. Observational accuracy analysis of space debris [J]. Publications of the National Astronomical Observatories of China, 2006, 3: 21-27.
- [12] BONETT D G. Sample size requirements for estimating intraclass correlations with desired precision [J]. Statistics in medicine, 2002, 21(9): 1331-1335.
- [13] YA W. Analysis of the orbital element influence on data received by polar orbiting meteorological satellite [J]. Science Technology and Engineering, 2009, 2: 022.
- [14] XU Z, JI Y, ZHOU D. Real-time reliability prediction for a dynamic system based on the hidden degradation process identification [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(2): 230-242.
- [15] ZENG Z, CHEN Y, KANG R. Simulation-based constructions of reliability confidence intervals from degradation data [C]//Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE), 2013 International Conference on. [S. l.]: IEEE, 2013: 908-913.

(编辑:张蓓)