

DOI:10.16356/j.1005-2615.2018.06.007

基于多项式的多不确定参数控制律稳定性评估

陈 功^{1,2} 唐志共^{1,2} 王文正¹ 徐明兴¹

(1. 中国空气动力研究与发展中心计算空气动力学研究所, 绵阳, 621000;

2. 国防科技大学空天科学学院, 长沙, 410073)

摘要:基于多项式理论,研究了鲁棒 D 域稳定和评估空间自适应网格划分方法。在传统只分析单个不确定性参数对动态系统稳定性影响的基础上,实现了多个不确定参数同时摄动对系统稳定性的评估。基于该方法,以一种轴对称飞行器为研究对象,完成了在多种参数组合摄动下的纵向控制律稳定性评估,评估结果直观精确的显示了该飞行器纵向稳定和 unstable 区域。

关键词:控制律;稳定性评估;不确定性参数;多项式

中图分类号: V24 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2018)06-0783-05

Stability Evaluation of Flight Control Laws with Multi-uncertain Parameters Based on Polynomial Method

CHEN Gong^{1,2}, TANG Zhigong^{1,2}, WANG Wenzheng¹, XU Mingxing¹

(1. Computational Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and

Development Center, Mianyang, 621000, China;

2. College of Aerospace Science, University of Defense Science and Technology, Changsha, 410073, China)

Abstract: Based on the polynomial theory, we study the robust D -region stability and the adaptive grid division algorithm of evaluation space. By improving the traditional single uncertain parameter stability evaluation method for dynamic system, a new stability evaluation method of multi uncertain parameters coupled perturbation is achieved. In order to verify this method, an axial symmetry vehicle's longitudinal control law is evaluated with combined multi-uncertain parameters perturbation, and the assessment results exhibit the accurate longitudinal stability and instability regions.

Key words: control law; stability evaluation; uncertainty parameter; polynomial

随着现代飞行器飞行包线的不断拓展,飞行器的飞行环境越来越复杂,为保障飞行安全,提高飞行性能,许多先进的控制技术也不断在飞行控制系统中得到应用^[1],其中最为典型的是随着主动控制技术的成熟,越来越多的飞行器由静稳定飞行转为静不稳定飞行。这些都使得现代飞行控制系统日趋复杂,飞行控制系统的开发时间和成本也成倍增长。现代飞行控制系统是一个强非线性的多输入多输出系统,且随着飞行状态的变化,飞行器在气

动、结构、动力以及姿态测量参数等方面都存在着较大的不确定性^[2-3]。控制系统工程师一方面需要针对飞行器的典型任务状态点设计出满足多种准则的控制律,另一方面也需要采用有效的方法对这些控制律在多种不确定性参数影响下的控制性能进行快速评估^[4]。

飞行控制律的评估与确认是控制律设计中一个非常重要的环节,其最终目的是确认所设计的控制器能够保证飞行器在所有的飞行包线和所

收稿日期:2018-09-13;修订日期:2018-11-28

通信作者:陈功,男,工程师,1985年3月生,E-mail:success850012@163.com。

引用格式:陈功,唐志共,王文正,等. 基于多项式的多不确定参数控制律稳定性评估[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(6):783-787. CHEN Gong, TANG Zhigong, WANG Wenzheng, et al. Stability evaluation of flight control laws with multi uncertain parameters based on polynomial method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(6):783-787.

有可以预测的参数变化下安全稳定的飞行,同时具有良好的飞行品质,并且要求这一过程清新可见^[5-6]。

目前,控制律评估与确认常用的方法有 μ 分析^[7]、 ν -gap分析^[8]、分叉分析^[9]、基于多项式的分析^[10-11]及基于优化的分析方法^[12]等。其中基于多项式的分析方法是检查控制系统闭环传递函数特征多项式的系数来确定动态系统的鲁棒稳定性。该方法理论相对简单,方法本身没有保守性,能在全飞行包线内对任意不确定参数变化的整个区域进行评估,评估结果直观可见。但该方法目前主要研究单个不确定参数摄动对系统稳定性的影响,对于多参数组合摄动情况,只能采用分解的二维图来显示评估结果,导致计算量急剧增大、人工分析时间增加,不利于工程化实现和应用。本文基于多项式理论,重点研究基于鲁棒 D 域稳定区域网格的自适应划分方法,实现了多个不确定性参数组合摄动时,对飞行器控制律稳定性的快速评估。

1 多项式理论

对于存在不确定性参数的动态系统,线性化后的特征多项式可用下式来表示

$$p(s, \pi) = [1 \quad s \quad \cdots \quad s^n] \mathbf{a}(\pi) \quad \pi \in \mathcal{II} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{a}(\pi)$ 是特征多项式的系数, π 是影响多项式系数的不确定因素, \mathcal{II} 是不确定性因素变化范围确定的超立方体。当 π 在 \mathcal{II} 区域内变化时,会产生一组系数连续变化的特征多项式。这组多项式的稳定性就决定了不确定性参数变化时系统的稳定性。

判断多项式稳定性的方法中,目前最为常用的是Kharitonov定理,它通过判断其中几个称为Kharitonov多项式的稳定性实现对整个多项式组稳定性的判断。下面不加证明地给出了Kharitonov定理。

当且仅当下面4个多项式稳定时

$$\begin{cases} p^+(s) = a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + \cdots \\ p^{++}(s) = a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + \cdots \\ p^+(s) = a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + \cdots \\ p^-(s) = a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + \cdots \end{cases} \quad (2)$$

包含不确定因素的多项式组 $p(s, \pi)$ 是鲁棒稳定的。式(12)称为Kharitonov多项式,系数上标+,一号表示该系数的变化上下界。

尽管Kharitonov定理在数学上很完美,但还不能直接应用于实际工程,这是因为该定理的前提是多项式的系数应线性无关。而在飞行控制律设计中,特征多项式的系数往往受相同因素(如速度、

动压、攻角等)的影响,特征多项式的系数和不确定性因素之间是非线性的关系。为解决这一问题,可以采用基于鲁棒 D 域稳定理论的区域划分方法实现对动态系统评估区域的自适应划分,以保证每个划分后的方块内不确定性参数和系统特征多项式系数之间是近似的线性关系。

2 鲁棒 D 域稳定及自适应区域划分

2.1 鲁棒 D 域稳定

考虑下面微分方程描述的不确定性线性系统

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}(\pi)x(t) \quad (3)$$

式中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{A}(\pi)$ 是参数 π 的连续矩阵函数, \mathbf{R}^n 是 n 维的模型状态空间。

给定集合 $\mathcal{II} \in \mathbf{R}^k$ (参数空间方法的一块区域)和复平面中的开区域 D , D 区域位于复平面左半平面内,如图1所示。如果对于所有的 $\pi \in \mathcal{II}$,满足 $\lambda_i(\mathbf{A}(\pi)) \in D$,其中 $\lambda_i(\mathbf{A})$ 是 \mathbf{A} 的第 i 个特征值,则由式(3)描述的系统是鲁棒 D 稳定的。若 D 区域为复平面的整个左半平面,则称为鲁棒稳定。

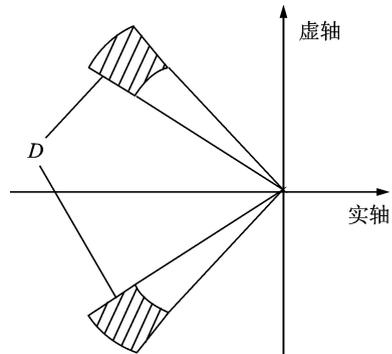


图1 复平面中的典型 D 域

Fig. 1 Typical D zone on the complex plane

对于式(3)描述的系统,状态矩阵 $\mathbf{A}(\pi)$ 的特征多项式可表示为

$$p(s, \mathbf{a}) = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n \quad (4)$$

式中 $\mathbf{a} = (a_1, \cdots, a_n)^T$ 是特征多项式的系数。显然,系统是否满足鲁棒 D 域稳定条件取决于上述多项式的根。只有 $p(s, \mathbf{a})$ 所有的根均属于 D 域,系统在给定的参数变化范围 \mathcal{II} 才是鲁棒 D 域稳定的。基于多项式的分析方法就是利用参数空间 \mathbf{R}^k 里面一组方块的并集来近似得到 D 域稳定的区域 \mathcal{II}_D 。因此该算法可以分解为以下两个步骤。

(1) 不确定性参数空间的自适应划分,使得划分完的每个方块内不确定性参数和系统的特征多项式系数之间是近似线性关系。

(2) 根据相应准则对上述自适应方块进行 D

域稳定性判断,并进行区域归类。

2.2 自适应区域划分

根据经验,飞控系统的不确定性参数的摄动范围通常都是在一定的范围内。因此可以假设有 k 个不确定性参数的范围如下

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_1 &\leq \pi_1 \leq \underline{\pi}_1 \\ \bar{\pi}_2 &\leq \pi_2 \leq \underline{\pi}_2 \\ &\vdots \\ \bar{\pi}_k &\leq \pi_k \leq \underline{\pi}_k \end{aligned} \quad (5)$$

式中上下标分别表示不确定参数的最大值和最小值。则由所有不确定参数组成的待评估空间可以表示为

$$\prod = [\bar{\pi}_1 \quad \underline{\pi}_1] \times [\bar{\pi}_2 \quad \underline{\pi}_2] \times \cdots \times [\bar{\pi}_k \quad \underline{\pi}_k] \quad (6)$$

为在待评估空间内找到满足鲁棒 D 域稳定的区域 \prod_D ,必须对以上空间进行区域划分。实际中,因为无法给出多项式系数的精确形式,因此在 \prod 空间的每一部分都需要用相应的仿射函数来近似

$$\bigcup_{i=1}^N a_i^*(\prod_i) \quad (7)$$

式中 $\bigcup_{i=1}^N \prod_i = \prod$, 且 $\prod_i \cap \prod_j = \varnothing, \forall i \neq j \in 1, \dots, N, a_i^*(\prod_i)$ 是通过线性回归算法得到的 $a_i(\prod_i)$ 近似仿射估计, N 为 \prod 空间划分成为子空间(网格)的数量。

待评估空间自适应网格划分流程如图 2 所示。开始时可以将待评估空间分为一组初始网格。再计算每个网格的顶点和中点处的特征多项式系数,并使用线性回归算法计算近似方式表达式 $a_i^*(\prod_i)$ 及其最大近似误差。若最大线性回归误差与待划分方块尺寸均大于设定值时,则将该网格进一步划分,直至满足最终要求为止。

2.3 D 域稳定区域计算及分类

D 域稳定区域的计算主要是对自适应网格是否满足相应准则进行判断,从而确定满足准则要求的区域 \prod_D ,并对一些线性回归误差小,但 D 域稳定不确定的网格进一步划分,进一步提高 D 域稳定区域的精度。 D 域稳定性区域判断流程如图 3 所示。

如果网格中各顶点及中点均满足评估准则,则该方块是 D 域稳定的;若网格顶点及中点均不满足评估准则,则该网格是 D 域不稳定;若网格顶点和中点部分满足评估准则,且网格尺寸小于给定的最小值,则该网格属于模糊区域,否则需要对该网

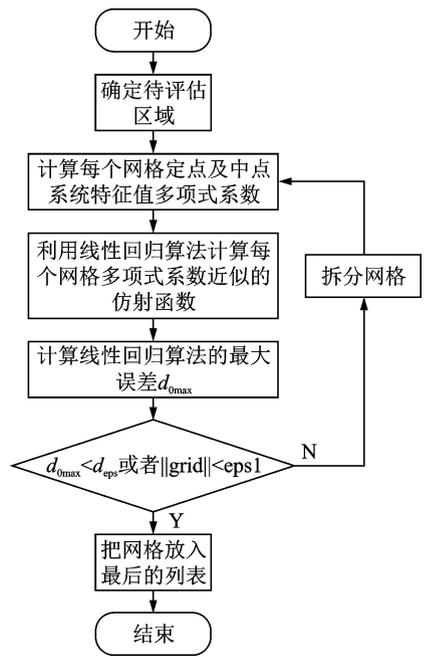


图 2 自适应方块划分流程

Fig. 2 Flow of adaptive grid partition

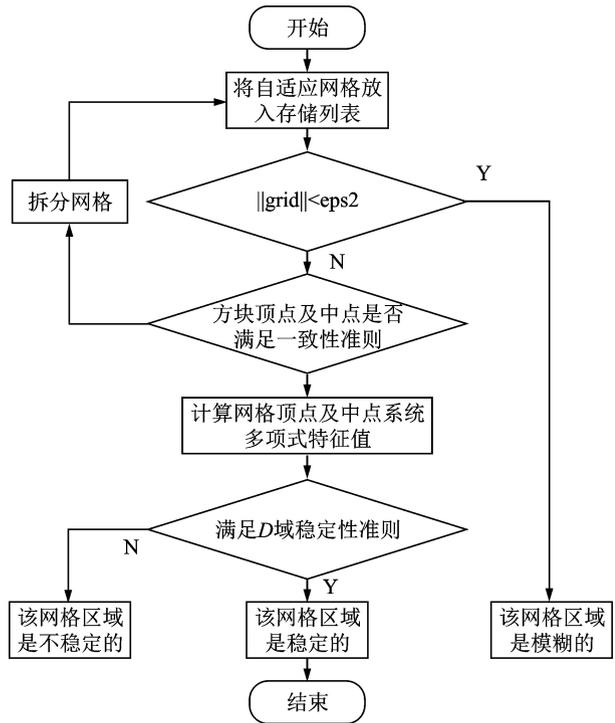


图 3 判断 D 稳定区域流程

Fig. 3 Flow of D stability zone judgment

格进一步划分,直至模糊区域小于给定的误差范围,以满足实际的评估需求。

3 算法验证

以某轴对称飞行器为研究对象,完成其俯仰通道控制律的稳定性评估。该飞行器纵向采用经典的姿态角速率和过载反馈双回路控制律,其简化的控制律结构形式如图 4 所示。

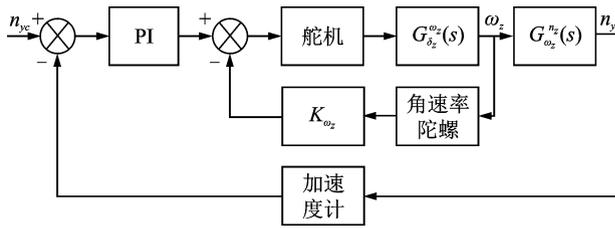


图4 纵向控制结构图

Fig. 4 Frame of longitudinal control

飞行器的不确定性参数很多,如质量、速度、飞行高度、气动力系数、静稳定度等。因为该型飞行器飞行速度和空域大,气动力的非线性较强。此外,由于发动机工质燃烧及导引头保护罩分离导致质心变化剧烈,飞行器的纵向静稳定度变化范围较大。因此这里将攻角 α 、纵向质心位置 dX_{cg} 、舵面效率 Mz_{δ_z} 3 个对控制系统稳定性影响较大的参数作为摄动参数,对上述纵向控制律进行稳定性评估。表 1 给出了 3 个组合摄动参数的变化范围。

表 1 摄动参数变化范围

Tab. 1 Bounds of parameter perturbation

摄动参数	变化范围
$\alpha / (^\circ)$	$[-5 \ 15]$
dX_{cg} / m	$[0.0 \ 0.8]$
Mz_{δ_z}	$[0.5 \ 1.5]$

3.1 自适应区域划分结果

如图 5 所示,由于这里考虑 3 个不确定性参数的组合摄动对控制系统稳定的影响,其待评估空间应是一个矩形六面体区域。

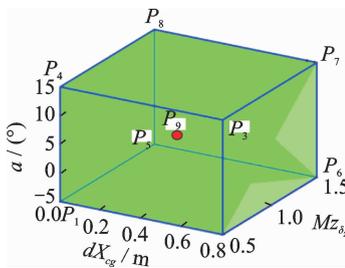


图 5 待评估空间

Fig. 5 Space of initial evaluation

对上述评估空间进行自适应网格划分就是计算每个网格方块的 8 个顶点 (P_1, \dots, P_8) 和中点 P_9 处的特征多项式系数,并使用线性回归算法计算回归误差,若网格点最大回归误差或尺寸大于设定阈值,则将该网格进一步均等划分为 8 个子网格,最终使得每个网格内不确定性参数和系统特征多项式系数之间是近似的线性关系。图 6 给出了多次网格划分结果。

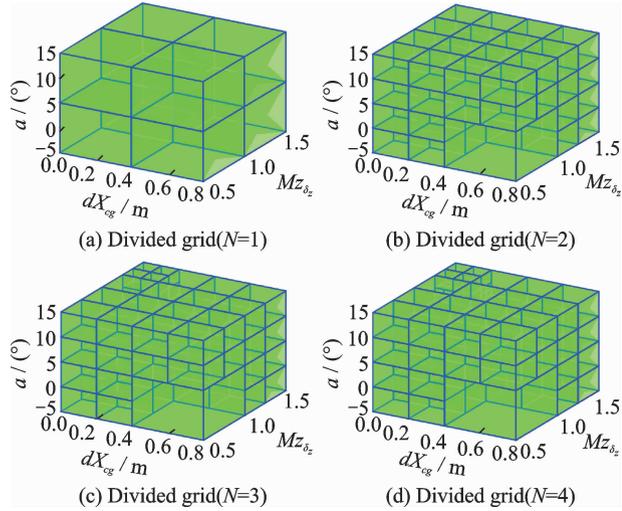


图 6 评估空间网格自适应划分结果

Fig. 6 Adaptive grid division of evaluation space

在以上网格划分过程中,4 次划分网格的个数分别为 8,64,216,1 152。可见,随着网格尺寸的减小和系统多项式系数非线性的增加,网格数量会急剧增加,导致运算时间增长。

3.2 D 域稳定性评估结果

在典型特征点针对上述姿态角速率和过载反馈双回路控制律设计相应增益系数。这里将 D 区域定义为复平面的整个左半平面,即纵向闭环传递函数特征值均在复平面的左半平面。图 7 给出了采用以上稳定性准则的飞行器纵向控制律的鲁棒稳定性评估结果。

图中以不同颜色给出了该飞行器纵向控制律的稳定、不稳定和模糊区域。通过闭环传递函数特

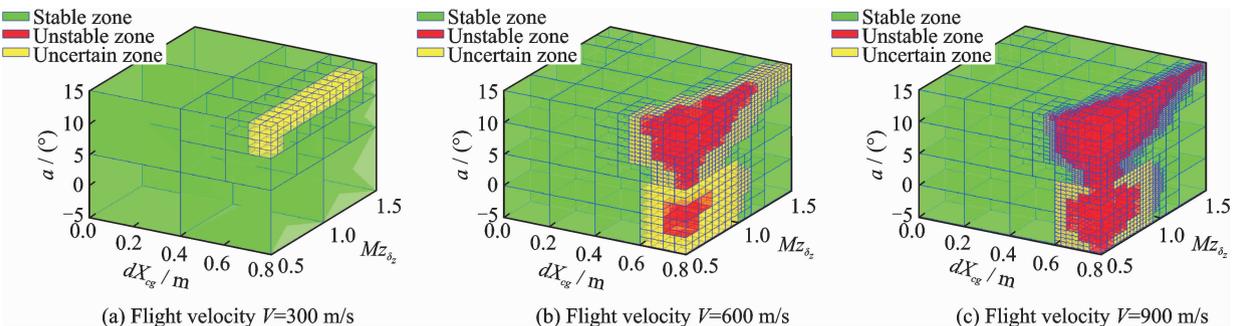


图 7 纵向控制律鲁棒稳定性评估结果

Fig. 7 Robust stability evaluation result of longitudinal control law

征根对以上评估结果进行检验,当飞行器飞行速度为 $V=600\text{ m/s}$, $\alpha=5^\circ$, $dX_{cg}=0.4\text{ m}$, $Mz_{\delta_z}=1.0$ 时,特征根分别为 $s_1=-99.7$, $s_2=0.5247$, $s_3=-0.0732$, 系统稳定;当 $\alpha=15^\circ$, $dX_{cg}=0.7\text{ m}$, $Mz_{\delta_z}=0.75$ 时,特征根分别为 $s_1=-64.5$, $s_{2,3}=0.152\pm 0.253i$, 系统不稳定。特征值结果与该方法的稳定性评估结果一致。

控制律评估结果表明,当质心向后移动且俯仰舵效降低时,飞行器纵向逐渐由稳定变为不稳定;随着飞行速度的增加,不稳定区域明显增大。对照实际飞行器的气动特性,当质心向后移动时,飞行器纵向逐渐由静稳定变为静不稳定,且随着超声速时飞行速度的增加,俯仰舵效降低,控制能力下降。上述评估结果较好的反映了该飞行器在不同状态时的安全稳定飞行边界。

4 结束语

飞行控制律的验证与确认是飞行器飞行控制系统设计的一个重要环节。基于多项式的控制律评估与确认方法由于方法没有保守型、理论简单、评估结果直观等特点,易于工程化应用。本文在传统单个不确定参数摄动的基础上,实现了3个参数组合摄动时对飞行器控制律的稳定性评估,具有较大的工程应用价值。但该方法针对4个以上组合参数摄动时,由于数据维数过高,难以给出直观可见的评估结果。实际中可以通过分区独立显示或借助优化算法搜索最坏状态点的方法,实现对更高维不确定性参数组合的稳定性评估。此外,该方法仅适用于特征值准则,在鲁棒 D 域与控制系统性能指标的线性准则确定、采用优化方法提高计算效率等方面仍需深入研究。

参考文献:

- [1] 吴森堂. 飞行控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2013.
WU Sentang. Flight control system [M]. Beijing: Beihang University Press, 2013.
- [2] 段镇. 无人机飞行控制系统若干关键技术研究[D]. 长春:中国科学院大学, 2014.
DUAN Zhen. Research on some key technologies of flight control system of UAV[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences, 2014.
- [3] 吕全喜, 刘林, 唐强. 飞行控制律全包线鲁棒性稳定性评估[J]. 飞行力学, 2008, 26(5): 32-39.

- LV Quanxi, LIU Lin, TANG Qiang. Robust stability clearance of flight control laws in all flight envelope [J]. Flight Dynamics, 2008, 26(5): 32-39.
- [4] FIELDING C, VARGA A, BENNANI S. Advanced techniques for clearance of flight control laws [M]. Berlin: Springer, 2002.
- [5] 刘林. 现代飞行控制系统的评估与确认方法[M]. 北京:国防工业出版社, 2010.
LIU Lin. Advanced verification and clearance techniques for modern flight control systems [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.
- [6] IQBAL S. Analysis of flight test maneuvers using bifurcation analysis methods in support of flight clearance [C]//A Collection of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference Technical. Austin, Texas: AIAA, 2003.
- [7] 张亚婷, 张慧平, 郑总准, 等. 基于结构奇异值的不确定性系统鲁棒性分析与评估[J]. 航天控制, 2017, 35(4): 11-19.
ZHANG Yating, ZHANG Huiping, ZHENG Zongzhun, et al. Robust analysis and evaluation of uncertain systems based on structure singular value [J]. Aerospace Control, 2017, 35(4): 11-19.
- [8] DIMITRY G, GUNTER S. Structured uncertainty analysis of robust stability for multidimensional array systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(9): 653-680.
- [9] JULIANA S, CHU Q P, MULDER J A. Re-entry flight clearance using interval analysis [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head, South Carolina: AIAA, 2007.
- [10] CORRARO F, VIRGILIO M. A polynomial based clearance method [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Austin, Texas: AIAA, 2003.
- [11] 侯振乾, 梁晓庚. 多项式理论在导弹稳定性能评估中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(17): 249-253.
HOU Zhenqian, LIANG Xiaogeng. Polynomial theory applied to stability clearance of missile [J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(17): 249-253.
- [12] 王景, 李爱军, 李佳. 基于Memetic算法的飞行控制律评估[J]. 电子设计工程, 2013, 21(16): 24-27.
WANG Jing, LI Aijun, LI Jia. Clearance of flight control law based on Memetic algorithm [J]. Electronic Design Engineering, 2013, 21(16): 24-27.