

DOI:10.16356/j.1005-2615.2018.03.008

## 基于平方和方法的 $H_\infty$ 最优励磁控制

万 勇 田红星 杨 晨

(南京航空航天大学自动化学院, 南京, 211106)

**摘要:**为了改善电力系统在干扰信号下的稳定性,在单机无穷大电力系统的基础上,提出了一种基于平方和方法的  $H_\infty$  最优励磁控制设计方法。本文电力系统属于非多项式系统,而所提方法利用泰勒公式将非多项式系统等效转化为多项式系统,并保留高阶无穷小项。在给定扰动抑制率,以及利用平方和方法构造 Lyapunov 函数、控制器参数优化方面的优势前提下,可以将哈密顿-雅克比-伊萨克等式问题松弛为不等式约束表示的最优问题,最终结合策略迭代方法,实现了  $H_\infty$  最优励磁控制器设计,提高了仿真的真实度。仿真结果表明所设计最优控制器可以有效改善系统性能,增强系统抗干扰能力。

**关键词:**策略迭代;平方和;电力系统; $H_\infty$  最优励磁控制

**中图分类号:**TM352      **文献标志码:**A      **文章编号:**1005-2615(2018)03-0342-06

## $H_\infty$ Optimal Excitation Control for Power System Based on Sum of Squares Programming

WAN Yong, TIAN Hongxing, YANG Chen

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China)

**Abstract:** To improve the stability of the power system under the disturbance signal, the paper proposes an  $H_\infty$  optimal excitation control method based on sum of squares method of the single machine infinite power system. The power system is a kind of non-polynomial system, while the proposed method uses the Taylor formula of non-polynomial systems transformed into polynomial system which keeps the high order infinitely small. The methods transform the non-polynomial systems using the Talor method and keep the high order infinitely small. Under a given attenuation coefficient and taking the advantages of sum of squares in the construction of Lyapunov function and parameter optimization, the Hamilton-Jacobi-Isaacs equation is relaxed to an optimization problem with a set of inequalities constraints. After applying the policy iteration technique, the method is able to design the  $H_\infty$  optimal excitation controller and enhance the reality of simulations. Experimental results prove that the method can not only effectively improve the system performance but also enhance the anti-interference ability of the system.

**Key words:** policy iteration; sum of squares; power system;  $H_\infty$  optimal excitation control

电力系统作为重要的基础设施,稳定性一直是安全运行的基本要求,随着电力系统规模越来越大,如何保证电力系统安全、稳定和高效的运行一直是电力系统的研究重点和难点。电力系统属于

复杂非线性系统,其突出特点表现在它的强非线性和结构工程的多变性<sup>[1]</sup>。电力系统稳定性<sup>[2]</sup>包括功角稳定、频率稳定和电压稳定。励磁控制器的优势在于<sup>[3]</sup>:系统稳定运行时,励磁电流时刻跟随负

**基金项目:**国家自然科学基金(61403194)资助项目;江苏省自然科学基金(BK20140836)资助项目。

**收稿日期:**2017-11-20; **修订日期:**2018-04-16

**通信作者:**田红星,男,硕士,E-mail: TianHXing@nuaa.edu.cn。

**引用格式:**万勇,田红星,杨晨.基于平方和方法的  $H_\infty$  最优励磁控制[J].南京航空航天大学学报,2018,50(3):342-347. WAN Yong, TIAN Hongxing, YANG Chen.  $H_\infty$  optimal excitation control for power system based on sum of squares programming[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(3): 342-347.

荷变化从而控制机端电压;通过控制励磁电流来控制无功功率以及功率角的变化;当系统受到扰动时,提高系统静态功率稳定和改善系统暂态稳定等。为解决这些稳定性问题,文献[4~5]指出,通过对励磁控制系统增加适当的控制,可以有效改善电力系统在干扰信号下的稳定性。文献[6]提出了两相无刷励磁机励磁电流的反馈控制、励磁频率和相序的速度参考控制,并通过仿真充分证明了其有效性。因此,如何设计高效励磁控制器成为了电力系统工作者研究的重点。

近年来,平方和理论发展迅速<sup>[7]</sup>,文献[8]提出了一种保证系统全局非负定性的方案。多项式函数正定性的一个充分条件是可表示为平方和形式,而存在平方和分解等价于半定规划可行性问题。而 SOSTOOL<sup>[8]</sup>正是解决这类问题的有力工具。平方和技术的发展,为多项式非线性系统控制器设计提供了新的思路。如文献[9]将贝尔曼等式松弛为不等式,通过求解平方和规划求解。由于平方和方法的成功,其应用越来越广。在缺乏系统动态信息的情况下,文献[10]提出了一种基于平方和的全局半定规划方法,利用在线数据求解哈密顿-雅可比-伊萨克等式(Hamilton-Jacobi-Isaacs, HJI)。在平方和方法中,多项式系数是根据最小逼近误差原理确定的,这些系数在平方和可行凸集中受到约束,从而保证了结果的非负定性。文献[11]将平方和方法用在分析多机电力系统稳定性上,并进一步优化,估计电力系统的吸引域。然而,文献[11]并没有将平方和方法应用到控制中。对于 $H_\infty$ 最优控制问题,平方和方法应用很少,特别是在电力系统方面,因此,本文尝试将平方和方法应用于励磁控制器设计中。本文针对单机无穷大电力系统,通过泰勒方法,将非多项式系统转化为适用于平方和方法的多项式系统,同时保留了高阶无穷小项,并考虑系统建模时参数不确定性,重新定义干扰信号。由于平方和方法在构造 Lyapunov 函数、控制器参数优化等方面的优势,可以很好地将 HJI 等式问题松弛为不等式约束表示的最优问题,结合策略迭代方法,解决了长期以来求解 HJI 难的问题。最后通过仿真实验,验证了本文方法具有较强的鲁棒性和工程可实现性。

## 1 系统模型及问题描述

随着控制理论不断发展,电力系统励磁控制模型也不断变化<sup>[12-13]</sup>。电力系统的不确定性包括很多因素,如参数不确定性、外界干扰(故障)等。所以在设计过程中应充分考虑这些不确定因素,设计出具有鲁棒性的励磁控制系统。这样不仅能够

有效地保证系统安全、高效和稳定运行,而且能够提高系统运行的经济效益。

### 1.1 单机无穷大电力系统模型

考虑三阶单机无穷大电力系统模型,同时考虑各种因素带来的不确定性,以干扰信号的形式在模型中体现,则三阶无穷大电力系统模型用微分方程的形式表示为

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_0}{H}(P_m - P_e) - \frac{D}{H}\omega + \tilde{d}_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{E}'_q = -\frac{E'_q}{T_{d0}} + \frac{x_d - x'_d}{T_{d0}x_{ds}}V_s \cos\delta + \frac{E_f}{T_{d0}} + \tilde{d}_2$$

式中: $P_e = E'_q V_s \sin\delta/x_{ds}$ ;  $\tilde{d}_1$  为发电机转轴上的力矩干扰;  $\tilde{d}_2$  为发电机的机电干扰;其他符号的物理含义见文献[12]。此时

$$\begin{aligned} P_m - \frac{E'_{q0} V_s \sin\delta_0}{x'_{ds}} &= 0 \\ -\frac{E'_{q0}}{T_{d0}} + \frac{(x_d - x'_d)V_s \cos\delta_0}{T_{d0}x'_{ds}} + \frac{E_{f0}}{T_{d0}} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $\delta_0$  为稳态时的发电机转子运行角;  $E'_{q0}$  为发电机稳态电势,由于后面小节所述平方和方法只适用于多项式系统,因此在这里通过泰勒公式展开为多项式。令  $x_1 = \delta - \delta_0$ ,  $x_2 = \omega$ ,  $x_3 = E'_q - E'_{q0}$ ,  $u = E_f - E_{f0}$ , 展开整理可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\omega_0}{H} \left( \frac{V_s \sin\delta_0}{x_{ds}} x_3 + \frac{E'_{q0} V_s}{x_{ds}} x_1 \right) - \frac{D}{H} x_2 + d_1(t) \\ \dot{x}_3 &= -\frac{1}{T_{d0}} x_3 - \frac{x_d - x'_d}{T_{d0} x_{ds}} V_s \sin\delta_0 x_1 + d_2(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $d_1 = \tilde{d}_1 + o(x_1 x_3)$ ,  $d_2 = \tilde{d}_2 + o(x_1)$ ,  $o(x_1 x_3)$  和  $o(x_1)$  分别为泰勒原理展开剩余的高阶无穷小项,不同于其他文献线性化方法,在这里充分考虑了线性化过程中产生的误差,保留了高阶无穷小项。 $u$  是待设计的励磁控制器。式(3)写成一般仿射非线性多项式系统形式为

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + k(x)d \quad (4)$$

$$\text{式中: } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3, f(x) =$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{\omega_0}{H} \left( \frac{V_s \sin\delta_0}{x_{ds}} x_3 + \frac{E'_{q0} V_s}{x_{ds}} x_1 \right) - \frac{D}{H} x_2 \\ -\frac{1}{T_{d0}} x_3 - \frac{x_d - x'_d}{T_{d0} x_{ds}} V_s \sin\delta_0 x_1 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/T_{d0} \end{bmatrix}, k(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, d(t) = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \text{ 是干扰信}$$

号,  $u$  为控制输入。系统经验证满足零状态可观性;同时式(4)中  $f(x), g(x), k(x)$  满足 Lipschitz 连续条件且  $f(0) = 0$ 。另设  $z = h(x) = x^T$  为输出, 显然  $h(0) = 0$ 。

1.2 问题描述

本文的目标是结合平方和方法以及策略迭代技术设计出  $H_\infty$  最优励磁控制器  $u$ , 使其满足

$$\int_0^T (\|z(t)\|^2 + u^T R u - \gamma_0^2 \|d(t)\|^2) dt \leq 0 \tag{5}$$

式中:  $T \geq 0, \forall d(t) \in L_2(0, T), x(0) = 0, \gamma_0$  为正常数。如果式(5)成立, 则称式(4)的  $L_2$  增益为  $\tilde{\gamma}$ , 且  $\tilde{\gamma} \leq \gamma_0$  [12]。

从  $H_\infty$  最优控制角度考虑, 希望找到符合要求的  $\gamma_0$  越小越好, 其最小值记为  $\gamma^*$ , 以及对应的最优控制器记为  $u$ 。理想的最优值  $\gamma^*$  意味着电力系统的抗干扰能力更加强大: 系统遭受到外界扰动(故障)时, 在最优励磁控制器的调节作用下, 能够更快速、更高效地收敛到工作点运行。文献[14]指出, 对于给定的  $\gamma_0, L_2$ -增益问题可解的充分条件是存在光滑正定函数  $V$  使得下述 HJI 方程可解。

$$(\nabla V)^T f - \frac{1}{4} (\nabla V)^T g R^{-1} g^T (\nabla V) + \frac{1}{4\gamma_0^2} (\nabla V)^T k k^T \nabla V + \|h\|^2 = 0, V(0) = 0 \tag{6}$$

式中: 相应的  $H_\infty$  励磁控制器  $u(x) = -(1/2)R^{-1}g^T(x)\nabla V(x)$ 。由此可见, 如何求解 HJI 等式至关重要。文献[14~15]曾提出一种有效求解非线性 HJI 等式的方法, 称为策略迭代, 具体包括以下两个步骤:

步骤 1 决策评估为

$$(\nabla V_i)^T (f + g u_i) + \frac{1}{4\gamma_0^2} (\nabla V_i)^T k k^T \nabla V_i + \|h\|^2 + u_i^T R u_i = 0, V_i(0) = 0 \tag{7}$$

步骤 2 决策改进为

$$u_{i+1}(x) = -\frac{1}{2} R^{-1} g^T(x) \nabla V_i(x) \tag{8}$$

式中  $V_i$  为求解  $u_{i+1}$  的候选李亚普诺夫函数。

然而, 由于电力系统属于一类非线性非多项式系统, 手工迭代计算量较大, 造成  $V$  难以求解; 其次, 扰动抑制率  $\gamma_0$  需要提前给定, 而仅依靠经验选择  $\gamma_0$ , 不仅无法保证 HJI 等式可解, 而且易产生较大的保守性, 即在电力系统受到较大的故障扰动(如三相短路故障等)时, 所设计的控制系统难以有效发挥作用, 严重时甚至可能造成系统崩溃。

本文研究一类电力系统的  $H_\infty$  最优励磁控制设计问题, 主要特点包括: (1) 充分考虑了各种参数不确定性和外界扰动对系统的影响, 且未限定扰动信号的具体形式(如上、下界等), 具有一般性; (2) 未对

系统模型进行任何处理, 保留了原系统的非线性特性; (3) 采用基于平方和方法的策略迭代, 将最小化扰动抑制率  $\gamma$  作为优化目标, 降低了设计的保守性, 每次迭代都是求解半定规划可行性问题的过程。

2  $H_\infty$  最优控制方法

将式(6)等效为

$$\gamma_0^2 \|d - \frac{1}{2\gamma_0^2} k^T \nabla V\|^2 - \Gamma(V, u, \gamma_0) = 0 \tag{9}$$

式中:  $\Gamma(V, u, \gamma_0) = -(\nabla V)^T (f + g u + k d) - u^T R u - \|h\|^2 + \gamma_0^2 \|d\|^2$ 。从式(9)能够明确地看出  $\Gamma(V, u, \gamma_0) \geq 0$ , 这对于设计出励磁控制器至关重要。

引理 1 [13] 对  $\forall x$  和  $\forall d$ , 如果存在  $V(x)$  和  $u(x)$  使得

$$V(x) \geq 0$$

$$\Gamma(V, u, \gamma_0) \geq 0$$

则  $u(x)$  为  $H_\infty$  最优励磁控制器。

根据引理 1, 基于平方和方法的策略迭代技术, 通过迭代求解多项式优化问题的方式, 以最终获得  $H_\infty$  最优控制问题式(5)的解。如图 1 所示, 求解过程包括内外两层, 其中外层循环使用上角标  $j$  表示, 用来求解最优的扰动抑制率  $\gamma^*$ , 而内层循环使用下角标  $i$  来表示, 用来求解李亚普诺夫函数  $V$  以及对应的最优励磁控制器  $u$ 。

首先, 初始化  $i=j=0$ , 并利用文献[16]提供的方法对初始的  $V^{(0)}$  结构(系数待定),  $u^{(0)}$  以及  $\gamma_0$  进行设定, 其中  $V^{(0)}$  为多项式平方和形式。然后, 选择合适的且足够小的正常数  $\epsilon_1, \epsilon_2$ 。值得注意的是: 外循环中优化目标  $\gamma$  应为正数, 且应求取最小

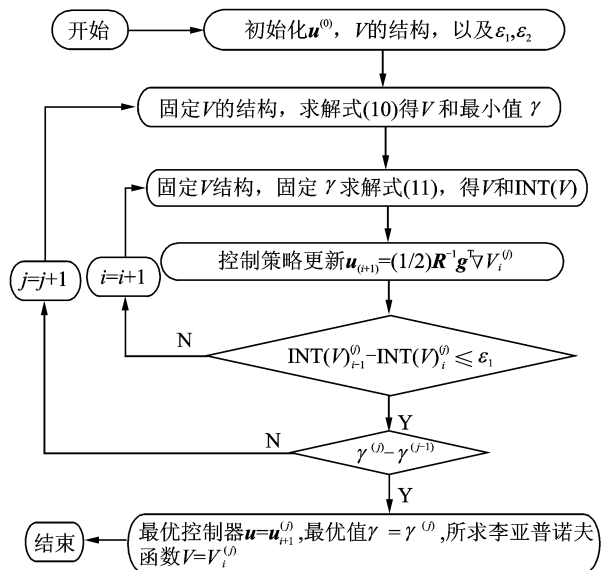


图 1 最优励磁控制设计流程图

Fig. 1 Flow chart of optimal excitation control

值,而内循环首先会去求解出符合条件的 $V$ ,进而将 $V$ 对状态变量的积分作为目标函数,即 $\int_{\Omega} V dx$ ,记作 $\text{INT}(V)$ ,并求取其最小值,其中 $\Omega \in \mathbf{R}^3$ 。最后将前后两次内循环中目标函数差的绝对值作为判断条件。

下面解释阐述该方法的具体步骤:

(1)初始化满足假设1的 $\mathbf{u}^{(0)}$ ,正常数 $\epsilon_1, \epsilon_2$ 和确定 $V$ 的结构。

(2)令 $j=0, 1, \dots$ ,并令 $\mathbf{u}=\mathbf{u}^{(j)}$ 求解下面的平方和程序

$$\min_{\gamma} \Gamma(V, \mathbf{u}, \gamma) \text{ 是平方和} \quad (10)$$

$V$  是平方和

可以得到 $\gamma^{(j)}$ 以及 $V^{(j)}$ ;

(3)令 $i=1, 2, \dots, \gamma_i^{(j)} = \gamma^{(j)}, V_i^{(j)} = V^{(j)}$ ,和 $\mathbf{u}_i^{(j)} = \mathbf{u}^{(j)}$ 。求解下面的平方和程序,解出符合条件的 $V$

$$\min_V \int_{\Omega} V dx$$

$$\Gamma(V, \mathbf{u}_i^{(j)}, \gamma) \quad (11)$$

$V_i^{(j)} - V$  是平方和

$V$  是平方和

可以得到 $V_i^{(j)}$ 以及目标函数对 $V$ 的积分记作 $\text{INT}(V)^{(j)}$ 。

(4)控制决策更新

$$\mathbf{u}_{i+1} = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \nabla V_i^{(j)}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

表1 系统参数

Tab. 1 System parameters

$\omega_0$	$V_s$	$H$	$P_m$	$D$	$x_d$	$x'_d$	$x_{ds}$	$T_{d0}$	$E_{f0}$
314.159	1.2	12.1	1.032	5	1.787	0.32	1.34	3.65	0.493 4

如第2小节所述,该设计方法包括内外循环,外循环负责求解扰动抑制率 $\gamma$ ,判断条件应该选择尽量小,这样求解更为精确,抑制扰动的效果更加好,因此初始化判断条件 $\epsilon_1 = 10^{-4}$ ;而内循环目标函数为李亚普诺夫函数 $V$ 对状态变量的积分,为了控制内循环的循环次数,与 $\epsilon_1$ 相比可适当放大判定条件,在这里选择 $\epsilon_2 = 10^{-2}$ ;选择初始励磁控制器 $\mathbf{u}^{(0)} = -0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.1x_3$ 。最后选择 $V$ 为 $V = c_1x_1^2 + c_2x_1x_2 + c_3x_2^2 + c_4x_1x_3 + c_5x_2x_3 + c_6x_3^2$ , $c_1, \dots, c_6$ 为待定系数。

考虑到实际情况,当系统受到干扰时,发电机功角和暂态电动势应满足在稳定点附近工作,如果偏离太多,可能会造成整个系统的瘫痪,而相对转速的范围可适当选取较大的范围。因此,选择以下集合 $\{\mathbf{x} | -0.1 < x_1 < 0.1, -2 < x_2 < 2, -0.1$

$\} < x_3 < 0.1\}$ 。同时,选择正定矩阵 $\mathbf{R} = 1$ 。

(5)判断 $\|\text{INT}(V)^{(j)}_1 - \text{INT}(V)^{(j)}\| \geq \epsilon_1$ ,如果成立,回到步骤(3), $i = i + 1$ ;否则停止内循环,并令 $\mathbf{u} = \mathbf{u}^{(j)}$ 和 $V = V_i^{(j)}$ 。

(6)判断 $\|\gamma^{(j)} - \gamma^{(j-1)}\| \geq \epsilon_2$ ,如果成立,则回到步骤(2), $j = j + 1$ ;若不成立则外循环,该方法结束,输出最优解 $\gamma, \mathbf{u}$ 以及 $V$ 。

如果式(6)存在正定光滑解 $V_0$ ,在满足假设1的条件下,上述方法中式(10)存在非空解,励磁控制器 $\mathbf{u}_{i+1}$ 是全局稳定控制器,同时,满足 $\Gamma(V_i, \mathbf{u}_{i+1}, \gamma_0) \geq \Gamma(V_i, \mathbf{u}_i, \gamma_0)$ ,由 $\Gamma$ 的定义,表明可寻找到更小 $\gamma' \leq \gamma^0$ ,可以提高电力系统在受到扰动时能更好地保证同步的能力,弥补阻尼不足问题,避免出现振荡。目标函数 $\gamma$ 保证了在每一次迭代过程中求解出逼近精确解 $V^0$ 。随着每次迭代,也更加接近精确解 $V^0$ 。同时,求解的极限值 $V_\infty(x)$ 代替精确解 $V^0$ 。因而,通过松弛的策略迭代得到的 $\mathbf{u}_\infty = -(1/2)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{g}^T\nabla V_\infty$ 比其他方法得到的控制器更加接近最优控制器。因此, $\mathbf{u}_\infty$ 保证了在 $H_\infty$ 控制中的有效性。

### 3 $H_\infty$ 最优励磁控制设计及仿真结果

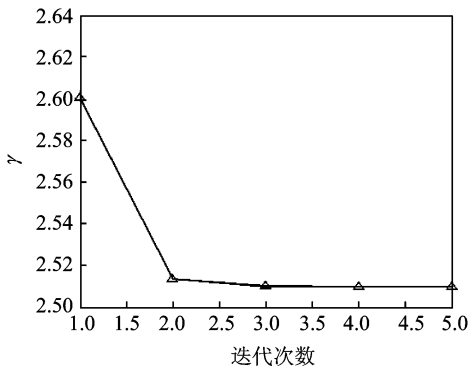
使用第2小节介绍的方法,采用状态反馈的形式来设计 $H_\infty$ 最优励磁控制器,使得当电力系统励磁控制模型(1)受到干扰时,能够快速实现渐进稳定。首先对式(4)进行励磁控制器设计,并计算对应的李亚普诺夫函数以及扰动抑制率 $\gamma$ 的最小值。本小节所用到的实验参数如表1所示。

$\} < x_3 < 0.1\}$ 。同时,选择正定矩阵 $\mathbf{R} = 1$ 。

对式(4)应用提出的方法,经过5次迭代后,最优值 $\gamma$ 为2.509 7,且 $\gamma$ 的变化曲线为图2。从图2可以明显看出, $\gamma$ 收敛速度比较快,经过第3次迭代后,其变化幅度明显变小。这从实际证明了所述方法能够快速计算出最佳 $\gamma$ 。

求解的Lyapunov函数 $V = 37.71x_1^2 - 0.012 06x_1x_2 + 0.623 2x_1x_3 + 2.401x_2^2 - 1.968x_2x_3 + 0.407 6x_3^2$ ,与之对应的 $H_\infty$ 励磁控制器 $\mathbf{u}^{(5)} = -0.085 37x_1 + 0.269 6x_2 - 0.111 7x_3$ 。

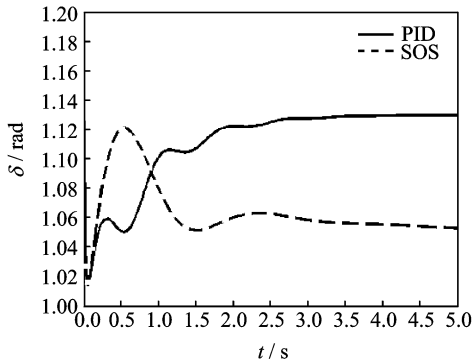
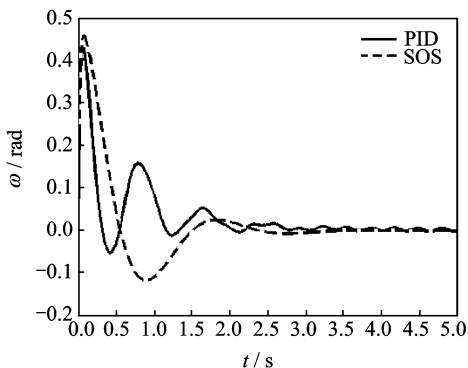
为了验证采用方法的有效性,测试求解的最优励磁控制器作用,将求解的励磁控制器 $\mathbf{u}$ 结合原系统,即式(1)进行2组实验对比。选择式(1)的稳定工作点为为(1.091, 0, 1.1),选择初始运行点 $(\delta, \omega, E'_q)$ 的值为(0.968 7, 0.5, 1.2)。

图2  $\gamma$  随迭代次数的变化情况Fig. 2 Changes of  $\gamma$  with number of iteration

### 实验1 小干扰情况下系统仿真

考虑系统存在干扰,包括外部干扰以及建模时的误差干扰,以正弦波的形式加入系统,选择干扰信号为  $d_1 = 0.38(1 - \sin(8t))$  和  $d_2 = 2/t - \sin t$ ,同时与经典的PID控制对比得到图3和图4的仿真结果。

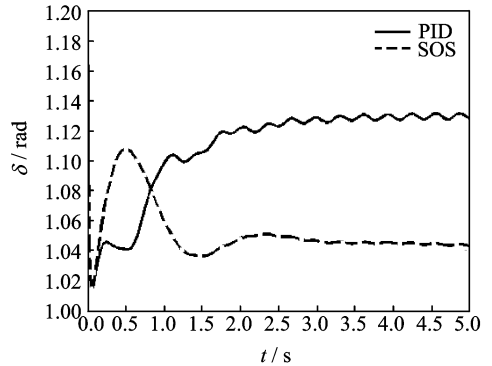
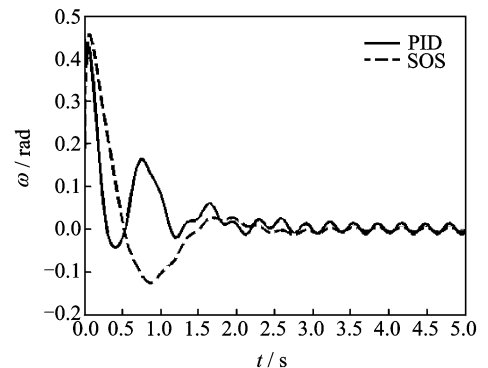
从图3可以明显看出,功角  $\delta$  可以在2 s左右稳定到平衡点,与原平衡点相比,只有0.03 rad的差别,几乎可以忽略不计。与此同时,系统没有出现振荡等不良影响;而对比PID控制,虽然能够稳定系统,但是明显偏离原平衡点。而从图4显示,相对转速  $\omega$  能够在2.5 s左右就稳定到稳定工作

图3 小干扰情况下功角  $\delta$  响应曲线Fig. 3 Response curves of work angle  $\delta$  under small disturbance图4 小干扰情况下相对转速  $\omega$  响应曲线Fig. 4 Response curves of relative rotational speed  $\omega$  under small disturbance

点,与功角相比,相对转速没有跟踪误差,也没有产生任何振荡现象;而PID控制仿真结果明显产生了振荡幅值在0.006左右的振荡现象。通过对图3和图4的分析充分说明,对于小干扰信号,所采用的方法能够设计出有效励磁控制器  $u$  且使系统快速稳定到工作点。

### 实验2 大干扰情况下系统仿真

上面分析了在小干扰信号下系统的状态响应,为充分说明控制器的有效性,将干扰信号幅值放大20倍,其具体形式为  $d_1 = 7.6(1 - \sin(8t))$  和  $d_2 = 40/t - \sin t$ ,得到图5和图6的仿真结果。

图5 大干扰情况下功角  $\delta$  响应曲线Fig. 5 Response curves of work angle  $\delta$  under big disturbance图6 大干扰情况下相对转速  $\omega$  响应曲线Fig. 6 Response curves of relative rotational speed  $\omega$  under big disturbance

从图5可以明显看出,功角  $\delta$  可以在2 s左右稳定到平衡点,这与在小干扰信号下其响应时间相同,然而由于干扰信号幅值太大,出现周期性小幅值振荡。而从图6显示,相对转速  $\omega$  能够在2.5 s左右就收敛到平衡点,与实验1相比,相对转速  $\omega$  产生了周期性小幅值振荡。而观察PID控制实验结果,功角与相对转速都出现了明显的振荡现象,控制效果不佳。实验2说明,对于大干扰信号,  $H_\infty$  最优励磁控制器  $u$  同样能够有效抑制大干扰信号,且能快速使系统正常工作。

通过实验1和实验2,证明了采用本文设计的励

磁控制器能够有效抑制各种干扰信号,同时使得系统快速稳定到平衡点,使得系统能够安全、稳定工作。

## 4 结束语

本文针对单机无穷大电力系统,提出了一种基于平方和方法的策略迭代 $H_\infty$ 励磁控制器设计方法。为了使平方和方法适用于电力系统励磁控制器设计,利用泰勒展开将系统处理为多项式系统,并将高阶无穷小项加以考虑,重新定义干扰信号为 $d$ ,提高了控制器对参数不确定性的鲁棒性。通过对系统的适当假设和处理后,本文方法使用内-外循环的迭代方式。在给定扰动抑制率 $\gamma$ 的情况下,内层循环迭代通过求解HJI不等式得出Lyapunov函数以及对应的全局稳定励磁控制器;而外层循环迭代则可求解出最优扰动抑制率 $\gamma$ 值,极大地提高了系统的抗干扰能力。最后的仿真实验表明,本文设计的励磁控制器可以在系统持续受到干扰信号的影响下,功角 $\delta$ 、相对转速 $\omega$ 快速稳定到工作点。由于设计过程中没有考虑干扰信号 $d$ 的具体形式,因此本文方法对参数不确定性、建模误差和测量噪声在鲁棒性能上的提升效果明显。文中所述方法基于平方和理论,因此对于电力系统等非线性非多项式的应用提出了挑战;其次,繁重的计算负担也限制了平方和的应用。因此,平方和理论的发展成为克服这些问题的关键。

## 参考文献:

- [1] 陈珩,陈怡,万秋兰,等. 电力系统稳态分析[M]. 北京:中国电力出版社,2015.  
CHEN Heng, CHEN Yi, WAN Qiulan, et al. Power system steady state analysis [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2015.
- [2] KUNDUR P, PASERBA J, AJJARAPU V, et al. Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(3):1387-1401.
- [3] 杨冠城. 电力系统自动装置原理[M]. 北京:中国电力出版社,2012:44-49.  
YANG Guancheng. Principle of power system automatic device [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2012:44-49.
- [4] ZHAO Hongshan, LAN Xiaoming, ZHAO Junkai, et al. Research on voltage nonlinear hierarchical prediction control of power system[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2016, 36(15):4162-4171.
- [5] DING Jianshun, WANG Qing, XIANG Li, et al. Stability analysis of power system with under-excitation limiter in generator excitation control system [C]//International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. [S. l.]: IEEE, 2016:840-843.
- [6] JIAO Ningfei, LIU Weiguo, MENG Tao, et al. Research on excitation control methods for the two-phase brushless exciter of wound-rotor synchronous starter/generators in the starting mode[C]//Applied Power Electronics Conference and Exposition, [S. l.]: IEEE, 2016:2776-2781.
- [7] PARRILO P A. Structured semidefinite programs and semi-algebraic geometry methods in robustness and optimization[D]. California: California Institute of Technology, 2000.
- [8] BLEKHERMAN G, PARRILO P A, THOMAS R R. Semidefinite optimization and convex algebraic geometry[M]. [S. l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2012.
- [9] SUMMERS T H, KUNZ K, KARIOTOGLOU N, et al. Approximate dynamic programming via sum of squares programming [C] // Control Conference (ECC), 2013 European. [S. l.]: IEEE, 2013:191-197.
- [10] JIANG Yu, JIANG Zhongping. Global adaptive dynamic programming for continuous-time nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(11):2917-2929.
- [11] ANGHEL M, MILANO F, PAPACHRISTODOULOU A. Algorithmic construction of Lyapunov functions for power system stability analysis[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2013, 60(9): 2533-2546.
- [12] 卢强, 孙元章. 电力系统非线性控制[M]. 2版. 北京:科学出版社,2008.  
LU Qiang, SUN Yuanzhang. Nonlinear control for electrical power system-second edition[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [13] 卢强,梅生伟,申铁龙,等. 非线性 $H_\infty$ 励磁控制器的逆推设计[J]. 中国科学[E辑], 2000, 30(1):70-78.  
LU Qiang, MEI Shengwei, SHEN Tielong, et al. Recursive design of nonlinear  $H_\infty$  excitation controller[J]. Science in China [Series E], 2000, 30(1):70-78.
- [14] SCHAFT A, VAN Der J.  $L_2$ -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 37(6):770-784.
- [15] ABU-KHALAF M, LEWIS F L, HUANG J. Policy iterations on the Hlamilton-Jacobi-Isaacs equation for state feedback control with input saturation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(12): 1989-1995.
- [16] PRAJNA S, PAPACHRISTODOULOU A, WU F. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach[J]. Proceedings of the Asian Control Conference, 2004,5(1):157-165.

