

DOI:10.16356/j.1005-2615.2018.02.011

计入静位移作用的粘弹阻尼器双线性迟滞模型

吴靖¹ 胡国才¹ 刘湘一¹ 于仁业²

(1. 海军航空大学航空基础学院,烟台,264001;2. 中航工业哈尔滨飞机工业集团有限责任公司,哈尔滨,150066)

摘要:在传统的粘弹阻尼器双线性迟滞模型基础上,为了便于参数识别,将滑移迟滞恢复力等效成黏性阻尼力与分段线性弹性力的联合作用,引入指数衰减函数表征弹性力及阻尼力随激振幅值的变化规律,并导出了带静位移的粘弹阻尼器复模量计算模型。提出一种结合复模量及迟滞回线进行参数识别的方法,并通过实例验证了改进模型的准确性及参数识别法的有效性。分析了静位移对迟滞回线及复模量的影响,结果表明:静位移的变化使得迟滞回线沿弹性力曲线移动,并由于非线性刚度的影响,迟滞回线的形状也发生了变化;在模型采用奇次弹性力和线性黏性阻尼力的条件下,储能模量随着静位移的变化成偶次函数的趋势变化,而耗能模量则不受静位移的影响;静位移对储能模量和耗能模量的影响源于粘弹阻尼器刚度和阻尼关于位移的非线性特性。

关键词:直升机;粘弹阻尼器;双线性;静位移;迟滞回线;复模量

中图分类号:V275;TH113 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2018)02-0221-06

Bilinear Hysteresis Model of Elastomeric Damper with Static Shift

WU Jing¹, HU Guocai¹, LIU Xiangyi¹, YU Renye²

(1. Aeronautical Foundation College, Naval Aviation University, Yantai, 264001, China;

2. Harbin Aircraft Industry Group Co. Ltd, Aviation Industry of China, Harbin, 150066, China)

Abstract:Based on traditional bilinear hysteresis model of elastomeric damper, slide hysteresis force can be equivalent to viscous damping force and piecewise linear elastic force for identifying parameters easily, and decaying exponential function is introduced to indicate the changing rule of elastic force and damping force with excitation amplitude. Complex modulus model is established for elastomeric damper with static shift, and a parameter identification method on the basis of complex modulus and hysteresis loop is presented. Then the accuracy of improved model and effectiveness of parameter identification method are all validated by numerical examples. The influence of static shift on hysteresis loop and complex modulus are analyzed. The results show that: hysteresis loop moves along the elastic force curve with static shift changing, and the form of hysteresis loop changes on account of nonlinear stiffness. When the model uses odd order elastic force and linear damping force, storage modulus appears even order function changing with static shift, and loss modulus is invariant. The influence of static shift on storage modulus and loss modulus is attributed to nonlinear stiffness and damping with displacement.

Key words: helicopter; elastomeric damper; bilinear; static shift; hysteresis loop; complex modulus

粘弹阻尼器以其结构简单、质量较轻、可靠性高及易于维护等特点,广泛应用于无铰式、无轴承式及星型柔性旋翼直升机。粘弹阻尼器具有迟滞

非线性特性,为了减小巡航飞行时粘弹阻尼器的变形量,降低旋翼结构及阻尼器载荷,旋翼设计时一般要设置桨叶预掠角,使巡航飞行时桨叶的平均摆

收稿日期:2017-12-15;修订日期:2018-02-15

通信作者:胡国才,男,教授,博士生导师,E-mail:guocaihu1@sina.com。

引用格式:吴靖,胡国才,刘湘一,等. 计入静位移作用的粘弹阻尼器双线性迟滞模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2018,50(2):221-226. WU Jing, HU Guocai, LIU Xiangyi, et al. Bilinear hysteresis model of elastomeric damper with static shift[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018,50(2):221-226.

振角近似与预掠角相等,从而消除阻尼器的静态位移及由此带来的阻尼器静态载荷。在地面低总距运转时,由于桨叶摆振面气动阻力很小,桨叶平均摆振角小于桨叶预掠角;而大总距飞行时,桨叶平均摆振角大于桨叶预掠角,使得直升机在许多工作状态下粘弹阻尼器都存在一定的静态位移。因此,在粘弹阻尼器动力学建模时有必要考虑静位移的影响,使之既能准确预估其复模量,又能较好反映迟滞特性,且适用于宽幅值范围的直升机动力学分析。

对称循环作用下粘弹性材料的动力学特性,首先采用标准机械模型来表征^[1],标准机械模型由弹簧与粘壶串联和并联的组合表示。基于标准机械模型,文献[2]中提出了分数导数模型,该模型用 Abel 体代替标准机械模型中的粘壶。直升机动力学研究中使用较多的非线性模型有:Lesieutre 等^[3]为了描述粘弹性材料作一维剪切运动时的频率特性和温度特性,基于热不可逆原理建立了滞弹性位移场(Anelastic displacement fields, ADF)模型。Smith 等^[4]根据具体实验结果给出了表征非线性刚度和阻尼的函数形式。Brackbill 等^[5]通过并联滑移副(摩擦阻尼与线性弹簧串联)提高复模量随激振幅值和频率变化的准确性。李锐锐等在此基础上通过温度传递函数计入温度变化对粘弹材料的影响^[6],并引入几何非线性弹簧模块提高模型对不同刚度变化规律粘弹材料的适应性^[7]。Caughy^[8]为描述结构的迟滞非线性提出了双线性迟滞模型。Bouc^[9]为改善其精度提出了光滑迟滞模型。Wen^[10]则在此基础上进行改进使模型能更好地描述迟滞结构的周期加载特性。Felker 等^[11]根据实验数据,提出了一种基于干摩擦的非线性固体(Voigt-klevin solid, VKS)模型。Kunz 等^[12]为了消除位移或速度零位处的载荷突变,将刚度和阻尼表示成位移的多项式形式。胡国才等^[13]给出了该模型中频率参量的计算形式,使得模型能适用双频激振下的复模量预估。ADF 模型和光滑迟滞模型由于其参数物理意义不明确^[14],一般采用智能算法一次性整体识别,容易产生病态解。基于复模量识别的 VKS 模型不能很好地预估时域响应,而基于时域响应识别的 VKS 模型却难以描述幅变特性^[12]。关于静位移对粘弹阻尼器性能影响的研究较少,文献[4, 15]进行了不同静位移下复模量及迟滞回线理论值和实验值的对比,但仅是作为模型准确性的验证,并没有对其影响机理进行深入分析。

在传统的双线性迟滞模型基础上,为了便于参数识别,本文将滑移迟滞恢复力等效成黏性阻尼力

与分段线性弹性力的联合作用,引入指数函数表征弹性力及阻尼力随激振幅值的变化规律,并给出了带静位移的复模量计算模型。提出一种结合复模量及迟滞回线的参数识别法,并通过数值仿真分析了静位移对复模量及迟滞回线的影响。

1 粘弹阻尼器建模

1.1 改进的双线性迟滞模型

一般的双线性迟滞模型中,粘弹阻尼器恢复力包括高次弹性力、线性黏性阻尼力以及滑移记忆恢复力,具体表示为

$$\begin{cases} f(x, \dot{x}) = \sum_{i=1}^n k_i x^i + c\dot{x} + z \\ dz = \frac{k_s}{2} [1 + \text{sgn}(z_s - z)] dx \end{cases} \quad (1)$$

式中: $f(x, \dot{x})$ 为与阻尼器位移 x 和速度 \dot{x} 有关的恢复力; k_i 为第 i 阶弹性力系数; n 为弹性力阶次; c 为阻尼力系数; z 为滑移恢复力; k_s 为滑移线性刚度; z_s 为滑移极限恢复力; $x_s = z_s/k_s$ 为滑移极限位移。

实验结果显示^[14],粘弹阻尼器弹性力呈明显的奇次特征,所以弹性力只取奇次项,而耗能模量与激振频率关系不大,采用文献[11]的方法对阻尼力进行处理。另外,为了便于参数识别,可将滑移恢复力等效成黏性阻尼力与分段线性弹性力的联合作用,具体如图1所示。

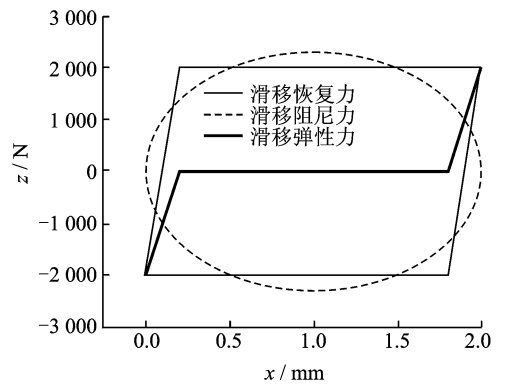


图1 滑移恢复力等效简图

Fig. 1 Diagram of slide hysteresis force

在周期激振 $x = x_0 + \delta \cos \omega t$ 作用下,阻尼器恢复力为

$$f(x, \dot{x}) = \sum_{i=1}^{\text{ceil}(n/2)} k_{2i-1} x^{2i-1} + c \frac{\dot{x}}{\omega} + c_s \frac{\dot{x}}{\omega} + z_k \quad (2)$$

$$z_k = \begin{cases} \frac{k_s}{2} (x - x_0 - \delta + 2x_s) & x - x_0 > \delta - 2x_s \\ \frac{k_s}{2} (x - x_0 + \delta - 2x_s) & x - x_0 < 2x_s - \delta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

式中: x_0 为静位移; δ 为激振幅值; ω 为激振频率;

$\text{ceil}(\cdot)$ 为向上取整函数。

滑移恢复力阻尼系数可根据耗能等效原则求得

$$c_s = \frac{4z_s}{\pi\delta} \left(1 - \frac{x_s}{\delta}\right) \quad (3)$$

令 $c_e = c + c_s$, 且弹性力及阻尼力均与激振幅值相关, 本文引进关于激振幅值的指数衰减函数表征这一关系, 改进后恢复力为

$$f(x, \dot{x}) = \sum_{i=1}^{\text{ceil}(n/2)} (1 + a_{2i-1} e^{-\delta/p}) k_{2i-1} x^{2i-1} + (1 + b e^{-\delta/q}) c_e \frac{\dot{x}}{\omega} + z_k \quad (4)$$

式中: a_i, p 和 b, q 分别为弹性力和阻尼力的指数衰减函数系数。

另据实验数据观察发现, 滑移极限恢复力和滑移极限位移与激振幅值近似成线性关系, 可表示为 $z_s = k_z \delta$ 和 $x_s = k_x \delta$ 。

经推导可得粘弹阻尼器复模量为

$$\begin{cases} G' = \sum_{i=1}^{\text{ceil}(n/2)} (1 + a_{2i-1} e^{-\delta/p}) k_{2i-1} \cdot \\ \sum_{j=1}^i \frac{(2j)!}{2^{2j-1} (j!)^2} C_{2i-1}^{2j} x_0^{2i-2j} \delta^{2j-2} + k_z \\ G'' = (1 + b e^{-\delta/q}) c_e \end{cases} \quad (5)$$

式中: G', G'' 分别为储能模量和耗能模量。

1.2 模型参数识别

文中所用实验数据由哈飞提供, 环境温度为 $20^\circ \pm 3^\circ$, 激振频率 3 Hz 为某型直升机旋翼桨叶的摆振固有频率, 静位移为 6 mm, 激振幅值为 0.5~6 mm。

采用分离识别法, 依次对弹性力及阻尼力系数和滑移系数进行模型参数识别。

1.2.1 数据拟合

为了获取各参数识别所需的数据, 首先对识别样本的迟滞回线进行多项式拟合, 得到正向和反向的恢复力分别为

$$\begin{cases} f_h(x) = \sum_{i=0}^N k_{hi} x^i \\ f_l(x) = \sum_{i=0}^N k_{li} x^i \end{cases} \quad (6)$$

式中: $f_h(x)$ 和 $f_l(x)$ 分别为正向和反向拟合恢复力; k_{hi} 和 k_{li} 分别为第 i 阶正向和反向拟合系数; N 为拟合阶次。

1.2.2 弹性力系数识别

采用指数衰减函数 $G' = y_0 + A e^{-\delta/p}$ 拟合不同激振幅值下的储能模量, 可识别指数函数系数 p , 拟合情况如图 2 所示。

选取最小和最大激振幅值两种情况, 根据式 (6) 计算得到弹性力数据 $[f_h(x) + f_l(x)]/2$, 分别进行奇次多项式识别可得

$$\begin{cases} f_{k1}(x) = \sum_{i=1}^{\text{ceil}(n/2)} k_{1,2i-1} x^{2i-1} \\ f_{k2}(x) = \sum_{i=1}^{\text{ceil}(n/2)} k_{2,2i-1} x^{2i-1} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $f_{k1}(x)$ 和 $f_{k2}(x)$ 分别为最小和最大激振幅值时的拟合弹性力; $k_{1,i}$ 和 $k_{2,i}$ 分别为最小和最大激振幅值时的第 i 阶拟合系数。可得在上述最小和最大激振幅值范围内弹性力系数和指数衰减函数系数为

$$\begin{cases} k_{2i-1} = \frac{e^{-\delta_1/p} k_{2,2i-1} - e^{-\delta_2/p} k_{1,2i-1}}{e^{-\delta_1/p} - e^{-\delta_2/p}} \\ a_{2i-1} = \frac{k_{1,2i-1} - k_{2,2i-1}}{e^{-\delta_1/p} k_{2,2i-1} - e^{-\delta_2/p} k_{1,2i-1}} \end{cases} \quad (8)$$

式中: δ_1, δ_2 分别为最小和最大激振幅值。

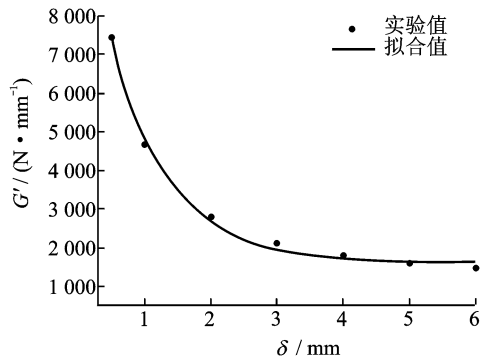


图 2 储能模量拟合结果

Fig. 2 Fitting result of storage modulus

1.2.3 阻尼力系数识别

采用指数衰减函数 $G'' = (1 + b e^{-\delta/q}) c_e$ 拟合不同激振幅值下的耗能模量, 可识别指数函数系数 b, q 以及阻尼力系数 c_e , 拟合情况如图 3 所示。

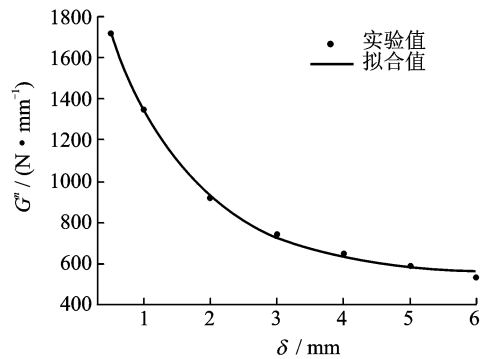


图 3 耗能模量拟合结果

Fig. 3 Fitting result of dissipation modulus

1.2.4 滑移系数识别

滑移极限恢复力可根据位移两端弹性力的实验值与理论值的差值求得

$$z_s = f_k(x_0 - \delta) - \frac{f_h(x_0 - \delta) + f_l(x_0 - \delta)}{2} =$$

$$\frac{f_h(x_0 + \delta) + f_l(x_0 + \delta)}{2} - f_k(x_0 + \delta) \quad (9)$$

式中: $f_k(x)$ 为代入式(8)系数后计算所得的弹性力。

根据不同激振幅值下的滑移极限恢复力拟合函数 $z_s = k_z \delta$, 可识别系数 k_z , 拟合情况如图4所示。

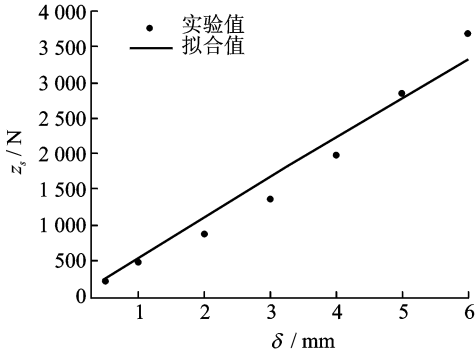


图4 滑移极限恢复力拟合结果

Fig. 4 Fitting result of slide limit hysteresis force

滑移极限位移则根据实际弹性力曲线与理论计算曲线位于静位移 x_0 两侧的分离点位置确定

$$x_s = \delta - x_0 + x_1 = \delta + x_0 - x_2 \quad (10)$$

式中: x_1 和 x_2 分别为 x_0 左右两侧分离点的位移。

根据不同激振幅值下的滑移极限位移拟合函数 $x_s = k_x \delta$, 可识别系数 k_x , 拟合情况如图5所示。

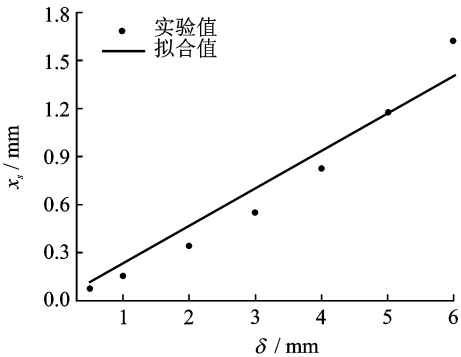


图5 滑移极限位移拟合结果

Fig. 5 Fitting result of slide limit displacement

2 实例验证

某型粘弹阻尼器在不同动幅值激振下的迟滞回线如图6所示。

由图6可知, 阻尼器刚度非线性使得在静位移的影响下位于 x_0 两侧迟滞回线不对称。动幅值为6 mm时, 由于静位移也为6 mm, 使得图中A点速度为0时位移也为0, 但此时还有负的作用力, 由式(2)可知是滑移副产生的恢复力。

弹性力一般取至五阶就能满足精度要求, 按照

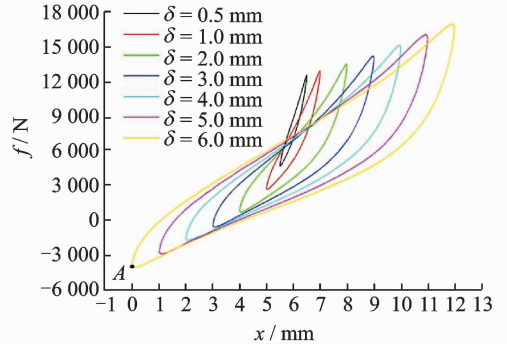


图6 不同激振幅值下的迟滞回线

Fig. 6 Hysteresis loops with various excitations

1.2节所述的方法识别所得的参数为: $a_1 = -0.3462$, $a_3 = -5.087$, $a_5 = -57.83$, $p = 0.7982$, $k_1 = 307.6$, $k_3 = 11.76$, $k_5 = -0.0468$, $b = 3.103$, $q = 1.367$, $c_e = 541.8$, $k_z = 505.6$, $k_x = 0.2348$ 。

2.1 迟滞回线验证

识别弹性力系数时采用的是激振幅值为0.5, 6 mm两种情况下的实验数据, 因此选择激振幅值为1, 3, 5 mm三种情况进行迟滞回线验证, 结果如图7所示。

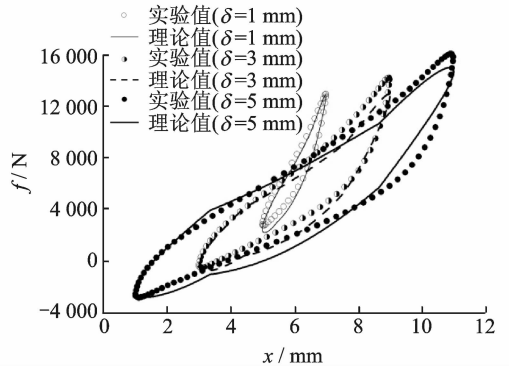


图7 迟滞回线对比结果

Fig. 7 Comparison of hysteresis loops

由图7可知, 3种激振情况下迟滞回线的理论值与实验值吻合较好, 验证了识别激振幅值范围内所建时域模型式(4)的准确性。

2.2 复模量验证

采用式(5)对不同激振幅值下的复模量进行计算, 并与实验值对比如图8所示。

由于阻尼系数是直接通过拟合耗能模量数据进行识别的, 因此耗能模量的理论值与实验值吻合度较高。而储能模量的吻合度没有耗能模量高, 但误差均在10%以内, 从而验证了复模量计算模型式(5)的准确性。

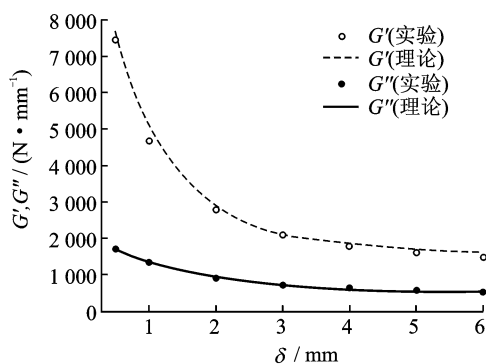


图 8 复模量对比结果

Fig. 8 Comparison of complex modulus

3 静位移的影响

3.1 静位移对迟滞回线的影响

选取激振幅值为 3 mm,对静位移为 -6~6 mm 下的迟滞回线进行计算,结果如图 9 所示。

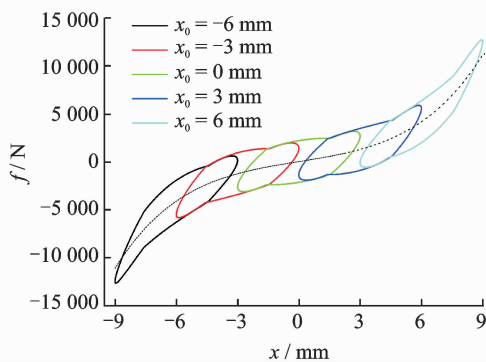


图 9 不同静位移下的迟滞回线

Fig. 9 Hysteresis loops with various static shifts

由图 9 可知,当静位移改变时,迟滞回线将沿着弹性力曲线移动,由于非线性刚度的影响迟滞回线的形状也会发生变化。

3.2 静位移对复模量的影响

选取激振幅值分别为 0.5,3,6 mm 三种情况,对静位移为 -6~6 mm 下的复模量进行计算,结果如图 10 所示。

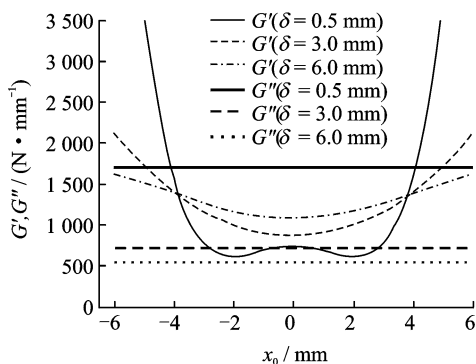


图 10 不同静位移下的复模量

Fig. 10 Complex modulus with various static shifts

由图 10 可知,随着静位移的改变储能模量呈类似偶次函数的趋势变化,而耗能模量则保持常值不变状态。其中,激振幅值为 0.5 mm 时的结果与文献[4]中复模量实验数据的变化趋势吻合。由式(4)可知,因为模型采用奇次弹性力,刚度关于位移具有偶次函数形式,使得储能模量关于静位移具有偶次函数形式,如式(5)所示。而耗能模量则因模型采用线性黏性阻尼力,使得阻尼不随位移变化,因而耗能模量不受静位移的影响。经分析可知,静位移对复模量的影响源于粘弹阻尼器刚度和阻尼关于位移的非线性特性。

4 结 论

通过实例验证了改进模型的准确性及参数识别法的有效性。分析了静位移对迟滞回线及复模量的影响,主要得到以下结论:

(1) 静位移的变化使得迟滞回线沿弹性力曲线移动,并由于非线性刚度的影响迟滞回线的形状也发生了变化。

(2) 在模型采用奇次弹性力和线性黏性阻尼力的条件下,储能模量随着静位移的变化呈偶次函数的趋势变化,而耗能模量则不受静位移的影响。

(3) 静位移对储能模量和耗能模量的影响源于粘弹阻尼器刚度和阻尼关于位移的非线性特性。

参考文献:

[1] 牛秉彝,王元有,黄人骏. 高聚物粘弹及断裂性能[M]. 北京:国防工业出版社,1991:6-7.
 NIU Bingyi, WANG Yuanyou, HUANG Renjun. High polymer viscoelastic and fracture property[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1991: 6-7.
 [2] ROSSIKHIN Y A, SHITIKOVA M V. Application of fraction calculus to dynamic problems of linear and nonlinear hereditary mechanics of solid[J]. Applied Mechanics Reviews, 1997, 50(1): 15-67.
 [3] LESIEUTRE G A, BIANCHINI E. Time domain modeling of linear viscoelasticity using an elastic displacement fields[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1995, 117: 424-430.
 [4] SMITH E C, GOVINDSWAMY K, BCALE M R, et al. Formulation, validation, and application of a finite element model for elastomeric lag dampers [J]. Journal of the American Helicopter Society, 1996, 43 (3): 257-266.
 [5] BRACKBILL C R, LESIEUTRE G A, SMITH E C, et al. Characterization and modeling of the low strain amplitude and frequency dependent behavior of elastomeric damper materials[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2000, 47(1): 34-42.

- [6] 李锐锐, 杨卫东, 虞志浩. 直升机旋翼多层次压黏弹阻尼器多参数动力学建模与分析[J]. 航空动力学报, 2014, 29(4): 844-851.
LI Ruirui, YANG Weidong, YU Zhihao. Multiple parameters dynamic modeling and analysis of helicopter rotor multi-layer elastomeric damper[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(4): 844-851.
- [7] 李锐锐, 虞志浩, 杨卫东, 等. 直升机旋翼黏弹阻尼器时域动力学建模与分析[J]. 航空学报, 2015, 36(6): 1905-1914.
LI Ruirui, YU Zhihao, YANG Weidong, et al. A time-domain computational method for dynamic properties and analysis of helicopter rotor elastomeric damper[J]. ACTA Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(6): 1905-1914.
- [8] CAUGHEY T K. Equivalent linearization techniques [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1963, 35(11): 1706-1711.
- [9] BOUC R. Forced vibration of mechanical system with hysteresis [C]//Proceedings of 4th Conference on Nonlinear Oscillation. Prague:[s. n.], 1967.
- [10] WEN Y K. Method for random vibration of hysteretic systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1976, 102: 249-263.
- [11] FELKER F F, LAU B H, MCLAUGHLIN S, et al. Nonlinear behavior of an elastomeric lag damper undergoing dual-frequency motion and its effect on rotor dynamics[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1987, 34(4): 45-53.
- [12] KUNZ D L. Influence of elastomeric lag damper modeling on the predicted dynamic response of helicopter rotor systems[C]//Proceedings of 38th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Florida: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC, 1997: 1-11.
- [13] 胡国才, 侯志强. 一种基于复模量的粘弹减摆器非线性 VKS 改进模型[J]. 工程力学, 2005, 22(S1): 73-77.
HU Guocai, HOU Zhiqiang. An improved nonlinear VKS model of elastomeric lag damper based on its complex modulus[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(S1): 73-77.
- [14] 李冬伟, 白鸿柏, 杨建春, 等. 非线性迟滞系统建模方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(10): 205-214.
LI Dongwei, BAI Hongbai, YANG Jianchun, et al. Modeling of a nonlinear system with hysteresis characteristics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(10): 205-214.
- [15] 于佰明, 韩景龙. 一种直升机粘弹减摆器时域模型参数识别方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(3): 288-292.
YU Baiming, HAN Jinglong. A time-domain methodology for identifying model parameters of elastomeric lag dampers[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2003, 35(3): 288-292.

(编辑:孙静)

