

# 基于分布式模型预测控制的多无人机协同规避控制技术

章 豪 傅鸣毅 龚 瑞

(中国航空无线电电子研究所, 上海, 201100)

**摘要:**建立了多无人机协同规避控制模型,并提出了一种基于纳什最优的分布式模型预测控制算法。仿真结果表明,基于纳什最优的分布式模型预测控制算法有效地实现了多架无人机对障碍物的规避,并且相对于集中式模型预测控制算法减少了求解过程中的计算量,缩短了优化控制的时间,改善了系统的实时性。

**关键词:**协同规避;纳什最优;模型预测控制;实时性

**中图分类号:**V249.1      **文献标志码:**A      **文章编号:**1005-2615(2017)S-0096-07

## Cooperative Avoid Control Technology of Multi-UAV Based on Distributed Model Predictive Control Algorithm

ZHANG Hao, FU Mingyi, GONG Rui

(China National Aeronautical Radio Electronics Research Institute, Shanghai, 201100, China)

**Abstract:** Multi-UAV cooperative avoid control model is built, and a predictive control algorithm based on Nash optimality distributed model is proposed. The simulation results show that the proposed algorithm method can make the UAV avoid obstacle effectively. In additions, the calculation of proposed algorithm is reduced enormously, consequently the running time of optimal control is shortened, and the real-time of multi-UAV cooperative avoid control system is enhanced.

**Key words:** cooperative avoid; Nash optimality; model predictive control; real-time

自无人机发展以来,飞行安全始终被视为一项重要的问题,这方面研究者已做了大量的研究和实验<sup>[1]</sup>。当前应用最广的是基于地面站的空中交通管制<sup>[2]</sup>,然而,其在处理急剧增长的空中交通方面覆盖能力有限。开发包含有自主感知与规避系统、由机载计算机操纵飞行的无人机,可大大降低基于地面站的空中交通管制的负担。由于机载计算机和传感器技术的发展,这已成为未来无人机发展的趋势。

在多无人机协同执行任务过程中,多架无人机是在同一个空域执行任务的,随着任务空域内无人机数量的增多,无人机频频发生碰撞等安全事故,因此如何避免它们与其他飞行器发生碰撞已经成为了一个非常值得关注的问题。

本文首先对多无人机协同规避控制问题建模,包括无人机防碰撞保护区、无人机运动模型、多无人机协同规避控制的性能指标函数和约束条件。然后针对多无人机协同规避控制这一多目标优化控制问题,提出了一种基于纳什最优的分布式模型预测控制方法进行求解。最后通过仿真实验验证了所提出方法的有效性和优越性。

## 1 多无人机协同规避控制问题建模

多无人机协同规避控制是指根据探测到的障碍物状态信息,结合地面操控员提供的预定飞行计划、导航系统提供的本机状态信息和通过机间通信获得的相邻无人机状态信息,按照设定的性能指标函数进行评估决策,制定满足约束条件的规避策

**收稿日期:**2017-05-15; **修订日期:**2017-06-20

**通信作者:**章豪,男,工程师, E-mail: coentrao.hao@foxmail.com。

**引用格式:**章豪,傅鸣毅,龚瑞. 基于分布式模型预测控制的多无人机协同规避控制技术[J]. 南京航空航天大学学报, 2017, 49(S): 96-102. ZHANG Hao, FU Mingyi, GONG Rui. Cooperative avoid control technology of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(S): 96-102.

略,从而实现对障碍物的自主规避。

### 1.1 无人机防碰撞保护区

对于无人机防碰撞问题,通常在无人机周围设定保护区,如图 1 所示。

设无人机存在一个安全半径为  $R$  的球形保护区,只要保证无人机球形保护区不被障碍物入侵,即可实现无人机防碰撞。设无人机机载传感器的探测半径为  $R_s$ ,机载传感器周期性地对周围空环境进行扫描,可得到障碍物的当前状态信息并预测得到障碍物未来的运动状态,进而结合本机的预测状态实现碰撞冲突的检测。

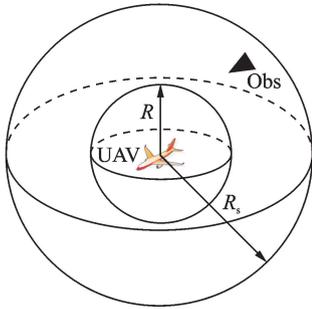


图 1 无人机防碰撞保护区

Fig. 1 UAV collision protected area

### 1.2 无人机运动模型

三维空间航迹坐标系下无人机的空速、航迹俯仰角和航迹偏航角的变化方程为<sup>[3]</sup>

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{m} [-D + (Y + T_y) \sin\beta - mg \sin\gamma] + \\ &\quad \frac{1}{m} (T_x \cos\beta \cos\alpha + T_z \cos\beta \sin\alpha) \\ \dot{\gamma} &= \frac{1}{mV} (L \cos\mu - mg \cos\gamma) - \\ &\quad \frac{1}{mV} (Y + T_y) \sin\mu \cos\beta + \\ &\quad \frac{T_x}{mV} (\sin\mu \cos\beta \cos\alpha + \cos\mu \sin\alpha) + \\ &\quad \frac{T_z}{mV} (\sin\mu \cos\beta \cos\alpha - \cos\mu \sin\alpha) \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{mV \cos\gamma} L \sin\mu + \\ &\quad \frac{1}{mV \cos\gamma} (Y + T_y) \cos\mu \cos\beta + \\ &\quad \frac{T_x}{mV \cos\gamma} (\sin\mu \sin\alpha - \cos\mu \sin\beta \cos\alpha) - \\ &\quad \frac{T_z}{mV \cos\gamma} (\sin\mu \cos\alpha + \cos\mu \sin\beta \sin\alpha) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: $\gamma, \mu, \chi$  分别为无人机的航迹俯仰角、航迹滚转角和航迹偏航角; $V$  为无人机的空速; $\alpha, \beta$  分别为无人机的迎角和侧滑角; $T_x, T_y, T_z$  分别为无人

机的推力  $T_h$  在航迹坐标系  $X$  轴、 $Y$  轴和  $Z$  轴上的分量; $Y, D, L, m$  和  $g$  分别表示无人机的侧力、阻力、升力、无人机的质量和重力加速度。

假定无人机为三维空间中一质点,其迎角  $\alpha=0$ ,侧滑角  $\beta=0$ ,侧力  $Y=0$ ,推力仅在飞机轴向,即  $T_x=T_h, T_y=0, T_z=0$ 。可将式(1)简化为

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V} &= \frac{T_x - D}{m} - g \sin\gamma = g(n_x - \sin\gamma) \\ \dot{\gamma} &= \frac{L \cos\mu}{mV} - \frac{g \cos\gamma}{V} = \frac{g}{V}(n_z - \cos\gamma) \\ \dot{\chi} &= \frac{L \sin\mu}{mV \cos\gamma} = \frac{gn_y}{V \cos\gamma} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

式中: $n_x, n_y, n_z$  分别为无人机过载  $n$  在航迹坐标系  $X$  轴、 $Y$  轴和  $Z$  轴上的分量

$$\left\{ \begin{aligned} n_x &= \frac{T_x - D}{mg} \\ n_y &= \frac{L \sin\mu}{mg} \\ n_z &= \frac{L \cos\mu}{mg} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

结合无人机的位置变化方程可得简化后三维空间内无人机的运动模型为

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x} &= V \cos\gamma \cos\chi \\ \dot{y} &= V \cos\gamma \sin\chi \\ \dot{z} &= -V \sin\gamma \\ \dot{V} &= g(n_x - \sin\gamma) \\ \dot{\gamma} &= \frac{g}{V}(n_z - \cos\gamma) \\ \dot{\chi} &= \frac{gn_y}{V \cos\gamma} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中  $x, y, z$  分别为无人机质心在地面坐标系中的投影坐标。

取无人机的状态向量和控制向量分别为  $\mathbf{X} = (x, y, z, V, \gamma, \chi)^T$  和  $\mathbf{U} = (n_x, n_y, n_z)^T$ , 此时可将无人机的状态方程表达为

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \quad (5)$$

对式(5)进行离散化,可得第  $i$  架无人机的离散时间状态方程为

$$\mathbf{X}_i(k+1) = f(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) \quad (6)$$

因此可得多无人机协同规避控制系统的离散时间状态方程为

$$\mathbf{X}(k+1) = f(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) \quad (7)$$

式中  $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{X}_1(k), \mathbf{X}_2(k), \dots, \mathbf{X}_{N_{\text{uav}}}(k)] \in \mathbf{R}^{6 \times N_{\text{uav}}}$  为所有无人机在  $k$  时刻的状态向量; $\mathbf{U}(k) = [\mathbf{U}_1(k), \mathbf{U}_2(k), \dots, \mathbf{U}_{N_{\text{uav}}}(k)] \in \mathbf{R}^{3 \times N_{\text{uav}}}$  为所有无人机在  $k$  时刻的控制向量; $N_{\text{uav}}$  为无人机的数量。

### 1.3 多无人机协同规避控制性能指标函数

多无人机协同规避控制是指在无人机及时感

知探测到的障碍物的基础上,保证每架无人机都能够以最小的控制指令复杂度自主规避障碍物,并与原飞行航迹偏离程度最小的规避路径同时到达目标点。因此,在状态向量  $\mathbf{X}(k)$  和控制向量  $\mathbf{U}(k)$  下,多无人机协同规避控制系统的总体性能指标函数可以采用  $J(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k))$  来描述。

多无人机协同规避控制系统的总体性能指标函数是一个多目标函数,综合考虑了在多无人机协同规避控制过程中无人机与障碍物防碰撞、无人机规避路径与原航线的偏离、无人机之间的协调配合和无人机控制指令的复杂度,从而分别建立了无人机与障碍物防碰撞性能指标函数  $J_{\text{obs}}(k)$ 、无人机规避路径与原航线的偏离程度性能指标函数  $J_{\text{dev}}(k)$ 、多无人机同时到达性能指标函数  $J_{\text{sim}}(k)$  和无人机控制指令复杂度性能指标函数  $J_u(k)$ ,具体形式如下。

#### (1) 无人机与障碍物防碰撞

当障碍物与无人机的相对距离小于机载传感器的探测半径  $R_s$  时,表明此时无人机已经探测到障碍物,并根据感知探测到的障碍物当前状态和预测得到的障碍物未来运动状态结合无人机自身的飞行计划进行碰撞检测。当存在碰撞冲突时,无人机应改变自身飞行计划始终保持障碍物在无人机防碰撞保护区外。因此建立无人机与障碍物防碰撞性能指标函数为

$$J_{\text{obs}}(k) = \sum_{i=1}^{N_{\text{uav}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} k_{\text{obs}} \exp\left(\frac{\|\mathbf{P}_{\text{uav}}^i(k) - \mathbf{P}_{\text{obs}}^j(k)\|_2 - R}{-\sigma_{\text{obs}}}\right) \quad (8)$$

#### (2) 无人机规避路径与原航线的偏离程度

在无人机规避障碍物时,应尽量减小规避路径与原航线的偏离程度,尽量减少油耗,尽快到达目标点。因此建立无人机规避路径与原航线的偏离程度性能指标函数为

$$J_{\text{dev}}(k) = \sum_{i=1}^{N_{\text{uav}}} k_{\text{dev}} \|\mathbf{P}_{\text{uav}}^i(k) - \mathbf{P}_{\text{goal}}\|_2 \quad (9)$$

#### (3) 多无人机同时到达

为提高多无人机协同完成任务的效率,各架无人机到达目标点的时间差应尽量小,最好做到同时到达,因此建立多无人机同时到达性能指标函数为

$$J_{\text{sim}}(k) = \sum_{i=1}^{N_{\text{uav}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{uav}}} j \neq i k_{\text{sim}} \left| \|\mathbf{P}_{\text{uav}}^i(k) - \mathbf{P}_{\text{goal}}\|_2 - \|\mathbf{P}_{\text{uav}}^j(k) - \mathbf{P}_{\text{goal}}\|_2 \right| \quad (10)$$

#### (4) 无人机控制指令复杂度

在无人机进行障碍物规避机动时,应尽量使无人机采用最少的机动完成对障碍物的规避,尽量减小无人机自动驾驶仪控制指令的复杂度,因此建立

无人机控制指令复杂度性能指标函数为

$$J_u(k) = \sum_{i=1}^{N_{\text{uav}}} \mathbf{U}^i(k)^T \mathbf{A} \mathbf{U}^i(k) \quad (11)$$

式(8~11)中: $N_{\text{uav}}$ 为无人机的数量; $N_{\text{obs}}$ 为当前时刻下第  $i$  架无人机机载传感器探测到的障碍物的数量; $\mathbf{P}_{\text{uav}}^i(k)$ 为第  $k$  时刻第  $i$  架无人机的位置; $\mathbf{P}_{\text{obs}}^j(k)$ 为第  $k$  时刻第  $j$  架无人机的位置; $\mathbf{P}_{\text{obs}}^j(k)$ 为第  $k$  时刻第  $j$  个障碍物的位置; $R$ 为无人球形保护区的半径, $\mathbf{P}_{\text{goal}}$ 为目标点位置, $k_{\text{obs}}$ , $k_{\text{dev}}$ , $k_{\text{sim}}$ 和 $\sigma_{\text{obs}}$ 为权衡常数。 $\mathbf{U}^i(k)$ 为第  $k$  时刻第  $i$  架无人机的控制指令, $\mathbf{A}$ 为正定对角矩阵,表示无人机自动驾驶仪控制指令的权重。

将上述各性能指标函数进行加权,则可得到在状态向量  $\mathbf{X}(k)$  和控制向量  $\mathbf{U}(k)$  下,多无人机协同规避控制系统的总体性能指标函数为

$$J(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) = J_{\text{obs}}(k) + J_{\text{dev}}(k) + J_{\text{sim}}(k) + J_u(k) \quad (12)$$

### 1.4 多无人机协同规避控制约束条件

在多无人机协同规避控制的飞行过程中,无人机还要受到无人机自身性能的约束、无人机之间防碰撞的约束和无人机之间通信距离的约束,具体形式如下:

#### (1) 无人机自身性能约束

无人机自身性能约束是指在无人机规避障碍物的飞行过程中,由于无人机自身机动性能的限制所产生的条件约束,主要包括无人机的速度约束和无人机的过载约束。

##### ① 无人机的速度约束

由于受无人机机动性能的限制,无人机在规避障碍物的飞行过程中存在一个最小飞行速度  $V_{\text{min}}$  和一个最大飞行速度  $V_{\text{max}}$ ,即

$$V_{\text{min}} \leq V(k) \leq V_{\text{max}} \quad (13)$$

实际中无人机的最小飞行速度和最大飞行速度并非常量,而是一个与无人机运动状态相关的因变量,但是为了降低问题的复杂度,本文将其视为常量。

##### ② 无人机的过载约束

与无人机的速度约束类似,由于受无人机机动性能的限制,无人机在规避障碍物的飞行过程中还要受到无人机过载的约束,投影到航迹坐标系各坐标轴方向上,分别为

$$n_{x\text{min}} \leq n_x(k) \leq n_{x\text{max}} \quad (14)$$

$$n_{y\text{min}} \leq n_y(k) \leq n_{y\text{max}} \quad (15)$$

$$n_{z\text{min}} \leq n_z(k) \leq n_{z\text{max}} \quad (16)$$

#### (2) 机间防碰撞约束

在多无人机协同规避控制的飞行过程中,除了要避免无人机与障碍物发生碰撞,还要保证无人机

编队内部不发生碰撞,因此设定机间防碰撞约束条件为

$$\|P_{\text{uav}}^i(k) - P_{\text{uav}}^j(k)\|_2 \geq R \quad (17)$$

(3)机间通信距离约束

在多无人机协同规避控制的飞行过程中,为了确保无人机之间能够进行信息共享,编队内各无人机之间应该保持在机间通信距离内。本文假设多无人机协同感知与规避系统采用完全分布式通信结构,即每架无人机均与编队内其他无人机进行信息共享,因此设定机间通信距离约束条件为

$$\|P_{\text{uav}}^i(k) - P_{\text{uav}}^j(k)\|_2 \leq R_{\text{com}} \quad (18)$$

式中  $R_{\text{com}}$  为无人机之间的最大通信距离。

### 1.5 多无人机协同规避控制优化模型

基于上述建立的多无人机协同规避控制系统的离散时间状态方程、多无人机协同规避控制的总体性能指标函数和约束条件,可以得到  $k$  时刻多无人机协同规避控制的优化模型为

$$U^*(k) = \arg \min_{U(k)} J(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k))$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \mathbf{X}(k+1) = f(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) \\ \mathbf{X}(k) \in \mathbf{E} \\ \mathbf{U}(k) \in \mathbf{\Theta} \\ G(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) \leq 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $U^*(k)$  为所求解的最优控制输入;  $\mathbf{X}(k+1) = f(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k))$  为无人机的状态转移方程;  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{\Theta}$  分别表示无人机的可行状态集和容许输入集;  $G(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) \leq 0$  代表各类约束条件。

## 2 基于纳什最优的分布式模型预测控制算法

### 2.1 分布式模型预测控制

设预测时域长度为  $N$ ,则在  $k$  时刻预测时域内的状态序列和控制序列分别为

$$\tilde{\mathbf{X}}(k) = [\mathbf{X}(k|k), \mathbf{X}(k+1|k), \dots, \mathbf{X}(k+N-1|k)] \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}(k) = [\mathbf{U}(k|k), \mathbf{U}(k+1|k), \dots, \mathbf{U}(k+N-1|k)] \quad (21)$$

假设协同规避控制系统在状态向量  $\tilde{\mathbf{X}}(k)$  和控制向量  $\tilde{\mathbf{U}}(k)$  下的性能指标为  $J(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k))$ ,则在预测时域内,多无人机协同规避控制的总体性能指标函数为

$$J(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k)) = \sum_{\tau=0}^{N-1} J(\mathbf{X}(k+\tau|k), \mathbf{U}(k+\tau|k)) \quad (22)$$

基于上述建立的多无人机协同规避控制系统的离散时间状态方程、多无人机协同规避控制的总体性能指标函数和约束条件,从而可以得到  $k$  时刻多无人机协同规避控制系统的集中式模型预测控

制优化模型为

$$\tilde{\mathbf{U}}^*(k) = \arg \min_{\tilde{\mathbf{U}}(k)} J(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k))$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \mathbf{X}(k+\tau+1|k) = f(\mathbf{X}(k+\tau|k), \mathbf{U}(k+\tau|k)) \\ \mathbf{X}(k|k) = \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{X}(k+\tau|k) \in \mathbf{E} \\ \mathbf{U}(k+\tau|k) \in \mathbf{\Theta} \\ G(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k)) \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{U}}^*(k)$  为所求解的最优控制输入序列;  $\tau=0, 1, \dots, N-1$ ;  $\mathbf{X}(k|k) = \mathbf{X}(k)$  为预测的初始状态;  $\mathbf{X}(k+\tau+1|k) = f(\mathbf{X}(k+\tau|k), \mathbf{U}(k+\tau|k))$  为无人机的状态转移方程;  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{\Theta}$  分别表示无人机的可行状态集和容许输入集;  $G(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k)) \leq 0$  代表各类约束条件。

将最优控制输入序列  $\tilde{\mathbf{U}}^*(k)$  的第 1 项作为  $k$  时刻的最优控制输入,即  $\mathbf{U}(k) = \mathbf{U}^*(k|k)$ ,根据此最优控制输入可以在线规划出无人机的规避路径,从而实现无人机的规避控制,直到  $k+1$  时刻,基于新的状态信息和空域环境信息,重复上述优化求解过程。

由上述集中式模型预测控制优化模型可见,集中式模型预测控制方法对系统进行统一建模,并且优化求解的过程要求在中央节点进行,然后统一为各架无人机分配最优控制输入。集中式模型预测控制方法能够实现全局最优控制并具有较强的协同能力,但随着无人机数量的增加,变量数目也将剧增,求解过程中的计算量及通信量巨大<sup>[4]</sup>。

由于多无人机协同规避控制系统由多架独立的无人机个体组成,而每架无人机之间的动态特性是解耦的,即不同无人机是相对独立控制的,它们在系统的动态特性上并没有关联,只是通过共同的任务和约束而发生作用,同时无人机之间存在通信连接,可以相互交换信息和进行协调,所以本文采用分布式模型预测控制方法<sup>[6]</sup>,每架无人机均有各自的模型预测控制器,每个控制器之间可以进行信息交换,信息为每架无人机的状态信息和控制器的解信息,从而实现多无人机之间的协同规避控制。

在多无人机协同规避控制系统的分布式模型预测控制优化模型中,整体系统的性能由所有无人机的子系统来共同描述。

则多无人机协同规避控制系统的总体性能指标函数可分解为

$$J(\tilde{\mathbf{X}}(k), \tilde{\mathbf{U}}(k)) = \sum_{i=0}^{N_{\text{uav}}} \lambda_i J_i(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)) \quad (24)$$

式中:  $\lambda_i$  为权重;  $\tilde{\mathbf{X}}_i(k)$  和  $\tilde{\mathbf{U}}_i(k)$  分别为第  $i$  架无人机的  $N$  步预测状态序列和  $N$  步预测控制序列;  $\tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k)$  和  $\tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)$  分别为其余无人机的  $N$  步预测状态序列集合和  $N$  步预测控制序列集合, 其具体形式为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{X}}_i(k) = [\mathbf{X}_i(k|k), \mathbf{X}_i(k+1|k), \dots, \\ \quad \mathbf{X}_i(k+N-1|k)] \\ \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k) = \{\tilde{\mathbf{X}}_j(k) | j \neq i\}, j=1, 2, \dots, N_{\text{uav}} \\ \tilde{\mathbf{U}}_i(k) = [\mathbf{U}_i(k|k), \mathbf{U}_i(k+1|k), \dots, \\ \quad \mathbf{U}_i(k+N-1|k)] \\ \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k) = \{\tilde{\mathbf{U}}_j(k) | j \neq i\}, j=1, 2, \dots, N_{\text{uav}} \end{cases} \quad (25)$$

因此, 可将多无人机协同规避控制系统的集中式模型预测控制优化模型分解为  $N_{\text{uav}}$  个局部模型预测控制优化模型, 每个局部模型预测控制优化模型对应一架无人机, 则对于第  $i$  架无人机子系统, 其局部模型预测控制优化模型为

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\tilde{\mathbf{U}}_i(k)} J_i(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)) \\ & \text{s. t.} \begin{cases} \mathbf{X}_i(k+\tau+1|k) = \\ \quad f_i(\mathbf{X}_i(k+\tau|k), \mathbf{U}_i(k+\tau|k)) \\ \mathbf{X}_i(k|k) = \mathbf{X}_i(k) \\ \mathbf{X}_i(k+\tau|k) \in \Xi \\ \mathbf{U}_i(k+\tau|k) \in \Theta \\ G(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{U}}_i^*(k)$  为所求解的最优控制输入序列;  $\tau=0, 1, \dots, N-1$ ;  $\mathbf{X}_i(k|k) = \mathbf{X}_i(k)$  为第  $i$  架无人机预测的初始状态;  $\mathbf{X}_i(k+\tau+1|k) = f_i(\mathbf{X}_i(k+\tau|k); \mathbf{U}_i(k+\tau|k))$  为第  $i$  架无人机的状态转移方程;  $G(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)) \leq 0$  代表第  $i$  架无人机的各类约束条件。

可以看出, 在分布式模型预测控制优化模型中, 由于每架无人机之间都可以进行信息交换, 则每架无人机都可以通过机间通信获得其他无人机的预测状态序列集合  $\tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k)$  和预测控制序列集合  $\tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}(k)$ 。因此, 第  $i$  架无人机的局部模型预测控制优化模型仅与本机预测状态序列  $\tilde{\mathbf{X}}_i(k)$  和预测控制序列  $\tilde{\mathbf{U}}_i(k)$  相关, 求解过程中的计算量相对于集中式模型预测控制优化模型大大减少, 对该局部模型预测控制优化模型求解即可得到第  $i$  架无人机的最优控制输入序列。

## 2.2 基于纳什最优的分布式模型预测控制

本文考虑网络通信允许各无人机在每个决策时刻进行多次信息交换, 提出一种基于纳什最优的分布式模型预测控制方法对局部模型预测控制优

化模型进行求解。

纳什最优最早由 Nash 于 1950 年提出, 用于解决多目标多人的合作博弈问题<sup>[7]</sup>。多无人机协同规避控制问题本质上也是一个多目标多人的合作博弈问题, 则针对多无人机协同规避控制问题的纳什最优定义为: 控制序列  $\tilde{\mathbf{U}}^*(k) = \{\tilde{\mathbf{U}}_1^*(k), \tilde{\mathbf{U}}_2^*(k), \dots, \tilde{\mathbf{U}}_{N_{\text{uav}}}^*(k)\}$ , 如果对于任意无人机  $\forall i$  的任意控制序列  $\forall \tilde{\mathbf{U}}_i(k)$  都满足满足式 (27), 则称  $\tilde{\mathbf{U}}^*(k)$  为整个多无人机协同规避控制系统的纳什最优控制序列。

$$\begin{aligned} & J_i(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i^*(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}^*(k)) \leq \\ & J_i(\tilde{\mathbf{X}}_i(k), \tilde{\mathbf{X}}_{j \neq i}(k), \tilde{\mathbf{U}}_i(k), \tilde{\mathbf{U}}_{j \neq i}^*(k)) \end{aligned} \quad (27)$$

首先, 每架无人机对  $k$  时刻的初始控制序列进行预估, 并通过网络通信将其发送给其他无人机, 每架无人机在获得其他无人机控制序列的基础上, 求解出本机的最优控制序列。

然后, 每架无人机将求出的最优控制序列与上次计算得到的序列进行比较, 检查是否需要继续迭代, 并将最新的最优控制序列发送给其他无人机。如果两次求解结果的偏差高于设定的迭代停止门限, 说明整个系统未达到纳什均衡, 进一步调整可以使局部和整体性能变得更好, 因此需要继续迭代直到两次求解结果的偏差低于设定的迭代停止门限。当两次求解结果的偏差低于设定的迭代停止门限时, 说明整个多无人机协同规避控制系统达到纳什均衡, 此时每架无人机的最优控制序列即为纳什最优控制序列。

至此, 基于纳什最优的分布式模型预测控制方法的流程可以归结如下。

**步骤 1** 令迭代次数  $p=0$ , 在  $k$  时刻, 每架无人机对其初始控制序列进行预估, 并通过网络通信将各自的初始控制序列  $\tilde{\mathbf{U}}_i^p(k)$  发送给其他无人机。

**步骤 2** 令  $p=p+1$ , 每架无人机并行求解各自的局部模型预测控制优化模型, 得到此次迭代的最优控制序列  $\tilde{\mathbf{U}}_i^p(k)$ 。

**步骤 3** 每架无人机检查此次迭代的最优控制序列是否满足下述结束条件, 即

$$\|\tilde{\mathbf{U}}_i^p(k) - \tilde{\mathbf{U}}_i^{p-1}(k)\|_{\infty} \leq \epsilon \quad (28)$$

式中  $\epsilon$  为迭代停止门限。

如果所有的无人机都满足该条件, 则终止迭代求解, 并转到步骤 4; 否则, 如果某一架无人机没有满足该条件, 则所有无人机将各自的最优控制序列  $\tilde{\mathbf{U}}_i^p(k)$  通过网络通信发送给其他无人机, 并转到步骤 2。

**步骤 4** 每架无人机取此时最优控制序列的第 1 项作为其最优控制输入, 即

$$\mathbf{U}_i^p(k) = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}] \cdot \tilde{\mathbf{U}}_i^p(k) \quad (29)$$

**步骤 5** 判断控制方法是否继续执行,如果是,令  $k=k+1$ ,返回步骤 1;否则,结束控制方法。

### 3 仿真与结果分析

针对 3 架无人机共同前往目标点飞行过程中规避空域中移动障碍物的实例进行仿真分析。假设无人机 1 初始位置为  $[200 \text{ m}, 0 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ ,初始速度为  $50 \text{ m/s}$ ,初始俯仰角为  $0$ ,初始航向角为  $0$ ;无人机 2 初始位置为  $[0 \text{ m}, 200 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ ,初始速度为  $50 \text{ m/s}$ ,初始俯仰角为  $0$ ,初始航向角为  $0$ ;无人机 3 初始位置为  $[200 \text{ m}, 0 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ ,初始速度为  $50 \text{ m/s}$ ,初始俯仰角为  $0$ ,初始航向角为  $0$ ;目标点位置为  $[6000 \text{ m}, 0 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$ 。

取采样周期为  $1 \text{ s}$ ,预测时域长度为  $5$ ,仿真时

间为  $100 \text{ s}$ ,无人机球形保护区半径为  $100 \text{ m}$ ,无人机机间最大通信距离为  $800 \text{ m}$ ,无人机速度限定在  $[20 \text{ m/s}, 80 \text{ m/s}]$  范围内,无人机过载  $n$  在各轴向的分量  $n_x, n_y$  和  $n_z$  分别限定在  $[-1, 1], [-1, 1]$  和  $[-3, 3]$  范围内。

基于上述仿真场景,对本文的多无人机协同规避控制方法进行仿真实验,得到多无人机协同规避障碍物的飞行轨迹如图 2 所示。

图 3 表示各无人机与障碍物之间的距离变化,可见各无人机与障碍物均保持  $100 \text{ m}$  以上的安全距离,即各障碍物均保持在无人机的球形保护区外。图 4 表示各无人机之间的距离变化,可见各无人机之间均保持  $100 \text{ m}$  以上的安全距离,即均保持在无人机的球形保护区外。

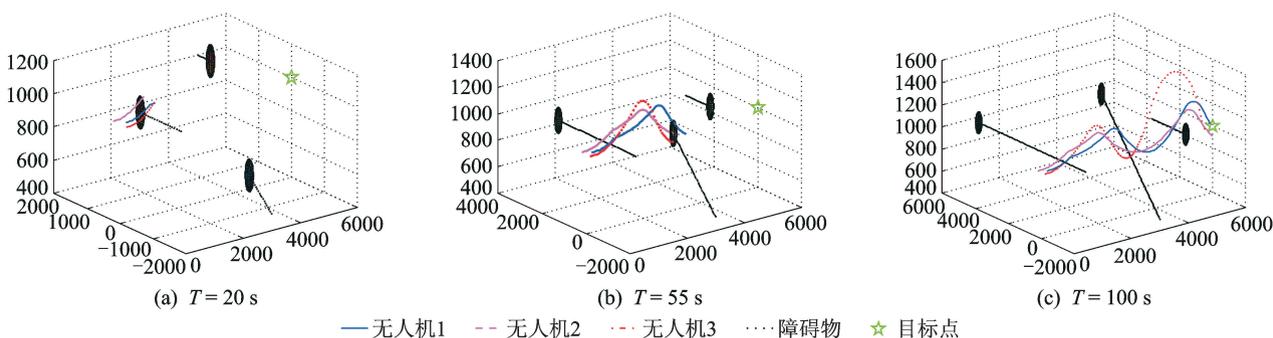


图 2 多无人机协同规避障碍物飞行轨迹

Fig. 2 Multi-UAV's flight trajectories of cooperative avoid obstacles

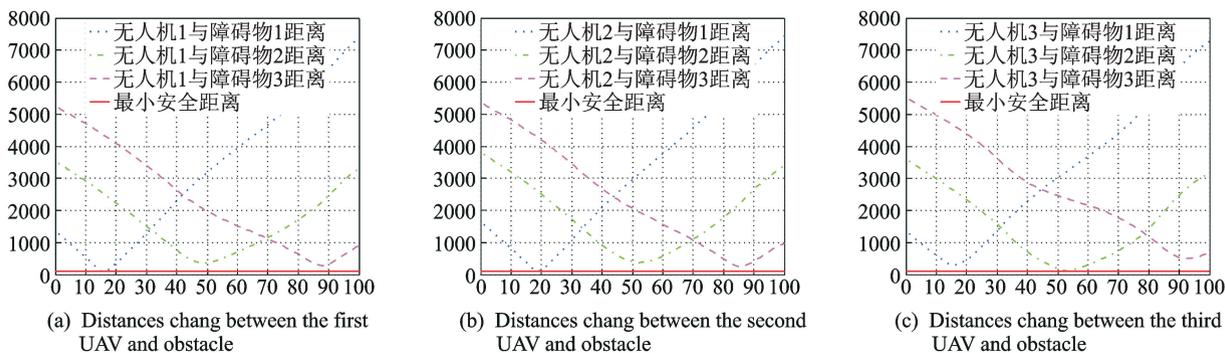


图 3 各无人机与障碍物之间的距离变化曲线

Fig. 3 Distance change between UAV and obstacle

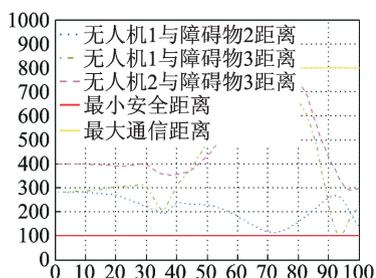


图 4 各无人机之间的距离变化曲线

Fig. 4 Distances change between UAVs

表 1 模型预测控制方法运行时间

Tab. 1 Run time of model predictive control algorithms

模型预测控制方法	平均运行时间/s
集中式模型预测控制方法	0.057
分布式模型预测控制方法	0.036

表 1 给出了集中式模型预测控制方法和分布式模型预测控制方法的平均运行时间,可以看出分布式模型预测控制方法具有较短的运行时间。

## 4 结束语

本文首先对多无人机协同规避控制问题进行建模,然后提出了一种基于纳什最优的分布式模型预测控制算法进行求解。仿真结果表明,本文提出的基于纳什最优的分布式模型预测控制算法能够有效地实现多架无人机对障碍物的规避,并且求解过程中的计算量相对于集中式模型预测控制方法大大减少,从而缩短了优化控制的时间,在一定程度上提高了系统的实时性。

### 参考文献:

- [1] 周欢,魏瑞轩,崔军辉,等. 面向不确定性环境的多无人机协同防碰撞[J]. 电光与控制, 2014, 21(1): 91-96.  
ZHOU Huan, WEI Ruixuan, CUI Junhui, et al. Multi-UAV cooperative collision avoidance against uncertain environment [J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(1): 91-96.
- [2] HWANG I, KIM J, TOMLIN C. Protocol-based conflict resolution for air traffic control[J]. Air Traffic Control Quarterly, 2007, 15(1): 1-34.
- [3] SNELL S A. Nonlinear inversion flight control for a

supermaneuverable aircraft[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1992, 15(4): 976-984.

- [4] 杨丹璇. 基于智能体协调策略的分布式预测控制问题研究[D]. 上海:华东理工大学, 2012.  
YANG Danxuan. The problem research about distributed predictive control based on agent coordination[D]. Shanghai:East China University of Science, 2012.
- [5] 彭辉,沈林成,朱华勇. 基于分布式模型预测控制的多UAV协同区域搜索[J]. 航空学报, 2010, 31(3): 593-601.  
PENG Hui, SHEN Lincheng, ZHU Huayong. Multiple UAV cooperative area search based on distributed model predictive control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(3): 593-601.
- [6] 魏瑞轩,吕明海,茹常剑,等. 基于DE-DMPC的UAV编队重构防碰撞控[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(12): 2474-2478.  
WEI Ruixuan, LÜ Minghai, RU Changjian, et al. Reconfiguration collision avoidance method for UAV's formation based on DE-DMPC[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(12): 2474-2478.
- [7] NASH. The bargaining problem[J]. Econometrica, 1950, 18(2): 155-162.