

近地径向等质量共线三星库仑编队飞行队形保持研究

施 强 袁长清 于海莉 孙云龙

(空军航空大学飞行器与动力系, 长春, 130022)

摘要:研究了近地径向等质量共线三星库仑编队飞行队形保持控制问题。针对三星库仑编队相对运动动力学的复杂性,运用绳系编队的建模思想,建立了径向等质量共线三星库仑力编队在地球同步轨道处的非线性相对运动动力学模型。考虑库仑编队动力学特性和环境干扰不确定因素影响,基于该非线性动力学模型,设计了地球同步轨道处的等质量三星库仑编队滑膜反馈控制律,在滑模控制中加入了线性反馈项提高控制器的稳定性和准确性,同时保证了编队整体的鲁棒性。仿真结果表明,该控制律能够使编队达到预期静态构型,具有良好的控制性能。

关键词:三星编队;库仑力;动力学建模;地球同步轨道;滑膜反馈控制

中图分类号: V249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2017)S-0076-06

Shape Remain for Near-Earth Radial Equal Quality Collinear Three-Craft Coulomb Force Formation

SHI Qiang, YUAN Changqing, YU Haili, SUN Yunlong

(Aircraft and Aerodynamic Department, Aviation University of Air Force, Changchun, 130022, China)

Abstract: The problem of the equal quality collinear three-craft Coulomb formation configuration control is studied. Thanks to the complexity of the relative motion dynamics of the three-craft Coulomb formation, the idea of using the tethered formation model is proposed to establish the equal quality collinear three-craft Coulomb formation. Considering the characteristics of dynamics model and the uncertain factors of the external environment, based on the nonlinear dynamic model which has been established, we design the synovial feedback control law for equal quality collinear three-craft Coulomb formation in geosynchronous orbit. The feedback linearization is added in the synovial mode control to increase the stability and veracity of the controller, and to ensure robustness of formation. Simulation shows the method can make formation to desired configuration with favorable control performance.

Key words: three-craft formation; Coulomb force; dynamics modeling; geosynchronous orbit; synovial feedback control

随着人类对卫星功能的深入开发,新的长周期空间任务的不断提出,传统的卫星体系已无法满足人类对太空探索的需求^[1-2]。库仑力卫星编队作为一种新兴的近距离编队技术,引起了众多研究人员的关注。库仑力编队利用卫星间的静电引力或斥

力作为控制力,不需要消耗燃料,不会对邻近卫星产生羽化污染^[3],因此库仑力编队技术能够被用于高精度的光学卫星,来执行长任务周期的近距离或极近距离卫星编队任务^[4-5]。

在已有的三星库仑编队的研究中,Schaub 和

基金项目:国家自然科学基金(11372353,10902125)资助项目。

收稿日期: 2017-05-15; **修订日期:** 2017-06-20

通信作者: 袁长清,男,副教授,博士, E-mail: ycq02@mails. tsinghua. edu. cn.

引用格式: 施强,袁长清,于海莉,等. 近地径向等质量共线三星库仑编队飞行队形保持研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2017, 49(S): 76-. SHI Qiang, YUAN Changqing, YU Haili, et al. Shape remain for near-earth radial equal quality collinear three-craft coulomb force formation[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(S): 76-.

Hussein^[6,7]针对3个航天器对称构形,应用线性控制理论,设计了反馈控制律,并讨论了闭环系统稳定性。Hogan^[8]等研究了在深空环境下的旋转三星库仑编队在二维平面内的相对运动模型,并以等质量的三星编队为例进行了分析。Jones^[9]在文献[8]的基础上,基于非线性平面外解耦模型对深空环境下共线三星库仑编队的面外运动稳定性进行了分析,并设计了非线性控制律。文献[10]对六星库仑-绳系编队的双四面体对顶双锥型结构进行了研究,运用拉格朗日方程建立了其相对动力学方程,并对其开环控制进行了分析。

本文选取地球同步轨道处的等质量共线三星库仑编队为研究对象,考虑到外界环境扰动以及德拜效应对编队的影响,运用拉格朗日方程,建立了等质量共线三星库仑力编队的非线性相对运动动力学模型。此外,本文为减少库仑卫星编队运动过程中不确定因素的影响,设计了滑膜反馈控制律,并进行了数值仿真验证。

1 等质量共线三星库仑编队动力学建模

设地球的质量为 M ,为描述卫星之间的相对运动,建立 Hill 轨道坐标系 $H: \{O_r, O_\theta, O_h\}$, O_r 沿地球半径指向背离地心方向, O_θ 指向卫星编队质心的速度方向, O_h 指向卫星轨道角速度方向, O_h 与 O_r, O_θ 构成右手系(如图1所示)^[11]。用 r_i 表示库仑力编队中第 i 颗卫星在地心惯性坐标系中的位置, r_c 为编队质心在惯性坐标中的位置矢量,第 i 颗卫星相对编队质心的位置矢量 $\rho_i = r_i - r_c$, 则第 i 颗卫星在 Hill 坐标系中的位置矢量为

$${}^H \rho_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中左上角标“H”表示矢量在 Hill 坐标系中的投影。

下面以整个库仑卫星编队系统为研究对象,借鉴绳系卫星编队的建模思想,建立等质量共线三星库仑编队的非线性相对运动动力学模型。

本文主要对径向等质量共线三星库仑编队进行分析,假设该等质量三星库仑编队为径向方向相

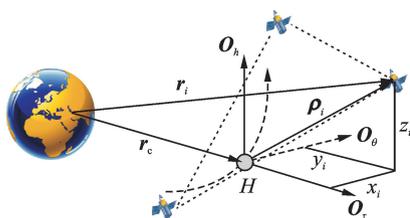


图1 地球同步轨道处的希尔坐标

Fig.1 Hill coordinate system in GEO

连的刚体结构,建立坐标系 $B: \{b_1, b_2, b_3\}$ 如图2所示,其中 b_1 沿 ρ_{13} 方向,若卫星编队无位置和速度偏差,则坐标系 B 与 Hill 轨道坐标系 H 完全重合,当编队受到扰动出现偏差,坐标系将不重合。

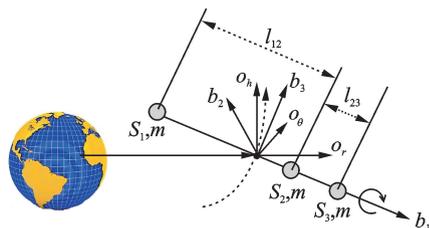


图2 GEO处等质量共线三星库仑编队姿态示意图

Fig.2 Attitude of collinear three-satellite Coulomb formation with respect to the orbit frame at GEO

设3颗卫星的质量均为 m ,根据质心条件可以得到

$$m\rho_1 + m\rho_2 + m\rho_3 = 0 \quad (2)$$

即 $\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 0$ 。

在图2构型中,在坐标系 B 下, ρ_1, ρ_2 和 ρ_3 分别表示为

$$\begin{cases} {}^B \rho_1 = \frac{2l_{12} + l_{23}}{3} b_1 + 0b_2 + 0b_3 \\ {}^B \rho_2 = \frac{l_{12} - l_{23}}{3} b_1 + 0b_2 + 0b_3 \\ {}^B \rho_3 = \frac{2l_{23} + l_{12}}{3} b_1 + 0b_2 + 0b_3 \end{cases} \quad (3)$$

式中左上角标“B”表示矢量在 B 坐标系中的投影。 l_{12} 为卫星1与卫星2之间的距离, l_{23} 为卫星2与卫星3之间的距离。

本文采用3-2-1(ψ - θ - φ)的欧拉角旋转,由于将卫星视为质点,绕 b_1 方向转动的滚转角 φ 可以忽略,即 $\varphi = 0$,则坐标系 B 与希尔坐标系 H 之间的坐标转换矩阵可表示为

$$A_{BH} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

在希尔坐标系 H 中,卫星1的位置矢量可表示为

$${}^H \rho_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = A_{BH}^T {}^B \rho_1 = \frac{l_{12} + l_{13}}{3} \begin{bmatrix} -\cos\theta\sin\psi \\ -\cos\theta\cos\psi \\ \sin\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

对其求导,可以得到希尔坐标系 H 中卫星1的速度矢量为

$${}^H \dot{\rho}_1 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} = -\frac{2}{3}\omega_1 - \frac{1}{3}\omega_2 \quad (6)$$

式中 ω_1 和 ω_2 分别为

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} \dot{l}_{12} \cos\theta \cos\psi - \dot{\theta} l_{12} \sin\theta \cos\psi - \dot{\phi} l_{12} \cos\theta \sin\psi \\ \dot{l}_{12} \cos\theta \sin\psi - \dot{\theta} l_{12} \sin\theta \sin\psi + \dot{\phi} l_{12} \cos\theta \cos\psi \\ -\dot{l}_{12} \sin\theta - \dot{\theta} l_{12} \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\omega_2 = \begin{bmatrix} \dot{l}_{23} \cos\theta \cos\psi - \dot{\theta} l_{23} \sin\theta \cos\psi - \dot{\phi} l_{23} \cos\theta \sin\psi \\ \dot{l}_{23} \cos\theta \sin\psi - \dot{\theta} l_{23} \sin\theta \sin\psi + \dot{\phi} l_{23} \cos\theta \cos\psi \\ -\dot{l}_{23} \sin\theta - \dot{\theta} l_{23} \cos\theta \end{bmatrix}$$

同理,可求得希尔坐标系 H 中卫星 2 和卫星 3 的速度矢量分别为

$${}^H \dot{\boldsymbol{p}}_2 = \begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \omega_1 - \frac{1}{3} \omega_2$$

$${}^H \dot{\boldsymbol{p}}_3 = \begin{pmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \omega_1 + \frac{2}{3} \omega_2$$

根据速度合成定理,第 i 颗卫星的绝对速度可以表示为

$$\boldsymbol{v}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i - \Omega y_i \\ \dot{y}_i + \Omega(x_i + \boldsymbol{r}_c) \\ \dot{z}_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中 \boldsymbol{r}_c 为库仑力卫星编队质心在惯性坐标中的位置矢量, Ω 为质心恒定的轨道角速度,所以系统的动能为

$$T = \frac{1}{2} m (\|\boldsymbol{v}_1\|^2 + \|\boldsymbol{v}_2\|^2 + \|\boldsymbol{v}_3\|^2) =$$

$$\frac{m}{3} [(\dot{l}_{12}^2 + \dot{l}_{12} \dot{l}_{23} + \dot{l}_{23}^2) + (l_{12}^2 + l_{12} l_{23} + l_{23}^2) \times$$

$$(\dot{\theta}^2 + (\dot{\psi} + \Omega)^2 \cos\theta)] + \frac{3m}{2} \Omega^2 \boldsymbol{r}_c^2 \quad (8)$$

对于地球同步轨道处的多星库仑力卫星编队系统,其系统势能包括由地球引力产生的重力势能和卫星间的库仑力势能。

对于等质量三星库仑力编队系统,其重力势能可以表示为^[12]

$$V_g = -\frac{3\mu m}{\boldsymbol{r}_c} + \frac{\mu m (l_{12}^2 + l_{12} l_{23} + l_{23}^2)}{3l_c^3} \times$$

$$(3(\cos\theta \cos\psi)^2 - 1) \quad (9)$$

对于三星库仑力编队系统,其库仑力势能可以表示为

$$V_e = k_c \frac{q_1 q_2}{l_{12}} e^{-\frac{l_{12}}{\lambda_d}} + k_c \frac{q_2 q_3}{l_{23}} e^{-\frac{l_{23}}{\lambda_d}} +$$

$$k_c \frac{q_1 q_3}{l_{12} + l_{23}} e^{-\frac{c_{12} + l_{23}}{\lambda_d}} \quad (10)$$

式中: $l_{ij} = \|\boldsymbol{p}_{ij}\| = \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j\|$ 为第 i 颗与第 j 颗卫星之间距离长度; $k_c = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ 为静电引力常数; q_i 和 q_j 分别为第 i 颗卫星与第 j 颗卫星的带电量; λ_d 为德拜长度,式中指数项取决于 λ_d 。德拜长度 λ_d 的大小主要取决于卫星所在空间

环境等离子密度的大小,在地球低、中轨道德拜长度 λ_d 只有几厘米,而在地球高轨道(如 GEO)德拜长度约为 140~1 400 m。由德拜公式,在地球低、中轨道库仑力很小,因而无法应用库仑力编队,只有在如地球同步轨道的高轨道才可以实现。

下面利用拉格朗日方程推导出等质量共线三星库仑编队非线性相对运动动力方程,设等质量共线三星库仑力编队系统的拉格朗日函数为

$$\boldsymbol{L} = T - (V_g + V_e) \quad (11)$$

拉格朗日方程为^[8]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial q} = \boldsymbol{Q}_i \quad (12)$$

$$q = (\theta, \psi, l_{12}, l_{23})$$

式中 \boldsymbol{Q}_i 为第 i 颗星所受到的除去地球重力项和库仑力项的广义力。

将式(8~10)代入式(12)得共线三星库仑编队非线性相对运动方程为

$$(l_{12}^2 + l_{12} l_{23} + l_{23}^2) [\ddot{\theta} + \cos\theta \sin\theta ((\dot{\psi} + \Omega)^2 +$$

$$3\Omega^2 \cos^2\psi)] + 2\dot{\theta} (l_{12} \dot{l}_{12} + \dot{l}_{12} l_{23} + l_{12} \dot{l}_{23} + l_{23} \dot{l}_{23}) = 0 \quad (13a)$$

$$(l_{12}^2 + l_{12} l_{23} + l_{23}^2) [\ddot{\psi} - 2\dot{\theta} (\dot{\psi} + \Omega) \tan\theta + 3\Omega^2 \sin\psi \times$$

$$\cos\psi] + 2(\dot{\psi} + \Omega) (l_{12} \dot{l}_{12} + \dot{l}_{12} l_{23} + l_{12} \dot{l}_{23} + l_{23} \dot{l}_{23}) = 0 \quad (13b)$$

$$2\ddot{l}_{12} + \dot{l}_{23} - (2l_{12} + l_{23}) ((\dot{\theta}^2 + (\dot{\psi} + \Omega)^2 \cos^2\theta) - \Omega^2 \times$$

$$(1 - 3\cos^2\theta \cos^2\psi)) - \frac{3k_c}{ml_{12}^2} \boldsymbol{Q}_{12} - \frac{3k_c}{m(l_{12} + l_{23})^2} \boldsymbol{Q}_{13} = 0 \quad (13c)$$

$$2\ddot{l}_{23} + \dot{l}_{12} - (l_{12} + 2l_{23}) ((\dot{\theta}^2 + (\dot{\psi} + \Omega)^2 \cos^2\theta) - \Omega^2 \times$$

$$(1 - 3\cos^2\theta \cos^2\psi)) - \frac{3k_c}{ml_{23}^2} \boldsymbol{Q}_{23} - \frac{3k_c}{m(l_{12} + l_{23})^2} \boldsymbol{Q}_{13} = 0 \quad (13d)$$

式中 \boldsymbol{Q}_{12} , \boldsymbol{Q}_{13} , \boldsymbol{Q}_{23} 为卫星间电荷乘积,即 $\boldsymbol{Q}_{12} = q_1 q_2$, $\boldsymbol{Q}_{13} = q_1 q_3$, $\boldsymbol{Q}_{23} = q_2 q_3$ 。

式(13c)与(13d)中 $\delta \dot{l}_{12}$ 与 $\delta \dot{l}_{23}$ 高度耦合,对编队进行稳定性分析较为困难,因此将上述两式联立,进行解耦,并整理式(13)得到

$$\ddot{\theta} = -\cos\theta \sin\theta ((\dot{\psi} + \Omega)^2 + 3\Omega^2 \cos^2\psi) - \dot{\theta} \eta \quad (14a)$$

$$\ddot{\psi} = 2\dot{\theta} (\dot{\psi} + \Omega) \tan\theta + 3\Omega^2 \sin\psi \cos\psi - (\dot{\psi} + \Omega) \eta \quad (14b)$$

$$\ddot{l}_{12} = l_{12} \mu + \frac{k_c}{m} \left(\frac{2\boldsymbol{Q}_{12}}{l_{12}^2} + \frac{\boldsymbol{Q}_{13}}{(l_{12} + l_{23})^2} - \frac{\boldsymbol{Q}_{23}}{l_{23}^2} \right) \quad (14c)$$

$$\ddot{l}_{23} = l_{23} \mu - \frac{k_c}{m} \left(\frac{\boldsymbol{Q}_{12}}{l_{12}^2} - \frac{\boldsymbol{Q}_{13}}{(l_{12} + l_{23})^2} - \frac{2\boldsymbol{Q}_{23}}{l_{23}^2} \right) \quad (14d)$$

式中

$$\begin{cases} \eta = \frac{2(l_{12}\dot{l}_{12} + \dot{l}_{12}l_{23} + l_{12}\dot{l}_{23} + l_{23}\dot{l}_{23})}{l_{12}^2 + l_{12}l_{23} + l_{23}^2} \\ \mu = (\dot{\theta}^2 + (\dot{\psi} + \Omega)^2 \cos^2 \theta) - \Omega^2 (1 - 3\cos^2 \theta \cos^2 \psi) \end{cases} \quad V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (20)$$

对式(28)进行求导可得到

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T (\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}) = \mathbf{s}^T (\ddot{\mathbf{X}} - \ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}) = \mathbf{s}^T (\mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{g}(\mathbf{X})\mathbf{u} + \mathbf{d} - \ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}) \quad (21)$$

将控制律式(19)代入式(21),可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T (\mathbf{v} - \ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}) = \\ &= \mathbf{s}^T (\ddot{\mathbf{X}}_d - \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} - \eta \text{sgn}(\mathbf{s}) - \ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}) = \\ &= \mathbf{s}^T (-\eta \text{sgn}(\mathbf{s})) = -\eta |\mathbf{s}| \leq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

此时,控制器满足 Lyapunov 稳定性条件,系统可以在有限时间内到达滑模面。

3 仿真校验

本节利用 Simulink 进行数值仿真,对滑模反馈控制律的有效性验证。三星库仑力编队队形保持仿真参数如下:编队系统质心位于同步轨道上,假设 3 颗卫星具有相同的质量 $m=100$ kg、编队质心的轨道角速度 $\Omega=2.661\ 699 \times 10^{-6}$ rad/s。

根据空间任务需求,希望共线三星库仑编队能够沿地球矢经方向保持静态构型,期望构型的具体参数为: $\dot{l}_{12} = \dot{l}_{23} = \dot{\varphi}_d = \dot{\psi}_d = 0$, $l_{12,d} = 40$ m, $l_{23,d} = 30$ m, $\varphi_d = \psi_d = 0$ 。

假设初始时刻编队构型相对于期望构型有一定的误差: $\delta l_{12} = 1$ m, $\delta l_{23} = 1$ m, $\delta \varphi = 0.1$ rad, $\delta \psi = 0.1$ rad, $\delta \dot{l}_{12} = \delta \dot{l}_{23} = \delta \dot{\varphi}_d = \delta \dot{\psi}_d = 0$ 。

滑模反馈控制器的控制参数设置如下

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= [0.01 \quad 0.01 \quad 0.01 \quad 0.01] \\ \boldsymbol{\xi} &= [0.002 \quad 0.002 \quad 0.001 \quad 0.001] \\ \boldsymbol{\delta} &= [0.005 \quad 0.005 \quad 0.005 \quad 0.005] \end{aligned}$$

考虑到卫星在地球同步轨道环境中,受到的干扰主要由地球摄动力及太阳光压产生。在本文中针对共线三星编队,假设编队仅受到卫星间连线方向上的干扰力,故 \mathbf{d} 取为^[13]

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.76 \times 10^{-6} \sin(\omega_1 t) & 2.33 \times 10^{-6} \sin(\omega_2 t) \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } \begin{cases} \omega_1 = 1.3905 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \\ \omega_2 = 3.4327 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \end{cases}$$

图 3,4 分别给出了在滑膜反馈控制器的作用下卫星间距离 l_{12} 和 l_{23} 及卫星编队姿态角 θ 和 ψ 随时间变化的情况。在滑膜反馈控制器的控制下,约 8 h 后,卫星间距离 l_{12} 和 l_{23} 分别收敛到 40 m 和 30 m,面外俯仰角 θ 和面内偏航角 ψ 均收敛到 0 rad;仿真结果表明在滑膜反馈控制律的作用下,编队构型达到期望值,说明所设计的编队构型保持控制律有效。

图 5,6 分别给出了在滑膜反馈控制器的作用下电荷乘积和库仑力随时间的变化情况。在控制

上述动力学方程以共线三星库仑编队构型参数 $\theta, \psi, l_{12}, l_{23}$ 为变量,有利于分析编队整体构型的变化规律。由于卫星间的距离 l_{12} 和 l_{23} 与俯仰角 θ 和偏航角 ψ 高度耦合,因此可以设计合适的控制器,通过控制卫星带电量大小来实现卫星间距离的直接控制,以及卫星编队俯仰角 θ 和偏航角 ψ 的间接控制,从而使等质量共线三星编队达到期望的静态稳定构型。

为方便控制器的设计,同时考虑到外界扰动的影响(如太阳光压、地球摄动项等),令 $\dot{\mathbf{X}} = [\dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{l}_{12}, \dot{l}_{23}]$,则式(14)简化为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 为非线性函数矩阵,控制变量 $\mathbf{u} = [Q_{12} \quad Q_{13} \quad Q_{23}]^T$, \mathbf{d} 为干扰项,式中 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} -\cos\theta\sin\theta((\dot{\psi} + \Omega)^2 + 3\Omega^2 \cos^2 \psi) - \dot{\theta}\eta \\ 2\dot{\theta}(\dot{\psi} + \Omega) \tan\theta + 3\Omega^2 \sin\psi \cos\psi - (\dot{\psi} + \Omega)\eta \\ l_{12}\mu \\ l_{23}\mu \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \frac{k_c}{m} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{l_{12}^2} & \frac{1}{(l_{12} + l_{23})^2} & -\frac{1}{l_{23}^2} \\ -\frac{1}{l_{12}^2} & \frac{1}{(l_{12} + l_{23})^2} & \frac{2}{l_{23}^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2 控制器设计

2.1 滑模反馈控制

库仑编队构型保持的期望状态为 \mathbf{X}_d ,则状态误差可表达为

$$\mathbf{e} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_d \quad (16)$$

取滑模面函数为

$$\mathbf{s}(\mathbf{X}) = \mathbf{c}\mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{c} > \mathbf{0}$ 。

对滑模面函数求导可得

$$\dot{\mathbf{s}}(\mathbf{X}) = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} = \ddot{\mathbf{X}} - \ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} \quad (18)$$

根据滑模反馈控制理论,设计滑模控制器为

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{X})^{-1} \left(\ddot{\mathbf{X}}_d - \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} - \boldsymbol{\xi} \left(\frac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}| + \boldsymbol{\delta}} \right) - \mathbf{f}(\mathbf{X}) - \mathbf{d} \right) \quad (19)$$

式中 $\boldsymbol{\delta}$ 表示边界层厚度,为很小的正常数。

2.2 稳定性分析

定义 Lyapunov 函数为

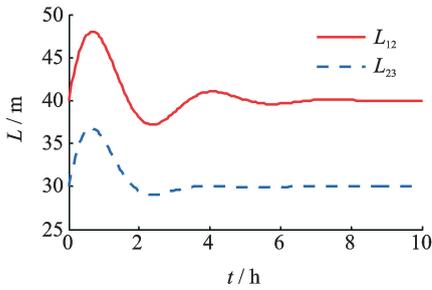


图3 卫星间隔距离随时间变化的曲线

Fig. 3 Time history of length variations

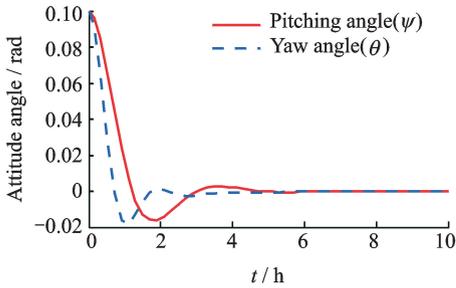


图4 卫星编队姿态角随时间变化的曲线

Fig. 4 Time history of attitude angle of satellite formation

器作用过程中,卫星间电荷 Q_{12} 与 Q_{23} 为负值, Q_{13} 为正值,其数值先减小后增大最后分别收敛到 $-21.13 \mu\text{C}^2$, $-18.72 \mu\text{C}^2$ 和 $33.24 \mu\text{C}^2$ 。仿真结果表明,卫星1与卫星2以及卫星2和卫星3之间的库仑作用力均为引力,卫星1与卫星3之间的库仑作用力为斥力。对比图7和图8可以发现,相应卫星间库仑力与电荷积的变化趋势基本一致,且卫星间库仑力 F_{12} , F_{13} , F_{23} 最终均收敛到 $6.098 \times 10^{-5} \text{N}$,为保持编队的期望构型提供了作用力。

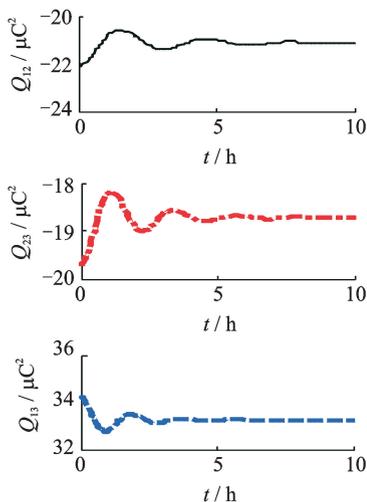


图5 卫星间电荷乘积随时间变化的曲线

Fig. 5 Time history of charge product of satellites

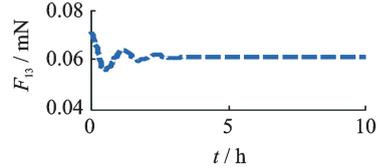
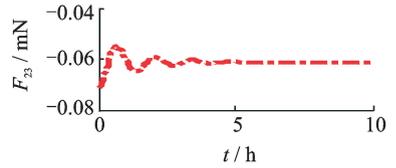
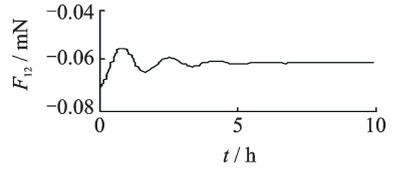


图6 卫星间库仑力随时间变化的曲线

Fig. 6 Time history of coulomb force between two satellites

4 结束语

本文主要研究了等质量共线三星库仑编队在地球同步轨道处相对运动动力学与控制问题。首先,运用拉格朗日方程,建立了等质量共线三星库仑编队非线性相对运动动力学模型。其次,考虑到三星编队动力模型的强非线性和耦合性,设计了使用库仑力为控制力的滑膜反馈控制律,该控制律在控制过程中可以减少不确定因素的影响,并可以避免抖振现象的发生,使等质量共线三星库仑编队以较高的精确度达到期望构型,并通过数值仿真验证了其是有效。本文提出的思路和分析方法也可用于其他类型非接触力编队的航天任务。

参考文献:

- [1] KING L B, PARKER G G, DESHMUKH S, et al. Spacecraft formation flying using inter-vehicle Coulomb force [R]. Tech Rep, NASA/NIAC, 2002.
- [2] KING L B, Parker G G, DESHMUKH S, et al. Study of interspacecraft Coulomb forces and implications for formation flying[J]. AIAA Journal of Propulsion and Power, 2003, 19(3):497-505.
- [3] ZHANG Hao, SHI Peng. Hover orbit using interspacecraft coulomb forces [J]. Journal of Astronautics, 2011, 33(1):68-75.
- [4] INAMPUDI R. Orbit radial dynamic analysis of two-craft coulomb formation at libration points [C] // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. [S. l.]: AIAA, 2010:7965.
- [5] HOGAN E A, SCHAUB H. Collinear invariant shapes for three-craft coulomb formations [J]. Acta Astronautica, 2012, 72(10):78-89.

- [6] HUSSEIN I, SCHAUB H. Stability and control of relative equilibria for the three-spacecraft coulomb tether problem[J]. AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, 2007, 64(4):19-23.
- [7] HUSSEIN I, SCHAUB H. Stability and control of relative equilibria for the three-spacecraft coulomb tether problem [J]. Acta Astronautica, 2009, 65(5-6):738-754.
- [8] HOGAN E. Linear stability and shape analysis of spinning three-craft coulomb formations. [J]. AAS Spaceflight Mechanics Meeting, 2011, 13(17):211-225.
- [9] JASCH P D, SCHAUB H. Out-of-plane stability of collinear spinning three-craft coulomb formations [J]. Acta Astronautica, 2009, 67(12):89-97.
- [10] RUI Q K. Dynamics of double-pyramid satellite formations interconnected by tethers and coulomb forces [J]. Acta Astronautica, 2016, 24(11):1265-1277.
- [11] HUANG J, MA G F. Nonlinear dynamics and reconfiguration control of two-satellite coulomb tether formation at libration points[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 39(8):501-512.
- [12] SCHAUB H. Analytical charge analysis for two-and three-craft coulomb formations[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(6):1701-1710.