

DOI:10.16356/j.1005-2615.2017.03.002

分离涡模拟类方法发展及在叶轮机械内流场的应用

高丽敏^{1,2} 李瑞宇^{1,2} 赵磊^{1,2} 杨泽宇¹

(1. 西北工业大学动力与能源学院, 西安, 710072; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京, 100083)

摘要:分离涡模拟(Detached eddy simulation, DES)方法是目前支撑叶轮机械精细化设计的高精度且工程可实现的数值模拟方法之一。本文简要回顾了 DES 类方法的发展历程、存在问题和解决方法,并以基于一方程的 DES 类方法为例阐明其构造思路。在准确性验证方面,针对叶轮机械中普遍存在的分离和转捩现象,结合当前 DES 类方法对经典物理模型的模拟结果,分析了 DES 类方法对该现象的预测能力。在此基础上,对 DES 类方法在直叶栅、亚声速和跨声速叶轮机械内流场的预测精度及应用现状进行了简要评述,并着重分析了当前 DES 类方法在叶轮机械应用中需要兼顾的问题,为下一步 DES 方法在高性能压气机设计中的应用提供参考。

关键词:分离涡模拟;叶轮机械设计;高精度数值模拟;大分离流动

中图分类号:V211.3 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2017)03-0301-12

Review of Development of DES and Its Application in Turbomachinery

GAO Limin^{1,2}, LI Ruiyu^{1,2}, ZHAO Lei^{1,2}, YANG Zeyu¹

(1. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China;

2. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing, 100083, China)

Abstract: Detached eddy simulation(DES) is one of the numerical simulation methods with high-precision and feasibility in engineering, which can support refinement design for turbomachinery. This paper briefly reviews the development, problems and solutions of DES method, and illustrates the construction idea of the DES method based on one-equation turbulence model. In the aspect of accuracy verification, based on the simulation results of the classical physics model, the prediction accuracy of DES method for separation and transition phenomena which is ubiquitous in turbomachinery is analyzed. On the basis of this, the prediction accuracy and application of the DES method in internal flow field, like cascade, subsonic and transonic turbomachinery, are briefly reviewed. Finally, the issues that need serious consideration for application of DES method to turbomachinery are presented. This paper provides reference for application of DES method to high-performance compressor design.

Key words: detached eddy simulation(DES); turbomachinery design; high-precision simulation; large-scale separation

基金项目:国家自然科学基金重点(51236006)资助项目;引智计划(B17037)资助项目;西北工业大学博士论文创新基金(CX201713)资助项目。

收稿日期:2017-04-17; **修订日期:**2017-06-02

作者简介:高丽敏,女,教授,博士生导师,从事叶轮机械气动热力学基础研究工作。发表学术论文百余篇,SCI/EI 检索 90 余篇,授权/申请专利 11 项,授权/申请软件著作权 2 项;相继获法国“SNECMA”科技奖、西北工业大学“翱翔之星”计划资助、教育部“新世纪优秀人才支持计划”资助、国家自然科学基金委优秀青年科学基金项目提名,2014 年成为国家自然科学基金委内流学科“十三五”规划及战略研讨会专家;3 项科研成果分别获省部级科技进步一、二、三等奖。

通信作者:高丽敏, E-mail: gaolm@nwpu.edu.cn.

引用格式:高丽敏,李瑞宇,赵磊,等.分离涡模拟类方法发展及在叶轮机械内流场的应用综述[J].南京航空航天大学学报,2017,49(3):301-312. GAO Limin, LI Ruiyu, ZHAO Lei, et al. Review of development of DES and its application in turbomachinery[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(3): 301-312.

叶轮机械作为航空发动机能量转换部件,在发动机轴向尺寸和重量上都占有较大比重,对发动机推重比、耗油率及可靠性有着重要影响。随着航空发动机推重比的不断提高,叶轮机械呈现结构紧凑、负荷攀升的趋势,这也使得其气动设计逐渐由早期的“简单设计”转向现代的“精细设计”:即从宏观气动指标的实现(效率、压比/落压比、裕度等)转向为对其内部流动细节(激波、分离流、转捩等)及其影响因素的有效控制。如吸附式叶片通过抽吸附面层来消除附面层分离^[1]、叶片的掠形设计可有效控制激波的位置和强度^[2],可控扩散叶型通过压力梯度的控制以防止附面层分离^[3],端壁造型则通过对局部压力梯度的调控实现叶片/端壁角区的分离控制^[4]等。显然,上述先进设计方法的发展很大程度上是基于对复杂内流场物理机理研究上取得的突破,其应用的效果严重依赖于对叶片表面附面层分离、激波、转捩等复杂流动现象发生的准确诊断与有效控制。然而,由于高速旋转引起的时间序列上的固有非定常性,再加上叶片通道构成的狭小流动空间,限制了实验测量技术在认识压气机复杂流动机理方面的应用,使得对高速旋转压气机复杂流场结构在准确、精细的捕捉方面尚无法达到设计者的要求。

随着计算流体力学(Computational fluid dynamic, CFD)技术的不断发展,数值模拟不仅在工程实践中发挥了重要作用,而且在探索和发现新的流动结构和相应的流动控制方法领域也发挥了积极的作用。但是,在叶轮机械中广泛应用的RANS(Reynolds averaged Navier-Stokes)方法,在高负荷分离状态的计算中性能不佳^[5];而LES(Large eddy simulation)方法因其自身的原因,计算量较大,应用到叶轮机械的计算中还存在较大的困难^[6],成为制约叶轮机械性能提升的关键因素。

1997年Spalart^[7]提出分离涡模拟方法(Detached eddy simulation, DES),属于RANS/LES耦合算法之一。如图1所示,耦合算法(Hybrid)可以有效解决LES计算量大的问题,成为目前工程上最可能实现的高精度数值方法。此外,DES方法具有构造简单、物理意义明确、易于推广以及非固定分区的优点,自提出后得到广泛认可。由于DES兼顾RANS计算量小和LES计算精度高的特点,为压气机复杂内流场的高精度数值模拟提供新思路。

DES类方法发展近20年,受叶轮机械流场复杂性的影响,在内流场的应用还不到10年,仍存在准确性、网格、计算精度和计算量等方面的问题。本文综述DES方法的发展历程,论述DES类方法

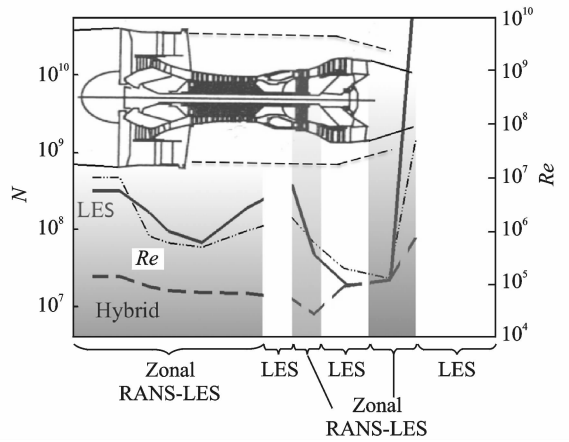


图1 发动机不同部件数值方法计算量(N : 网格需求量; Hybrid: RANS/LES耦合方法; Re : 雷诺数)

Fig. 1 Numerical calculation amount of different parts of engine with different methods(N : Grid number; Hybrid: Hybrid Rans/LES; Re : Reynolds number)

对不同物理问题预测的准确性,深入探讨其在内流场的应用现状及存在的问题,为后续的相关科研工作提供支撑和启发。

1 DES类方法发展及准确性验证

1997年最早提出的DES方法又称为“DES97”,在1999年得到成功应用^[8]。之后,针对DES存在的问题和缺陷展开研究,并陆续提出了多种修正方法:延迟分离涡模拟(Delay detached eddy simulation, DDES)^[9]、改进延迟分离涡模拟(Improved delay detached eddy simulation, IDDES)^[10]。每一种方法的提出都是针对特定问题提出的修正方法,本节将回顾DES类方法发展中遇到的关键问题及其解决方案,简要阐明以上3种方法构造思路,并论述DES类方法对复杂流动预测的准确性。

1.1 分离涡模拟方法起源

RANS方法在模拟大分离流动时存在固有缺陷:RANS方法中采用的湍流模型,例如Baldwin-Lomax^[11], Spalart-Allmaras^[12], $k-\epsilon$ 模型^[13], $k-\omega$ 模型^[14]等,都是基于各项同性假设提出,可以较好地预测附着流动;但对于远离壁面剪切层的大分离流动,由于湍流存在较强的各项异性,因此这些湍流模型无法对该类问题进行准确预测。

LES方法通过对更小尺度涡的直接解析而得到更为精确的流场,如图2所示。但对很多高雷诺数问题,其计算代价现阶段工程无法承受。LES方法网格需求量的突增主要来源于壁面边界层内网格的加密^[15]。然而很多时候人们更关心的是远

$$r_d = \frac{\hat{v}_T + \mu_l}{\sqrt{L_{i,j} L_{i,j} \kappa^2 d^2}} \quad (6)$$

式中: $L_{i,j}$ 为速度梯度; κ 为常数。在分子中添加层流黏性系数 μ_l , 可使得 r_d 在近壁区确保不为零。

根据式(4~6), 在近壁区与主流分离区之间的过渡区, 有 $d > C_{DES} \Delta$, $0 < f_d < 1$, 此时 $C_{DES} \Delta < \tilde{d}_{DDES} < d$, \tilde{d}_{DDES} 由网格尺度 Δ 和壁面距离同时决定。

由上述分析可知, 混合长度不再完全由网格尺度所决定, 而是通过随时间变化的流场对速度梯度的影响而改变的。这样 DES 方法中 RANS 和 LES 之间的分界面并非固定, 而是会随时间变化, 有效减弱了方法对网格的依赖性。由于 DDES 方法的优秀表现, 2009 年 Spalart 建议 DDES 作为新的标准 DES 方法。

1.2.3 IDDES 方法

DES 方法中存在的另一个问题是对数层不匹配(Log-layer mismatch, LLM)^[17]。分区模拟结果给出两个对数层: 内部对数层(由 RANS 计算得到)和外部对数层(由 LES 计算得到)。但是, 这两个对数层并不匹配, 这将导致预测的表面摩擦降低 15%~20%, 该误差远远超过航空工业能够容许的范围^[18]。DDES 方法虽然对 DES 方法进行了改进, 但同样未能解决 LLM 问题。

针对 LLM 问题, 2006 年俄罗斯圣彼得堡国立工业大学 Travin 联合 Spalart 将 DDES 方法与耦合壁面模型的 WMLES(Wall-modeled LES)方法相结合, 提出了 IDDES 方法^[18]。该方法的改进不仅体现在滤波尺度 Δ , 还引入了混合函数 f_{hyb} 。以基于 S-A 模型的 IDDES 为例阐明构造思路, 即

$$\Delta = \min\{\max[0.15d_w, 0.15\Delta_{max}, \Delta_{un}], \Delta_{max}\} \quad (7)$$

$$f_{hyb} = \max\{(1 - f_d), f_{step}\}; f_{step} = \min\{2e^{-9\alpha^2}, 1.0\}; \alpha = 0.25 - \frac{d}{\Delta_{max}} \quad (8)$$

式中: Δ_{un} 为垂直壁面方向的网格尺度, 具体来看, 新构造的滤波尺度将流场分为 3 个部分。远离壁面时有 $d = \Delta_{max}$, 回归到了与 DES 相同的形式, 非常靠近壁面时 $\Delta = 0.15h_{max}$, 其他位置则是二者的一个线性混合^[15]。另外, 为了防止在 RANS 和 LES 区域交界面附近出现 RANS 雷诺应力过度损耗的问题, 也就是 MSD 问题, 引入了一个正函数

$$f_{restore} = \max\{(f_{hill} - 1), 0\} f_{amp} \quad (9)$$

$$f_{hill} = \begin{cases} 2e^{-11.09\alpha^2} & \alpha \geq 0 \\ 2e^{-9.0\alpha^2} & \alpha < 0 \end{cases}$$

$$f_{amp} = 1 - \max\{f_t, f_l\}$$

$$f_t = \tanh[(3.55^2 r_d)^3], f_l = \tanh[(1.63^2 r_d)^{10}] \quad (10)$$

$$r_{dl} = \frac{1}{\kappa^2 d^2} \cdot \frac{\nu_l}{\max(L_{ij} L_{ij}, 10^{-10})}$$

$$r_{dt} = \frac{1}{\kappa^2 d^2} \cdot \frac{\hat{\nu}_l}{\max(L_{ij} L_{ij}, 10^{-10})} \quad (11)$$

对于探测器函数 r_{dl} 和 r_{dt} , 相当于把 DDES 当中的 r_d 被拆成黏性底层和对数区两部分。最终混合长度定义为

$$\tilde{d}_{IDDES} = f_{hyb} (1 + f_{restore}) d + (1 - f_{hyb}) C_{DES} \Delta \quad (12)$$

虽然 DES 的提出仅是基于 S-A 模型, 但可以推广到多种 RANS 湍流模型。目前已发展了基于零方程^[19], 一方程^[20], 二方程^[21-22] 雷诺模型以及耦合转捩模型^[23] 的 DES 类方法。由于构造思路相同, 这里不再赘述。目前研究中常见的还是基于 S-A、 $k-\omega$ SST 的 DES 类方法。

1.3 DES 类方法准确性验证

方法的提出不仅需要理论基础, 还需要开展多方面的测试来校核其准确性。DES 方法的提出是针对高雷诺数大分离流动难以准确预测的问题, 那么 DES 方法对大分离、层流分离、转捩等物理问题的预测能力如何? 为明确这些问题, 早期开展了很多基于简单物理模型的准确性验证工作。简单模型在可以反映物理现象的同时较为方便地获得实验数据, 便于进行验证。

湍流分离问题是叶轮机中常见而富有挑战的流动问题。早期开展了以简单模型为研究对象、针对高/低雷诺数大分离问题的经典测试。Travin^[24]、英国南安普顿大学的 Nishino^[25] 以及国内中国空气动力研究与发展中心程江涛^[26]、南京航空航天大学邓枫^[27]、中国科学技术大学 Lu^[28] 等多家研究机构以圆柱绕流为测试对象, 对 Re 从 $10^3 \sim 10^6$ 量级的流动分离问题进行验证, 包含层流分离及湍流分离问题。通过与实验及 URANS 方法的对比, 证明了 DES 方法无论在涡解析的精细程度方面还是对时均参数预测能力方面均优于 URANS, 尤其在层流分离的情况下性能更佳。但研究中也发现一些问题:

(1) 灰区效应影响对小分离流动模拟的精度

“灰区(Grey area)”指 RANS 到 LES 的过渡区域^[29]。如图 4 所示, 当气流突然离开壁面进入自由剪切层时, 由于上游 RANS 模化的湍流黏性系数通过对流进入 LES 区域, 对湍流脉动的解析带来较大的抑制, 使得灰区内的小尺度分离涡被抹平, 引入模拟误差。

Travin^[24] 在验证工作中发现, 圆柱绕流的数

值模拟中,回流区的尺度和湍流应力的评估误差相对较大,尤其在湍流分离的工况下(层流分离预测的准确性相对较好)。2008年Nishino^[25]也在高雷诺数情况下发现了类似的问题。对于这个现象Travin的解释是:误差的来源有很多,仅仅减小其中的一项误差并不能让求解结果区域完美^[24]。本文认为是受“灰区”问题的影响。当 Re 较低时,流体本身的分子黏性($\mu_{molecule}$)较大,数值计算中总黏性系数 $\mu_{total} = \mu_{molecule} + \mu_{turbulence}$,发生层流分离后由于灰区效应而引入湍流黏性($\mu_{turbulence}$)内的误差对总黏性系数的影响较小;但当 Re 较大时,上游RANS区域内较大的涡黏性通过扩散方程传递到下游LES方法区域,此时 $\mu_{molecule}$ 较小, $\mu_{turbulence}$ 引入的误差对 μ_{total} 的影响较大,即灰区效应明显。

灰区效应是这类方法研究的难点也是热点,为了解决灰区问题有很多尝试^[30-32],但是这些方法由于缺乏普适性,所以并没有得到广泛的应用。2015年,Shur^[33]对原来DES方法的亚格子模型滤波尺度进行修改,加速RANS到DES的过渡,并在DDES和IDDES中测试^[34],得到较好的结果。

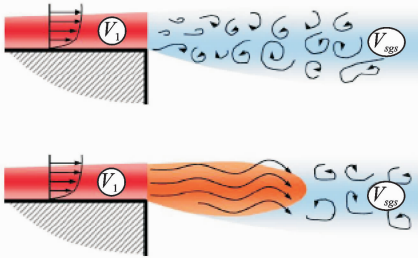


图4 理想的RANS/LES混合方法模拟效果(上)与实际模拟效果(下)^[29]

Fig. 4 Outline of ideal hybrid RANS/LES (up) and actual simulation result (down)^[29]

(2) 转捩问题的精确预测需要特殊处理

在涡轮中或压气机处于高空低雷诺数条件下,附面层转捩也成为叶轮机械中普遍存在流态。转捩对叶轮机械气动性能有着显著影响^[35],准确地预测转捩对低损失层流叶型的设计具有重要意义^[36]。而Travin^[24]的圆柱绕流测试、Li^[37]对NA-CA-0012翼型的测试结果都显示,基于S-A模型的DES方法并不能很好预测附面层转捩。为此,Li^[37]在基于S-A模型的DES方法中引入转捩,即人为给定转捩位置(S-A模型的限制),模拟结果得到改善。分析原因,虽然DES方法提高了涡的解析能力,但在层流区域和分离刚开始发生的一段距离内都采用的是RANS湍流模型,对转捩问题的精确预测受限于RANS湍流模型本身,需要采用转捩模型进行修正。2011年,Niels^[23]发展

了耦合 $\gamma \widetilde{Re}_\theta$ 转捩模型的DES方法,对雷诺数范围从 $10 \sim 10^6$ 的圆柱绕流流场进行校核,结果如图5所示,相较于原来的DES方法可以更准确地预测阻力;另外,耦合转捩模型后的DES方法并不影响对层流分离、湍流再附着和分离点的预测能力。

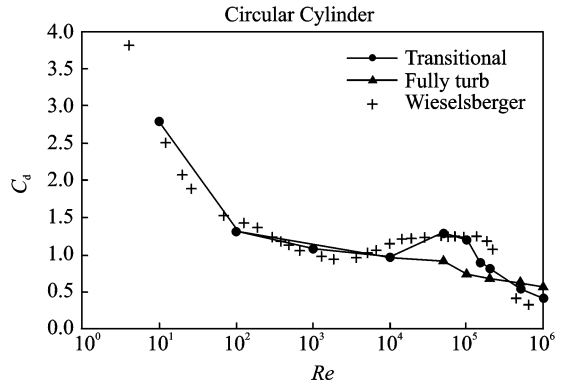


图5 圆柱绕流实验与数值模拟阻力对比^[23](Transitional:带转捩模型;Fully turb:全湍流模型)

Fig. 5 Comparison of computed drag force for fully turbulent and transitional computations with measurements^[23](Transitional: DES results based on transition model; Fully turb: DES results based on fully turbulence model)

2 DES类方法在叶轮机械内流场中的应用现状

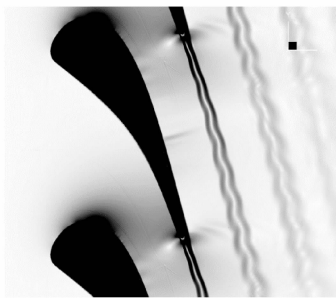
虽然通过简单模型验证了DES类方法的有效性和相对于RANS方法的优势,但在叶轮机械的实际应用中,由于几何更为复杂,且存在多种复杂涡系的干涉作用,仍然有新的难点需要解决。由于不同类型的叶轮机械的数值模拟中存在的难点不同,例如对于叶栅的数值模拟,难点在于对三维角区分离的准确预测;对于亚声速叶轮机械而言,难点在于对大尺度分离涡的准确捕捉;对于跨声速叶轮机械而言,又引入了对激波附面层干扰问题。因此,本节以研究对象为分类依据,分别针对上述3种叶轮机械内DES方法的应用现状展开讨论。

2.1 DES类方法在直叶栅流场模拟中的应用

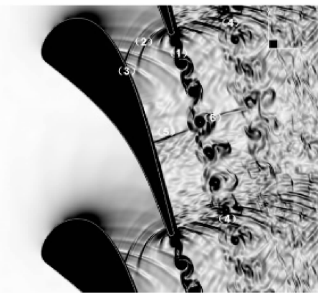
DES类方法在叶栅流场中的应用起始于清华大学李雪松等^[38-39],2007年首次将基于S-A模型的DES类方法引入压气机叶栅内流场的数值中,与实验结果对比显示,在时均性能上DES相比于RANS更接近实验结果。随后,日本名古屋大学Mahmoud等^[40]采用基于S-A模型的DES和DDES方法分析涡轮叶栅尾迹能量分离机理,并指导了低损失叶型的设计^[41]。西北工业大学高丽敏课题组则以高负荷压气机叶栅为研究对象,初步探

讨论了在内流场中格式精度对 DES/DDES 模拟结果的影响^[42-43]。

随着 DES 类方法的发展,研究人员逐渐尝试将其应用于激波/附面层干扰问题。2008 年李雪松等将基于 S-A 模型的 DDES 方法用于跨声速涡轮叶栅数值模拟中,却发现虽然 DDES 能有效计算亚声速流动,但在计算跨声流动时精度下降严重^[44]。李雪松认为是由于激波/尾迹干扰导致 DDES 中迟滞函数失效所致。然而,2015 年清华大学苏欣荣等^[45-46]同样采用基于 S-A 模型的 DDES 方法对跨声速涡轮导叶进行数值模拟,却在激波以及激波附面层/尾迹干扰等细节的捕捉方面得到较好的结果,如图 6,7 所示,本文认为是数值格式精度的影响,具体将在第 3 节讨论。



(a) URANS result



(b) DDES result

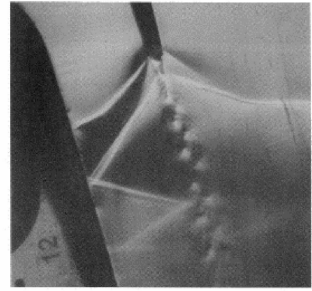
图 6 相对密度梯度云图^[45]

Fig. 6 Cloud map relative density gradient^[45]

随着商用软件的发展,在 Fluent, NUMECA 等软件当中嵌入了 DES 类方法,很多基于商用软件的研究工作随之展开^[47-49]。2013 年,上海交通大学的马威^[48]则通过 DDES 方法成功捕捉到实验中出现的角区分离“双峰”现象,但 RANS 方法却无法捕捉。随后,北京航空航天大学的柳阳威^[47]和侯安平^[49]采用基于 S-A 模型的 DDES 方法对压气机叶栅的数值模拟,从宏观时均参数上证实了 DDES 方法对三维角区分离各项异性湍流模拟的准确性。

2.2 DES 类方法在转子或级环境下应用

揭示压气机旋转失速前流动非定常特性可以



(a) Experimental result



(b) DDES result

图 7 激波尾迹干涉^[46]

Fig. 7 Effect of shock wave on wake^[46]

在设计中更好地预测失速边界,这也是基于失速控制的高性能压气机设计的基础。在转子和级环境条件下,存在转子与机匣以及转、静子之间的相对运动,非定常现象更为显著。

2008 年,顾春伟^[50]、李雪松^[51]等做了 DES 类方法在压气机转子及单级压气机中应用的尝试,但由于没有实验数据对比,其准确性无从得知。为了验证 DES 类方法在亚声速叶轮机内流场应用的准确性,2011 年起,日本九州大学 Yamada^[52]和 Kusano^[53]以及华北电力大学王晓东等^[54]分别从宏观性能^[52]和时均流场细节^[53-54]的角度将数值与实验结果进行了对比,证明了 DES 在低速轴流压气机中应用的准确性,并于 2015 年,首次对 7 级亚声速压气机进行全环、非设计工况数值模拟,计算量达到 DES 类方法在内流场应用的顶峰,每级静压比数值模拟与实验对比如图 8 所示,可见 DES 对前面级的预测精度较高,对后面级逊于 RANS。

为了提高单级压气机压比,转子转速不断提高,跨声速流动成为高负荷压气机常见的流动特征。开展 DES 类方法在跨声速叶轮机中应用研究的课题组主要是美国迈阿密大学的 Zha 以及清华大学的符松课题组。2011~2016 年间,Zha 课题组对 DES 和 DDES 方法在跨声速单转子^[56-57]、单级跨声速压气机^[58-59]中数值模拟的准确性进行校核,通过与 URANS 方法的对比,在近失速工况下 DES 类方法对宏观性能的预测更为准确,而且

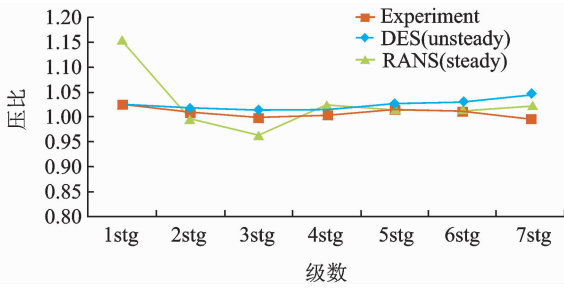


图 8 非设计工况每级静压比(7级压气机)^[55]

Fig. 8 Stage pressure ratios at off-design point (Front 7-stage simulation)^[55]

在对间隙泄漏流、角区分离等二次流动的捕捉更为精细(图 9),并获得了与 URANS 结果不同的失速特性。在国内,清华大学符松课题组采用 IDDES 方法对某跨声速转子的数值模拟结果也证明了 IDDES 方法在近失速工况对效率预测的准确程度^[60-61],如图 10 所示,并在失速机理方面挖掘出与 URANS 模拟结果不同的失速诱因。

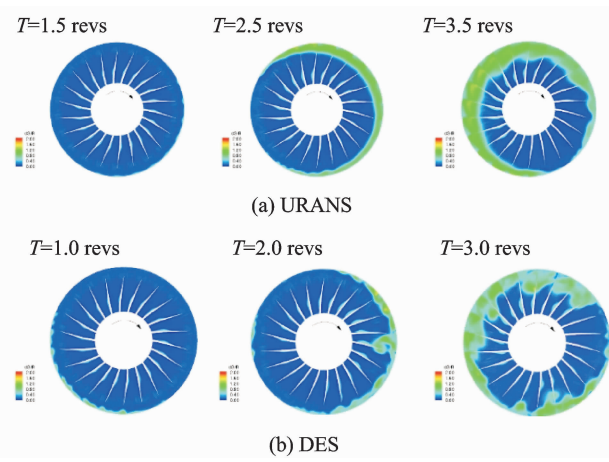


图 9 Rotor67 近失速工况近前缘 S3 流面不同时刻熵云图^[56]

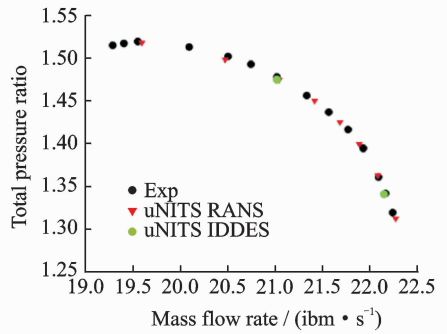
Fig. 9 Entropy change of axial plane near rotor leading edge during rotating stall in Rotor67^[56]

3 内流场应用中存在的问题及发展方向

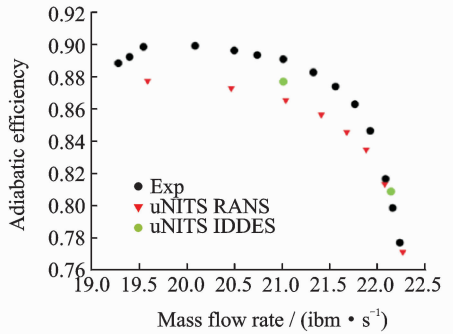
虽然 DES 类方法已经在叶栅、转子及叶轮机械级中得到应用,但很多工作都是在原有 RANS 方法基础上直接修改混合长度完成,对 DES 类方法在叶轮机械中应用的精度、网格依赖性、计算量等问题还缺乏深入分析,下面着重讨论目前在叶轮机械中 DES 方法的应用仍然存在问题及发展方向。

(1) 格式精度对 DES 类方法适应性问题

数值计算中的总黏性系数由分子黏性($\mu_{molecular}$)、湍流黏性($\mu_{Turbulence}$)和数值黏性($\mu_{Numerical}$)组成。其中数值黏性是由于对无黏项离散格式的



(a) Total pressure ratio

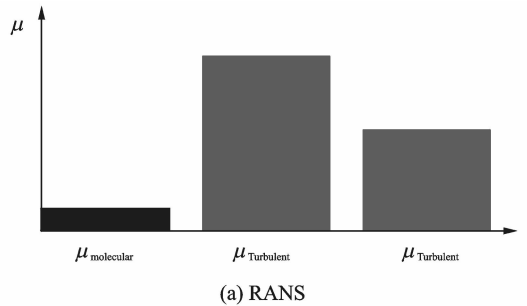


(b) Efficiency

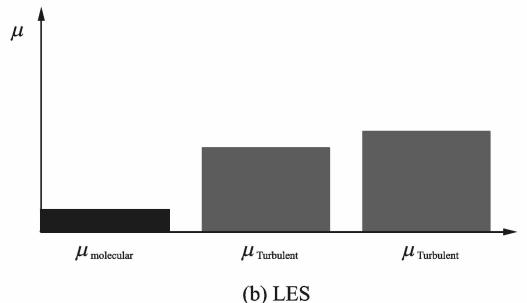
图 10 性能曲线^[60]

Fig. 10 Performance curve^[60]

数值耗散引入。在 RANS 方法中,无黏项离散格式一般优先考虑收敛性、复杂外形适用性等,因此通常采用数值耗散较大的低阶迎风格式。RANS 方法湍流黏性本身较大,如图 11 所示,纵然格式耗散较大,但对模拟结果影响较小。然而在 LES 当中,湍流输运方程中耗散项减小, $\mu_{Turbulence}$ 也相应降



(a) RANS



(b) LES

图 11 不同数值方法黏性系数构成示意图^[62]

Fig. 11 Illustration of viscosities in different numerical methods^[62]

低,如果仍然采用相同的数值离散格式,总黏性系数中数值黏性占据主导作用,最终导致计算错误。因此在 LES 计算域需要采用高精度、低耗散的数值格式。但耗散和计算稳定性却是一对矛盾。因此 DES 类方法的准确、稳定与数值离散格式有着必然的联系。

表 1 DES 类方法在叶轮机中应用总结

Tab. 1 Summary of DES method used in turbomachinery

文献	对象	网格数量/ 10^6	格式精度
李雪松 ^[39]	压气机静叶	2.80	2 nd MUSCL+Roe
Mahmoud ^[40]	涡轮叶栅	0.23	2 nd MUSCL+VanAlbada+AUSM
苏欣荣 ^[45]	涡轮叶栅	20.46	5 th 迎风+HLLC
马威 ^[48]	压气机叶栅	7.32	2 nd 迎风
柳阳威 ^[41]	压气机叶栅	1.97	2 nd 中心
顾春伟 ^[50]	低速单级压气机	6.15	2 nd MUSCL+Roe
Yamada ^[52]	低速单级压气机	4.09	3 rd MUSCL+Roe
Yamada ^[55]	7 级压气机	200.00	3 rd MUSCL+VanAlbada+AUSM
符松 ^[60]	跨音速转子	15.00	3 rd MUSCL+Roe
Zha ^[58]	Stage35	16.00	3 rd WNEO+E-CUSP
Zha ^[56]	全通道 Rotor67	6.26	3 rd MUSCL+E-CUSP

西北工业大学高丽敏课题组^[42]和法国国家航空航天中心的 Marty^[63]等就格式精度对 DES 方法数值结果的影响开展研究,发现格式精度与涡结构的解析精度息息相关,但测试算例有限,缺乏与实验的对比,目前尚没有形成系统性的结论。

另外,DES 方法的 LES 区域,湍流输运方程中降低了耗散项,对流项的作用更加明显,因此输运方程对流项的离散精度对结果影响程度加大,但目前该问题仍未得到关注。

(2) 网格依赖性问题

RANS 方法随着网格数量的增加,数值模拟结果则不再变化,达到网格无关性状态。但是对于 DES 而言,网格尺度与滤波尺度直接相关,加密网格则可以得到更加精细的涡结构,因此,很难找到一个无关性网格。表 1 中总结了在内流场数值模拟中,DES 类方法针对不同问题所需的网格数,从表中看出目前针对相同的问题所用的网格量级差异较大。例如同样针对涡轮叶栅,Mahmoud^[40]和苏欣荣^[45]所用网格相差 3 个量级。DDES 方法在减弱 DES97 对网格依赖性问题做出贡献,较好地解决了网格诱导分离问题,但在 LES 区域仍然选用网格最大尺度作为滤波尺度,即 $\Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$, 此时网格短边信息将被浪费,划分网格的长宽比也将一定程度地决定预测结果。基于简单的物理模型,人们提出多种滤波尺度定义方法,例如 $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$, 以及 $\Delta = \sqrt{N_x^2 \Delta_y \Delta_z + N_y^2 \Delta_x \Delta_z + N_z^2 \Delta_x \Delta_y}$ ^[64], 其中

前文 2.1 节所述的李雪松^[39]和苏欣荣^[45]对跨声速问题预测精度的差异,本文认为正是由于格式精度造成。从目前的应用来看(表 1),DES 类方法在叶轮机中应用时多采用 2 阶或 3 阶精度的格式,虽然在恶劣工况下对宏观性能的预测能力提高,但仍然存在盲目性。

(N_x, N_y, N_z) 表示单位涡矢量。不同滤波尺度的提出动机在于解决模型应力损耗问题,而同时这些定义也考虑了网格不同方向的尺度,从另一方面可以减少对网格的依赖性。

目前除 IDDES 方法外,在叶轮机内使用 DES 和 DDES 结果均采用最大网格尺度作为滤波尺度,IDDES 方法构造复杂,无疑极大地增加了计算量,因此可以考虑采用考虑 3 个方向网格尺度的滤波尺度,减少对网格的依赖性。

(3) 对设计工况及小分离流动预测不准

目前 DES 类方法在内流场的应用主要集中在失速或堵塞等恶劣工况下,在设计工况或小分离工况下,甚至会出现 DES 类预测精度低于 RANS 的情况。例如 Kim^[65]在对跨声速转子叶轮的研究中发现峰值效率工况下,DDES 模拟结果没有 RANS 方法准确。对于流场中存在大分离的情况,漩涡的生成、发展及耗散过程发展剧烈,贯穿整个流场,形成了反馈机制,使得前文所述的灰区变得模糊不清甚至忽略不计^[17];而对于小分离流动而言,较弱的流动信息传递使得这种反馈机制几乎不存在,流动分离越小,RANS 对下游 LES 区域的影响越大,即灰区效应越明显^[15]。在简单物理模型中,对灰区效应进行了丰富的研究,但是在叶轮机中,对灰区效应的考虑几乎处于空白。然而在级环境下,由于轴向间距较小,上游尾迹、分离涡造成的流场不均匀性对下游流场性能有明显影响,因此,很有必要在叶轮机中考虑灰区效应对小分离

及无分离工况数值模拟的准确性影响。

(4)有待发展精细化实验测量手段

为了验证 DES 类方法在叶轮机械领域应用的准确性,数值模拟与实验结果进行了大量的对比,但大部分都是对时间平均的宏观性能参数进行对比。DES 方法在时间和空间上都有较高的分辨率,通过加密网格可以捕捉更小、更精细的涡结构,但同时也存在例如网格诱导分离等非物理现象。由于目前能够提供校核的实验数据无论是空间还是时间分辨率都很难达到高精度数值模拟的要求,所以 DES 类方法对精细涡结构预测精度的判断主要依赖 LES 计算结果,例如 NTS 的 Garbaruk^[66]对低速叶栅采用 DES 进行数值模拟,并与斯坦福大学 You^[67]对同样叶栅的 LES 结果进行对比来验证 DES 对涡系的捕捉能力。而对于这些流场细节捕捉的正确性则无从得知。

因此,在发展高精度数值模拟方法的同时,亟待发展适用于内流场的精细化实验测量方法,例如快速响应压力敏感涂料测压法(Fast-respond pressure sensitive paint)、纹影法、三维 PIV 测速技术等,为 DES 类方法准确性校核提供精细化实验数据。

(5)如何降低计算量的问题

DES 类方法作为 RANS/LES 耦合方法,可以在很大程度上减少 LES 方法对网格的需求量,表 1 中总结了目前内流场 DES 类方法的数值模拟中针对不同问题数据量,可以看出尤其在级环境下,网格量达到千万量级;此外,时间上的非定常和复杂的空间离散格式,计算量仍然不可小觑。为此,通过分区高精度处理的方法减少计算量具有很强的工程应用价值。即在非定常性较弱以及流场结构简单的地方采用 RANS 方法,例如对于叶栅进口延伸段、压气机的进口导叶等,而仅在复杂流场附近采用 DES 类方法,网格划分也只需加密 DES 区域的网格。如此,可以有效减少计算量。同理,对于数值离散格式精度而言,只在存在激波、多种涡系干涉等区域采用高精度格式,也是解决高精度计算量高的方法之一。

需要注意的是,采用高/低精度混合方法时,混合界面的选择和处理方法需要相当谨慎,处理不当则会出现类似于 DES 方法中的“灰区效应”,使得低精度区域的数值黏性引入高精度区域而降低高精度数值方法的效果。

参考文献:

[1] 曹志远. 附面层抽吸对轴流压气机流动控制及性能影响的研究[D]. 西安:西北工业大学, 2014.

CAO Zhiyuan. Investigation of boundary layer suction on the influence of flow control and performance of axial flow compressor[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014.

[2] JIN H, JIN D, ZHU F, et al. Design of a highly loaded transonic two-stage fan using swept and bowed blading[C]//ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2011: 213-224.

[3] 高丽敏,蔡宇桐,李瑞宇,等. 一种压气机可控扩散叶型稳健优化设计方法:中国, CN105046041A[P]. 2015-11-11.

GAO Limin, CAI Yutong, LI Ruiyu, et al. A method for robust optimization design of compressor airfoil: China, CN105046041A[P]. 2015-11-11.

[4] 张鹏,刘波,毛晓晨,等. 三维造型和非轴对称端壁在跨声速压气机中的应用[J]. 推进技术, 2016, 37(2):250-257.

ZHANG Peng, Liu Bo, MAO Xiaochen, et al. Application of 3D blading and non-axisymmetric endwall in a transonic compressor[J]. Journal of Propulsion technology, 2016, 37(2):250-257.

[5] WANG Z J. High-order computational fluid dynamics tools for aircraft design[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society Mathematical Physical & Engineering Sciences, 2014, 372(2022): 20130318-20130318.

[6] HAH C. Large eddy simulation of transonic flow field in NASA rotor 37[C]// AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. [S. l.]:AIAA, 2009.

[7] SPALART P R, JOU W H, STRELETS M, et al. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach[J]. Advances in DNS/LES, 1997, 1: 4-8.

[8] SHUR M, SPALART P R, STRELETS M, et al. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack[J]. Engineering Turbulence Modelling & Experiments, 1999, 4:669-678.

[9] SPALART P R, DECK S, SHUR M L, et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2006, 20(3): 181-195.

[10] GRISTSKEVICH S M, GARBARUK V A, SCHÜTZE J, et al. Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model[J]. Flow Turbulence Combust, 2012, 88: 431-449.

[11] BALDWIN B, LOMAX H. Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows [C]//AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting. [S.

- l.]; AIAA, 1978; 257.
- [12] SPALART P R, ALLMARAS S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows[J]. *La Recherche Aéronautique*, 2003, 439(1): 5-21.
- [13] LAUNDER B E, SPALDING D B. The numerical computation of turbulent flows[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974, 3(2): 269-289.
- [14] WILCOX D C. Formulation of the $k-\omega$ turbulence model revisited[J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(11): 2823-2838.
- [15] 王翔宇. RANS/LES混合方法在湍流精细数值模拟中的应用与改进[D]. 西安:西北工业大学, 2016.
WANG Xiangyu. The application and improvement of hybrid RANS/LES method in the fine numerical simulation of turbulent flow[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016.
- [16] JIMÉNEZ J. Near-wall turbulence[J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(10): 97-120.
- [17] SPALART P R. Detached eddy simulation[J]. *The Annual Review of Fluid Mechanics*, 2009, 41: 181-202.
- [18] TRAVIN A K, SHUR M L, SPALART P R, et al. Improvement of delayed detached-eddy simulation for LES with wall modeling [C]// *European Conference on Computational Fluid Dynamics*. The Netherlands: TU Delft, 2006.
- [19] NIKITIN N V, NICOUD F, WASISTHO B, et al. An approach to wall modeling in large-eddy simulations[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(7): 1629-1632.
- [20] TRAVIN A, SHUR M, STRELETS M M, et al. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows[C]// *Advances in LES of Complex Flows*. Springer Netherlands: Springer, 2002: 239-254.
- [21] YAN J, MOCKETT C, THIELE F. Investigation of alternative length scale substitutions in detached-eddy simulation[J]. *Flow Turbulence and Combustion*, 2005, 74(1): 85-102.
- [22] JEE S K, SHARIFF K. Detached-eddy simulation based on the v_2 -f model[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2014, 46: 84-101.
- [23] NIELS N S, BECHMANN A, ZAHLE F. 3D CFD computations of transitional flows using DES and a correlation based transition model[J]. *Wind Energy*, 2011, 14(1): 77-90.
- [24] TRAVIN A, SHUR M, STRELETS M, et al. Detached-eddy simulations past a circular cylinder[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2000, 63(1): 293-313.
- [25] NISHINO T, ROBERTS G T, ZHANG X L, et al. Unsteady RANS and detached-eddy simulations of flow around a circular cylinder in ground effect[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2008, 24(1): 18-33.
- [26] 陈江涛, 张培红, 周乃春, 等. 基于 SA 湍流模型的 DES 方法应用[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(7): 905-909.
CHEN Jiangtao, ZHANG Peihong, ZHOU Naichun, et al. Application of detached-eddy simulation based on spalart-allmaras turbulence model[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(7): 905-909.
- [27] 邓枫, 伍贻兆, 刘学强. 用 DES 数值模拟分离绕流中的旋涡运动[J]. *计算物理*, 2008, 25(6): 683-688.
DENG Feng, WU Yizhao, LIU Xueqiang. Simulation of vortex in separated flows with DES[J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2008, 25(6): 683-688.
- [28] XU Changyue, CHEN Liwei, LU Xiyun. Large-eddy and detached-eddy simulations of the separated flow around a circular cylinder[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2007, 19(5): 559-563.
- [29] MICHEL U, ESCHRICHT D, GRESCHNER B, et al. Advanced DES methods and their application to aeroacoustics [C]// *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*. Berlin Heidelberg: Springer, 2010: 59-76.
- [30] DECK S. Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation [J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamic*, 2012, 26: 523-550.
- [31] KOK J C, van der VEN H. Destabilizing free shear layers in X-LES using a stochastic subgrid-scale model[C]// *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*. Berlin Heidelberg: Springer, 2010: 179-189.
- [32] KOK J C, van der VEN H. Capturing free shear layers in hybrid RANS-LES simulations of separated flow[R]. Second Symposium "Simulation of Wing and Nacelle Stall" NLR-TP-2012-333. Germany: National Aerospace Laboratory, 2012.
- [33] SHUR M L, SPALART P R, STRELETS M K, et al. An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2015, 95(4): 709-737.
- [34] EKATERINA K G, ANDREY V G, MIKHAIL K S. Assessment of delayed DES and improved delayed des combined with a shear-layer-adapted subgrid length-scale in separated flows[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2017, 98(2): 481-502.
- [35] Hodson H P, HOWELL R J. Bladerow interactions, transition, and high-lift aerofoils in low-pressure turbines[J]. *Annu Rev Fluid Mech*, 2005, 37: 71-98.
- [36] 高丽敏, 曾瑞慧, 杨冠华, 等. 层流叶片在压气机中

- 的应用研究[R]. 编号 162064. 无锡:中国工程热物理学会, 2016.
- GAO Limin, ZENG Ruiyu, YANG Guanhua. Application research of laminar blade in compressor[R]. Paper No. 162064. Wuxi: Chinese Society of Engineering Thermophysics, 2016.
- [37] LI D, MEN'SHOV I, NAKAMURA Y. Detached-eddy simulation of three airfoils with different stall onset mechanisms[J]. *Journal of Aircraft*, 2006, 4(43): 1014-1021.
- [38] 陈美兰,李雪松,顾春伟. DES和RANS模型在压气机叶栅流动中的研究[R]. 深圳:大型飞机关键技术高层论坛暨中国航空学会2007年学术年会,2007.
- CHEN Meilan, LI Xuesong, GU Chunwei. Study on DES and RANS model in compressor cascade flow[R]. Shenzhen: Key Technology of Large Aircraft Forum and the 2007 Annual Meeting of Chinese Society of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [39] 李雪松,顾春伟. 有大分离的压气机高压级静叶分离涡模拟研究[J]. *工程热物理学报*, 2009, 30(1): 31-34.
- LI Xuesong, GU Chunwei. Detached eddy simulation for the compressor stator of high-pressure cascade with massive separation[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2009, 30(1):31-34.
- [40] ELGENDI M M, LBRAHIM M K, MORI K, et al. Energy separation in high subsonic turbine cascade[J]. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 2010, 52(178): 206-212.
- [41] ELGENDI M M, LBRAHIM M K, MORI K, et al. Novel flow control method for vortex shedding of turbine blade[J]. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 2010, 53(180): 122-129.
- [42] 杨泽宇. 基于S-A模型的DDES方法在压气机平面叶栅中的应用研究[D]. 西安:西北工业大学, 2016.
- YANG Zeyu. Applied research of DDES based on S-A turbulence model in a compressor cascade [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016.
- [43] 陈璇. 叶轮机械非定常数值模拟方法研究[D]. 西安:西北工业大学, 2014.
- CHEN Xuan. Study of unsteady numerical simulation in turbomachinery stage[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014.
- [44] 李艳,李雪松,顾春伟. 涡轮叶栅流动分离涡模拟验证研究[J]. *工程热物理学报*, 2010, 31(1):40-43.
- LI Yan, LI Xuesong, GU Chunwei. Evaluation of a detached eddy simulation in turbine cascades [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2010, 31(1):40-43.
- [45] 林敦,苏欣荣,袁新. 高压透平导叶的DDES模拟[J]. *工程热物理学报*, 2016, 37(10):2084-2088.
- LIN Dun, SU Xinrong, YUAN Xin. DDES simulations of a high-pressure turbine guide vane[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2016, 37(10): 2084-2088.
- [46] 卞修涛,林敦,苏欣荣,等. 跨音透平中激波与边界层、尾迹干涉机理研究[J]. *工程热物理学报*, 2017, 38(5): 965-969.
- BIAN Xiutao, LIN Dun, SU Xinrong, et al. Study on interaction mechanism of shock wave and boundary layer, wake in transonic turbine[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2017, 38(5): 965-969.
- [47] LIU Y, YAN H, LU L. Numerical study of the effect of secondary vortex on three-dimensional corner separation in a compressor cascade[J]. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, 2016, 33(1): 9-18.
- [48] MA W, OTTAVY X, LU L, et al. Intermittent corner separation in a linear compressor cascade[J]. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(6):1-17.
- [49] 刘若阳,侯安平,单树军,等. 基于DDES方法的叶栅分离旋涡的非定常流动数值研究[J]. *推进技术*, 2017, 38(1): 16-26.
- LIU Ruoyang, HOU Anping, SHAN Shujun, et al. Unsteady numerical investigation on cascade separation vortex flow based on delayed detached-eddy simulation[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(1):16-26.
- [50] 顾春伟,奉凡,李雪松,等. DES模型在压气机亚音转子中的应用探讨[J]. *工程热物理学报*, 2008, 29(6): 951-956.
- GU Chunwei, FENG Fan, LI Xuesong, et al. Application of detached eddy simulation in subsonic compressor rotor [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008, 29(6): 951-956.
- [51] 李雪松,奉凡,顾春伟. 静动干涉流动的分离涡模拟研究[J]. *工程热物理学报*, 2009, 30(6): 953-956.
- LI Xuesong, FENG Fan, GU Chunwei. Detached eddy simulation for the stator-rotor interaction [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2009, 30(6):953-956.
- [52] YAMADA K, KIKUTA H, IWAKIRI K, et al. An explanation for flow features of spike-type stall inception in an axial compressor rotor[J]. *Journal of Turbomachinery-Transactions of the ASME*, 2013, 135: 0210232.
- [53] KUSANO K, JEONG J H, YAMADA K, et al. Detached eddy simulation of unsteady flow field and prediction of aerodynamic sound in a half-ducted propeller fan[C]//ASME-JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference. [S. l.]: ASME, 2011: 713-722.
- [54] WANG X, LIANG L, KANG S. Numerical simula-

- tions on flow separation within an axial turbine at very low reynolds number[C]//ASME Turbo Expo 2015; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2015: V02CT44A018-V02CT44A018.
- [55] YAMADA K, FURUKAWA M, NAKAKIDO S, et al. Large-scale DES analysis of unsteady flow field in a multi-stage axial flow compressor at off-design condition using k computer[C]//ASME Turbo Expo 2015; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2015: V02CT44A011-V02CT44A011.
- [56] IIM H, CHEN X Y, ZHA G. Detached-eddy simulation of rotating stall inception for a full-annulus transonic rotor[J]. Journal of Propulsion and Power, 2012, 28(4): 782-798.
- [57] IM H, CHEN X, ZHA G. Detached eddy simulation of transonic rotor stall flutter using a fully coupled fluid-structure interaction[C]//ASME 2011 Turbo Expo; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2011: 1217-1230.
- [58] GAN J Y, IM H S, ZHA G C. Simulation of stall inception of a high speed axial compressor with rotor-stator interaction[C]//51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. [S. l.]: AIAA, 2015: 3932.
- [59] GAN J Y, IM H S, ZHA G C. Delayed detached eddy simulation of rotating stall for a full annulus transonic axial compressor stage[C]//ASME Turbo Expo 2016; Turbomachinery Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2016: V02AT37A051-V02AT37A051.
- [60] SHI K, FU S. Study of shock/blade tip leakage vortex/boundary layer interaction in a transonic rotor with IDDES method[C]//ASME Turbo Expo 2013; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2013: V06CT42A028-V06CT42A028.
- [61] SHI K, FU S, MORRIS S C. IDDES study of the shock induced flow separation in a transonic compressor rotor at near stall condition[C]//ASME Turbo Expo 2014; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2014: V02DT44A043-V02DT44A043.
- [62] BOERSMA B J, van DER HOEVEN S. Low dissipative methods for turbulent reacting flows[C]//EC-COMAS CFD 2006; Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics. The Netherlands:[s. n.], 2006.
- [63] MARTY J, LANTOS N, MICHEL B, et al. LES and hybrid RANS/LES simulations of turbomachinery flows using high order methods[C]//ASME Turbo Expo 2015; Turbine Technical Conference and Exposition. [S. l.]: ASME, 2015: V02CT44A003-V02CT44A003.
- [64] CHAUVET N, DECK S, JACQUIN L. Zonal detached eddy simulation of a controlled propulsive jet [J]. AIAA Journal, 2007, 45(10): 2458-2473.
- [65] KIM D, KIM K, JEONGYEOL C, et al. A comparative study of numerical methods on aerodynamic characteristics of a compressor rotor at near-stall condition[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2015, 16(2): 157-164.
- [66] GARBARUK A, SHUR M, STRELETS M, et al. Detached-eddy simulation of a linear compressor cascade with tip gap and moving wall[R]. Stockholm; Symposium on Hybrid RANS-LES Methods, 2005.
- [67] YOU D, MITTLE R, WANG M, et al. Computational methodology for large-eddy simulation of tip-clearance flows[J]. AIAA Journal, 2004, 42(2): 271-279.

