

DOI:10.16356/j.1005-2615.2017.02.015

一种考虑直升机状态矩阵摄动的改进 LMI 设计方法

吴 伟 盛兴旺

(南京航空航天大学航空宇航学院, 南京, 210016)

摘要:基于线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI)的鲁棒控制方法在直升机飞控系统设计中得到了广泛的应用,现有方法在设计中仅考虑了阵风 and 噪声等外界干扰引起的控制对象模型不确定性,未考虑直升机飞行状态变化引起的状态矩阵摄动。本文发展了一种能够同时考虑直升机外界扰动和状态矩阵摄动的改进 LMI 方法,并基于 Z-11 直升机,针对姿态指令姿态保持(Attitude command attitude hold, ACAH)响应类型进行设计。最后在 Matlab/Simulink 环境下进行了仿真验证。结果表明基于本文设计方法得到的控制律具有较高的控制精度,同时具有增强的鲁棒性。

关键词:直升机;飞行控制;线性矩阵不等式;参数摄动;鲁棒稳定性

中图分类号:V212.13 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2017)02-0245-06

Improved LMI Design Method Considering Helicopter State Matrix Perturbation

WU Wei, SHENG Xingwang

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The linear matrix inequality(LMI) robust control method is widely used in the design of helicopter flight control system. Current methods only consider the model uncertainty caused by gust and noise etc. The perturbation of state matrix due to flight state variation is neglected. In the paper, an improved LMI method considering both external disturbances and state matrix perturbation is established. The flight control law for attitude command attitude hold (ACAH) of Z-11 helicopter using the developed method is implemented. Finally, the simulation is carried out under the Matlab/Simulink environment. The results show that the control law designed by using the developed method has good performance and the improved robustness.

Key words: helicopter; flight control; linear matrix inequality; parameter perturbation; robust stability

直升机是个不稳定、高度耦合的多输入多输出系统。此外,直升机在飞行包线内模型参数会随着飞行状态(高度、速度等)改变而变化。因此,设计控制律时必须考虑模型参数变化及不确定性因素影响^[1]。传统全包线控制律设计方法之一是在选定状态点处基于线性小扰动模型分

别进行控制律设计,然后拟合出全包线内的参数。这种方法可根据飞机模型参数的变化实时调整控制器参数,以满足控制性能,但它依赖于对象的精确模型,设计的控制系统鲁棒性差,需要引入鲁棒控制^[2]。鲁棒控制在设计中考虑控制对象的不确定性,能够有效地抑制模型不确定

基金项目:国家自然科学基金(61503183)资助项目;航空科学基金(2015ZA52002)资助项目;江苏省高校优势科学建设工程资助项目。

收稿日期:2016-12-15;**修订日期:**2017-03-01

通信作者:吴伟,男,讲师,E-mail:scorpio_nuaa@nuaa.edu.cn。

引用格式:吴伟,盛兴旺.一种考虑直升机状态矩阵摄动的改进 LMI 设计方法[J].南京航空航天大学学报,2017,49(2):245-250. WU Wei, SHENG Xingwang. Improved LMI design method considering helicopter state matrix perturbation[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(2): 245-250.

性对控制对象的影响。早期鲁棒控制理论基于 Lyapunov 稳定性理论,将系统的鲁棒分析和综合转化为 Riccati 方程的可解性问题。对于 Riccati 方程的求解,目前多为迭代方法,无法保证其收敛。线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI)方法可以克服 Riccati 方程处理方法中存在的不足^[3]。LMI 方法将鲁棒控制理论的相关问题转化为 LMI 约束的凸优化问题,通过求解一组 LMI 来求得满足约束的相应解。基于 LMI 的鲁棒控制在直升机的飞控系统中得到了广泛的应用。

20 世纪 90 年代起, Sampath 等人基于 LMI 设计了某型直升机针对噪声干扰的鲁棒控制器^[4],经验证,其能够抑制一定频率范围的噪声。Sever 等人考虑了外界参考输入、干扰等非参数不确定性,基于 LMI 方法设计了某无人直升机的状态反馈控制器^[5],能够使无人直升机在外界干扰下较好地跟踪输入指令。Watanabe 等人针对某直升机的参数摄动,通过 LMI 方法设计了鲁棒最优控制器^[6],并通过仿真验证其在参数摄动下的鲁棒性能。在国内, Xie 针对垂直阵风干扰,基于 LMI 方法来控制某型直升机 3 个姿态角的稳定^[7],经仿真验证得到了有效抑制阵风扰动的控制律。Li 基于 LMI 设计了某三自由度直升机的鲁棒 LQR(Linear quadratic regulator)控制器^[8],得到了良好跟踪性能的控制律。Shen 针对直升机参数不确定性,基于 LMI 设计了某三自由度模型直升机的指令跟踪控制规律^[9],经仿真验证得到了对参数摄动具有较好鲁棒性的控制律。上述研究针对直升机的某类单一模型不确定性取得了一定成果,但是还存在不足。有些工作^[4-5,7-8]只考虑了单一外界干扰的非参数不确定性,有些工作^[6,9]只考虑了单一状态参数摄动的参数不确定性。实际直升机模型的不确定性多是两种不确定性综合作用。本文针对上述不足,考虑两种不确定性综合作用下,基于直-11 直升机,针对姿态指令姿态保持(Acceleration command attitude hold, ACAH)响应类型进行设计。为了验证本文所述方法的有效性,结 Matlab/Simulink 进行仿真验证,并与传统控制方法对比。

1 控制对象描述

本文考虑的不确定模型为系统状态矩阵部分元素在一定区间内变化的区间控制系统,并考虑了外界输入干扰

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + Bu$$

$$y = C_1 x \quad (1)$$

式中: $x = [V_x, V_y, V_z, W_x, W_y, W_z, \varphi, \theta]^T$, 对应模型的纵向线速度(m/s)、升降线速度(m/s)、侧向线速度(m/s)、滚转角速度(rad/s)、偏航角速度(rad/s)、俯仰角速度(rad/s)、滚转角(rad)及俯仰角(rad)。控制输入 $u = [\varphi_T, A_1, B_1, \varphi_T]^T$, 对应模型的总距(rad)、横向周期变距(rad)、纵向周期变距(rad)、尾桨桨距(rad)。 $w(t)$ 为有界能量输入信号即 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 包括参考输入信号、外部干扰信号。 $y(t)$ 为输出信号。 A 为具有不确定性气动导数矩阵,其元素 $\in [\underline{A}, \bar{A}] = \{a_{ij} \leq a_{ij} \leq \bar{a}_{ij}; i, j = 1, 2, \dots, n\}$, \underline{A}, \bar{A} 为已知常数矩阵,表示直升机模型不确定性。为了具体描述直升机状态矩阵中的参数不确定性,这里采用文献[10]中所述的矩阵不确定性描述方式

$$A = A_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} H_{ij} \quad (2)$$

式中: $A_0 = 0.5(\underline{A} + \bar{A})$; ε_{ij} 为不确定的实数且 $|\varepsilon_{ij}| \leq 1$; $H_{ij} = 0.5e_i(\bar{a}_{ij} - \underline{a}_{ij})e_j^T$; e_i 表示第 i 个元素为 0 的单位列向量。

此外,式(1)中矩阵 B_1 为外界输入不确定性矩阵,这里外界扰动矩阵 B_1 是基于阵风扰动线性化模型得到的^[11],本文主要考虑阵风对直升机纵向通道的干扰。 B 为操纵导数矩阵, C_1 为输出矩阵。

2 控制规律设计

2.1 鲁棒控制结构

本文采用的鲁棒控制结构图如图 1 所示。

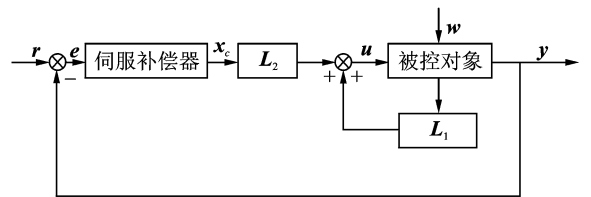


图 1 鲁棒控制结构图

Fig. 1 Robust control structure

这里伺服补偿器的作用相当于一个积分器,目的是为了降低指令跟踪的稳态误差。针对图 1,伺服补偿器的形式为

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c e \\ y_c &= x_c \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $e = r - y$; r 为参考指令; L_1, L_2 分别为前馈矩阵和反馈矩阵,作用是使闭环系统能够跟踪参考指令 r 以及具有鲁棒性能。控制输入 u 的形式为

$$u = [L_1, L_2] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

令 $L = [L_1, L_2]$ 。联立式(1,3,4)得

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C_1 & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} Y \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{令 } \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C_1 & A_c \end{bmatrix}, \tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_c \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}, \tilde{y} = \begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix}, \tilde{w} = \begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix}, \tilde{u} = u。$$

结合如式(6)所示的性能评价输出

$$z = \tilde{C}\tilde{x} + \tilde{D}\tilde{u} \quad (6)$$

式中: \tilde{C}, \tilde{D} 为针对评价输出的相应加权矩阵。

则式(5)可转化成

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}_1\tilde{w} + \tilde{B}\tilde{u}$$

$$z = \tilde{C}\tilde{x} + \tilde{D}\tilde{u}$$

$$\tilde{y} = \tilde{C}_1\tilde{x} \quad (7)$$

2.2 LMI 的建立

定义 1 给定常数 $\gamma > 0$, 如果如式(7)所示的系统满足以下条件:

(1) 当 $w = 0$ 时系统(式(7))是渐近稳定的。

(2) 当 $x(0) = 0$ 时, 对所有非零 $w \in L_2[0, \infty)$, 满足 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$ 。则称系统(式(7))($u(t) = 0$)是鲁棒稳定的且具有 H_∞ 性能 γ ; 如果存在状态反馈控制器 $u = Lx$ 使得系统(式(7))的闭环系统鲁棒稳定且具有 H_∞ 性能 γ , 则称系统(式(7))是鲁棒稳定的且具有性能 γ 。

定理 1^[12] 对于任意给定的 $\gamma > 0$, 若存在矩阵 Y 和对称矩阵 $X > 0, Q_{ij} > 0, i, j = 1, 2, \dots, n$, 满足式(8), 则式(8)所示系统在如式(9)所述的状态反馈控制规律作用下鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能 γ

$$\begin{bmatrix} \phi & N^T & \tilde{B}_1 & F_{11} & F_{12} & \cdots & F_m \\ N & -I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{B}_1^T & 0 & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ F_{11}^T & 0 & 0 & -Q_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ F_{12}^T & 0 & 0 & 0 & -Q_{12} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_m^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -Q_m \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

式中: $N = \tilde{C}X + \tilde{D}Y; F_0 = 0.5(X\tilde{A}_0^T + \tilde{A}_0X); F_{ij} =$

$$0.5(X\tilde{H}_{ij}^T + \tilde{H}_{ij}X), i, j = 1, 2, \dots, n; \phi = F_0 + F_0^T + \tilde{B}Y + (\tilde{B}Y)^T + \sum_1^n \sum_1^n Q_{ij}。$$

状态反馈控制规律为

$$u = L\tilde{x}$$

$$L = X^{-1}Y \quad (9)$$

针对如式(8)所示的 LMI 问题, 可以通过 Matlab 鲁棒控制箱中的求解 LMI 不等式的 feasp 工具求解。

2.3 设计实例

根据最新直升机飞行品质规范 ADS-33E-PRF^[13], 直升机主要响应类型有速率指令姿态保持 (Rate command/attitude hold, RCAH)、ACAH、速率向量指令 (Translational rate command/position hold, TRCPH) 等。他们之间有对应的积分关系, 在内回路完成 RACH 及 ACAH 响应的基础上可以扩展到外回路 TRCPH 响应上^[14]。本文主要针对直升机内回路的 ACAH 响应类型。

选取样例直升机(直-11)悬停模态为直升机鲁棒控制的标称设计点。在这里, 根据直升机气动导数随飞行状态变化的特性分析结果, 选择式(1)A 阵中的不确定性摄动元素为: 空速稳定性导数 $(\frac{\partial M_x}{\partial V_x})$ 、迎角稳定性导数 $(\frac{\partial M_z}{\partial V_y})$ 、航向稳定性导数 $(\frac{\partial M_y}{\partial V_z})$ 、上反效应 $(\frac{\partial M_x}{\partial V_z})$ 、垂直运动阻尼导数 $(\frac{\partial F_y}{\partial V_y})$ 、俯仰运动阻尼导数 $(\frac{\partial M_z}{\partial \omega_z})$ 、偏航阻尼导数 $(\frac{\partial M_y}{\partial \omega_y})$ 及滚转阻尼导数 $(\frac{\partial M_x}{\partial \omega_x})$ 。摄动范围选取悬停到小速度前飞状态。根据系统矩阵中的元素与摄动元素的关系, 可以确定 A_0, H_{ij} 以及联立后的 $\tilde{A}_0, \tilde{H}_{ij}$ 。

针对评价输出 z , 在此, 本文选择纵向俯仰角指令和横向滚转角指令为参考输入指令即 $r = [\varphi_g, \theta_g]^T$ 。为了降低闭环系统指令跟踪的稳态误差以获得较好的指令跟踪性能, 评价输出的选择为上述两种指令跟踪的误差的积分, 即 $z = [k_1 \frac{\varphi_c}{s}, k_2 \frac{\theta_c}{s}]^T$, 其中 k_1, k_2 为相应的加权系数, 需要结合仿真反复调整, 这里选择 $k_1 = 0.5, k_2 = 0.1$ 。最后, 可得全状态反馈矩阵 L 以及鲁棒性能指标 $\gamma = 0.9$ 。

3 模型仿真与验证分析

在 Matlab/Simulink 中建立如图 2 所示的仿真模型。

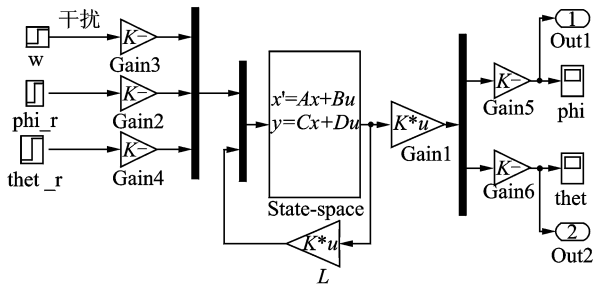
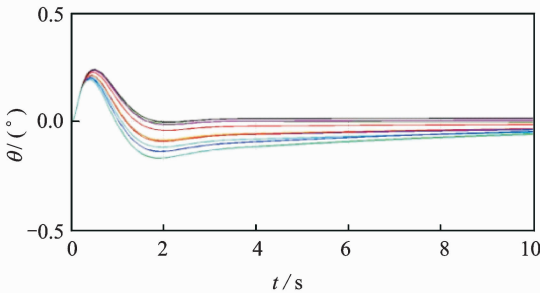


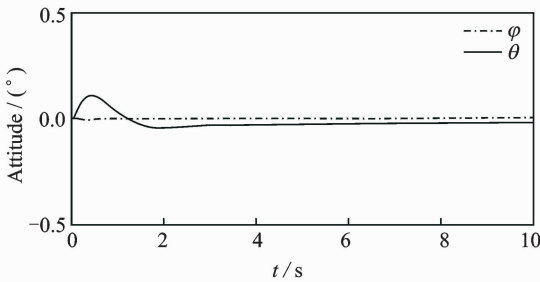
图 2 Matlab/Simulink 仿真结构图

Fig. 2 Simulation structure diagram in Matlab/Simulink

不考虑系统矩阵参数摄动和参考输入, 样例直升机于悬停状态下受到阵风干扰后, 纵向通道、横向通道的响应如图 3 所示。



(a) θ



(b) θ and φ

图 3 无参考输入下响应

Fig. 3 Response without reference input

无/有阵风干扰, 直升机在悬停状态下, 直升机纵向通道和横向通道 ACAH 响应对比分别如图 4, 5 所示。

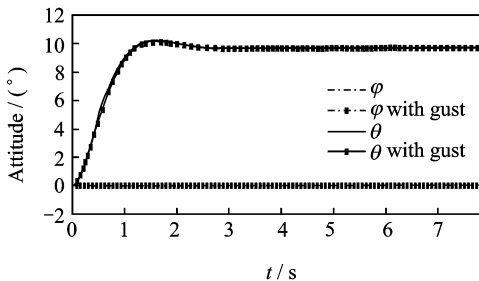


图 4 无/有阵风干扰纵向通道 ACAH 响应

Fig. 4 Longitudinal channel ACAH response without/with gust interference

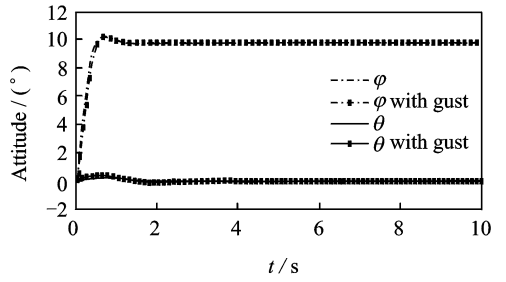


图 5 无/有阵风干扰横向通道 ACAH 响应

Fig. 5 Lateral channel ACAH response without/with gust interference

为了验证闭环控制系统在状态矩阵参数摄动以及外部干扰综合不确定性作用下仍能保持稳定, 并且具有良好的指令跟踪能力, 在 Matlab/Simulink 鲁棒工具箱中建立如图 6 所示的包含参数不确定模型的 Simulink 模型。

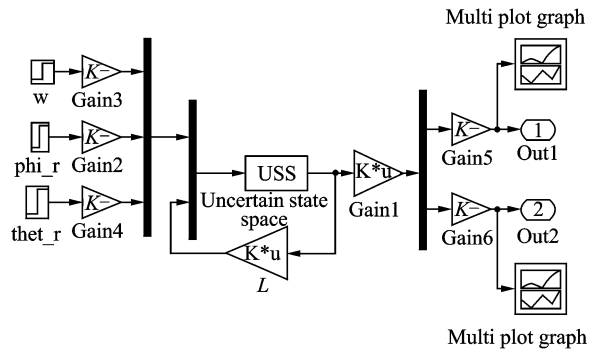


图 6 包含不确定性的 Simulink 模型

Fig. 6 Simulink model with uncertainties

无参考输入指令及综合不确定性作用下直升机纵向通道、横向通道随机 10 次响应如图 7, 8 所示。

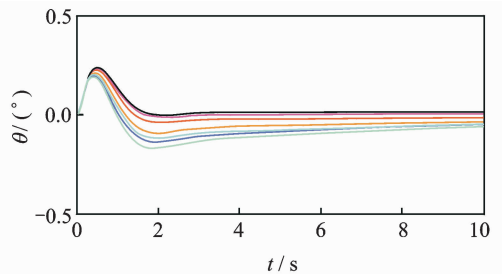


图 7 综合不确定性纵向无参考输入响应

Fig. 7 Longitudinal channel ACAH response in synthesized uncertainties without reference input

给定 10°俯仰角指令, 直升机在状态参数摄动和外部扰动的作用下纵向通道和横向通道随机 10 次 ACAH 响应如图 9, 10 所示。

图 11~13 分别为传统控制规律设计下滚转通

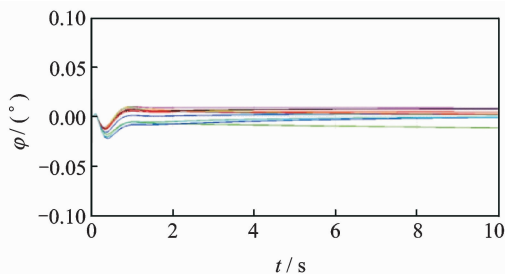


图 8 综合不确定性横向无参考输入响应

Fig. 8 Lateral channel ACAH response in synthesized uncertainties without reference input

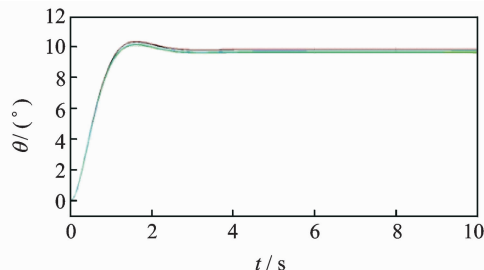


图 9 综合不确定性下纵向通道 ACAH 响应

Fig. 9 Longitudinal channel ACAH response in synthesized uncertainties

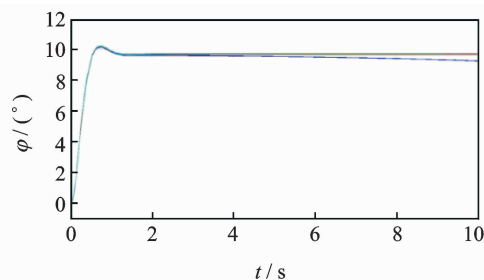


图 10 综合不确定性下横向通道 ACAH 响应

Fig. 10 Lateral channel ACAH response in Synthesized uncertainties

道在不考虑不确定性、只有阵风干扰、综合不确定性下随机 10 次 ACAH 响应曲线。

分析图 3~5, 闭环系统在只有阵风扰动情况下稳定且能够快速跟踪指令, 横向通道调整时间约为 1 s, 稳态误差约为 0.2° 。纵向通道调整时间约为 2 s, 稳态误差约为 0.2° 。此外, 横向通道和纵向通道具有良好的解耦特性。分析图 7~13, 在状态参数摄动和外部阵风扰动的共同作用下, 闭环系统调整时间和稳态误差均有所增加, 但是仍然能满足跟踪参考指令的要求。此外, 本文所述方法较传统控制方法具有更好的稳定性和鲁棒性。

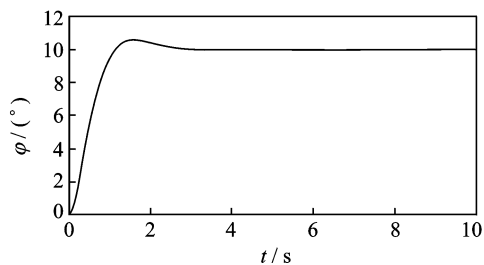


图 11 不考虑不确定性 ACAH 响应

Fig. 11 ACAH response without uncertainties

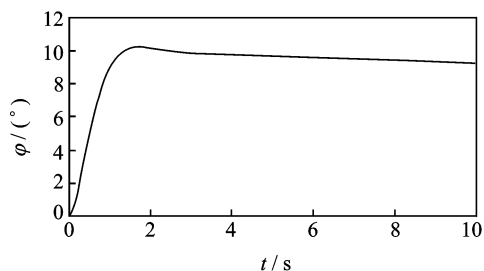


图 12 阵风干扰下 ACAH 响应

Fig. 12 ACAH response with gust interference

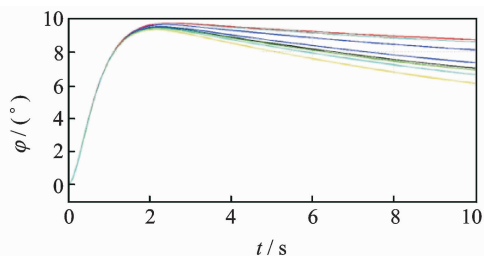


图 13 综合不确定下 ACAH 响应

Fig. 13 ACAH response in synthesized uncertainties

4 结束语

本文针对直升机动力学特性在不同飞行状态下差异明显, 造成经典反馈控制方法无法在较大飞行速度范围内始终保持良好控制性能的缺点, 基于 H_∞ 控制理论提出了一套具有增强鲁棒性的飞行控制律设计方法。通过对直升机气动导数摄动和外界阵风扰动的分析, 建立了具有不确定性模块的增广直升机飞行动力学模型, 根据此模型对鲁棒控制结构进行了设计, 并基于 LMI 理论实现了鲁棒控制律的反馈阵求解。最后, 以 Z-11 为算例直升机, 进行了鲁棒飞行控制律设计, 并通过对 ACAH 响应类型的仿真分析以及与经典控制方法的对比研究, 验证了本文方法的有效性和鲁棒性。

需要指出的是, 由于本文对直升机气动导数的摄动建模还不够系统, 同时对外界扰动的不确定性也仅仅局限于某一通道, 这将对设计得到的

飞行控制律的鲁棒性造成一定程度的影响。因此,在后续工作中,将重点对这两类不确定性问题的建模方法进行深入研究,进一步增强控制律设计方法的鲁棒性。

参考文献:

- [1] 井雅洁,卢京潮,周飞. 直升机保性能鲁棒控制设计[J]. 计算机测量与控制,2010,18(3):571-574.
JING Yajie, LU Jingchao, ZHOU Fei. Design of helicopter guaranteed performance robust control[J]. Control Technology, 2010,18(3):571-574.
- [2] 李中健. 大飞行包线控制系统鲁棒控制研究[J]. 弹箭与制导学报,2010,30(1):23-26.
LI Zhongjian. Research on robust control of large flight envelope control system[J]. Journal of projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2010,30(1):23-26.
- [3] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
YU Li. Robust control-linear matrix inequality processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
- [4] SAMPETH A M, PRASANTH R K, MEHRA R K. Robust in terror noise control using system identification and linear matrix inequality (LMI) based control[C]// Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications. [S. l.]: IEEE, 1998.
- [5] SEVER M, GOKTAS G, YAZIEI H, et al. Linear matrix inequalities based state feedback and reference feedforward actuator saturated h-infinity control of small-scale unmanned helicopter[C]// International Conference on Electrical and Electronics Engineering. [S. l.]: IEEE, 2012:801-805.
- [6] WATANABE Y, TAKAMI I, CHEN G. Tracking control for 2DOF via robust LQ control with adaptive law[C]//2012 2nd Australian Control Conference. [S. l.]: IEEE, 2012:379-404.
- [7] XIE Rong, WANG Xinmin, LI Yan. H_∞ state feedback control for the stabilization of the three Euler angles of helicopter [C]// International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. [S. l.]: IEEE, 2008:375-379.
- [8] LI Peiran, SHEN Tao. The research of 3 DOF helicopter tracking controller [C]//2007 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. [S. l.]:IEEE,2007,1:572-578.
- [9] SHEN Tao. The design of guaranteed cost tracking controller for 3 DOF helicopter[C]//2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics. [S. l.]:IEEE,2007:149-153.
- [10] ZHANG Damin. The robust H_∞ control for discrete time switched interval system [C]//2011 6th International Conference on Computer Science & Education. [S. l.]:IEEE,2011:61-65.
- [11] 肖亚伦. 飞行器运动方程[M]. 北京:航空工业出版社,1987.
XIAO Yalun. Aircraft motion equation[M]. Beijing: Aviation Industry Press,1987.
- [12] 张达敏. 连续期间系统的鲁棒 H_∞ 控制: LMI 方法[J]. 厦门大学学报,2009,48(5):651-655.
ZHANG Damin. Robust H_∞ control for continuous systems: LMI method[J]. Journal of Xiamen University, 2009,48(5):651-655.
- [13] United States Army Aviation and Missile Command Aviation Engineering Directorate. Aeronautical design standard, performance specification, handling qualities requirements for military rotorcraft [S]. ADS-33E-PRF-00. Redstone Arsenal, United States: [s. n.], 2000.
- [14] 黄一敏,郭锁凤. 直升机多模态控制律的全飞行包线设计[J]. 飞行力学,2000,18(3):19-26.
HUANG Yimin, GUO Suofeng. Design of full flight envelope for multi-modal control law of helicopter [J]. Flight Dynamics, 2000,18(3):19-26.

