

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.06.021

基于机型航线优化的多目标规划

谷润平 王倩 李佳妮

(中国民航大学空中交通管理学院,天津,300300)

摘要:为了降低航空公司机队的飞行成本,提高飞机的座位利用率,研究机队各机型与航线优化匹配问题。考虑了旅客溢出带来的潜在支出成本,在满足航班覆盖、旅客需求、机队寿命、航班连续等约束条件下,建立了多目标 0~1 整数规划模型,并采用基于隶属度的多目标模糊决策法对模型进行求解计算。通过实例验证分析表明:建立的多目标机队优化匹配模型实用可行,既降低了机队的飞行成本,又提高了各条航线上机型的座位利用率。

关键词:机型航线匹配;多目标规划;模糊决策;隶属度

中图分类号:V355.2;O211.6

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2016)06-0917-05

Multi-objective Programming Based on Aircraft Route Optimization Research

Gu Runping, Wang Qian, Li Jiani

(Air Traffic Management Institute, Civil Aviation University of China, Tianjin, 300300, China)

Abstract: To reduce the cost of airline fleet during flying and improve aircraft load factors, optimization matching between fleet models and routes is researched. The effect of passenger overflow on the airline cost is analyzed. Considering the flight covering, passenger demand, fleet life and flight continuity, a 0—1 integer programming mathematical model is established. Furthermore, the model is solved by using multi-objective fuzzy decision making based on membership degree. Comparison results of the simulation data with the original plan data prove that the mathematical model of multi-objective optimal allocation of fleet has realistic significance of reducing the flight cost and improving the seat utilization.

Key words: aircraft routes match; multi-objective programming; fuzzy decision; membership degree

机队规划研究的主要问题就是机型与航线的匹配问题。航线机型匹配作为公司管理者用于调度和利用公司多种生产资源和生产要素以适应当前航空市场环境,使公司盈利的一种决策手段,是公司日常经营管理的关键所在,也是在竞争日益激烈的航空市场中赢得竞争优势的必要武器。

国内外许多学者在机型与航线匹配方案做了大量的研究,并取得了一定的研究成果。Abara 等人利用结点来表示航班进离港时间,提出时空网络

结构概念并将其运用到机型指派模型中,解决了航空公司航班环中机型指派问题^[1-2]。Teodorovic 等人建立了以航线网络利润最大化、旅客量最大化以及旅客计划延误时间最小化这 3 个目标的多目标函数^[3],为航空公司追求多项优化指标提供了理论依据。都业富教授对航班计划优化实用方法进行了研究,建立了规划周期为 10~15 年的大型线性机型与航线的最优规划模型^[4]。于玺强研究了民用飞机运营成本评估的方法^[5]。徐进利用时空网

基金项目:国家高技术研究发展计划(“八六三”计划)(2014AA110501)资助项目。

收稿日期:2015-06-03;**修订日期:**2015-07-19

通信作者:王倩,女,硕士,E-mail:qwang_yjs12@163.com。

引用格式:谷润平,王倩,李佳妮. 基于机型航线优化的多目标规划[J]. 南京航空航天大学学报,2016,48(6):917-921. Gu Runping, Wang Qian, Li Jiani. Multi-objective programming based on aircraft route optimization research[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016,48(6):917-921.

络概念建立了可变动时刻的机型指派模型,文中虽然考虑了旅客的溢出成本,也考虑了旅客的延误成本,但未考虑在这些情况下带来的机队利用率不平衡问题^[6]。张海峰等人研究了基于延误控制的航班计划编排模型,在考虑航班延误成本的同时,也将旅客的溢出成本考虑在内^[7]。敖小琴分别建立了以公司运营成本最小化和利润最大化为优化目标的单目标机队优化配置模型^[8]。吴东华等人利用最大隶属度函数解决了飞机排班的多目标模型^[9]。

一个航空公司经营状态的好坏可用多个方面的指标进行评价,例如:运营成本、利润、客座率、准点率、延误率等。越来越多的航空公司不再满足于一个最优目标,而是期望得到多方面的最优状态。

本文根据大多数航空公司的需求对多目标机队规划问题进行建模研究,并分析其中所遇到的某些问题。根据以往大量数据研究可知,各条航线航空旅客的需求分布遵循正态分布 $D=N(\mu, \delta^2)$ ^[10],这种离散分布必然会产生航线旅客需求量大于实际航班座位投放的可能。这种供不应求的现象,被称之为旅客溢出。航线上存在旅客溢出情况表示航空公司由于运力的安排不恰当而损失了部分潜在客户,不仅影响了航空公司的市场形象,同时也意味着增加了航空公司的机会成本,也称为溢出成本^[11]。文中将旅客溢出带来的潜在成本考虑在内,以降低机队的飞行成本为出发点,同时以最大限度地满足社会需求,减少飞机的空余座位数为目的,建立多目标 0~1 整数规划模型,采用模糊分析法将多目标问题转化为单目标模型,最后给出实例计算并对优化结果进行分析。

1 多目标规划模型的建立

1.1 建立目标函数

假设航空公司拥有 m 条航线资源, n 种机队机型, x_{ij} ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$) 表示第 j 条航线上的航班任务由第 i 种机型执行,以天为时间单位,建立如下多目标机队优化配置模型

$$\begin{cases} \min Z_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [(CT_i \cdot t_{ij} + CF \cdot WF_i \cdot t_{ij}) \cdot x_{ij} \cdot q_j + q_j \cdot (P_j \cdot spill_{ij} \cdot x_{ij})] & (1) \\ \min Z_j = \sum_{i=1}^n (s_i \cdot x_{ij}) \cdot q_j - \mu_j & (2) \end{cases}$$

式中: CT_i 表示第 i 种机型单位时间的成本,一般由飞机制造商给出的成本指数折合计算得来; t_{ij} 表示第 i 种机型执行第 j 个航班任务时的单程

飞行时间; q_j 为每天航班 j 的频率; CF 表示当前航空燃油价格; WF_i 表示第 i 种机型的燃油流量; P_j 表示第 j 条航线上的平均票价,与机型 i 无关; $spill_{ij}$ 表示第 i 种机型执行第 j 条航线航班任务时的旅客溢出量; μ_j 表示第 j 条航线上旅客需求量的平均值。

式(1)表示航空公司制定此次机队优化的一个目的是降低由机队执行飞行任务时产生的成本,里面包括时间成本、燃油成本和溢出成本。由于考虑了旅客的溢出成本,为了减少旅客溢出,管理系统在为航线分配机型时,必然会将大飞机分配给市场需求量低的航线,导致某些航线 j 上飞机产生较多的空余座位数;因此,式(2)表示此次机队优化的另一个需要达到的目标就是通过充分利用不同座位级的机型,尽可能地减少各条航线上飞机的空余座位数,即提高各机型的座位利用率。

1.2 建立约束条件

机队规划的制定需要考虑多方面的因素,这些因素主要来自于外部环境限制和公司内部资源限制两方面,根据建立的目标函数,设定以下相关限制约束条件:

(1) x_{ij} 为 0~1 变量

$$\begin{cases} x_{ij} = 1 & \text{由机型 } i \text{ 执行航线 } j \text{ 上的任务} \\ x_{ij} = 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (3)$$

(2) 航班覆盖

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j=1, 2, \dots, m \quad (4)$$

该项约束条件是指每条航线上由且仅由一种机型执行航班任务。

(3) 航线旅客需求

$$\sum_{i=1}^n q_j \cdot x_{ij} \cdot s_i \cdot \eta_{ij} \geq D_j \quad j=1, 2, \dots, m \quad (5)$$

式中: s_i 表示第 i 种机型的座位数; η_{ij} 表示第 i 种机型在第 j 条航线上的平均客座率; D_j 表示第 j 条航线的旅客需求量。该项约束条件保证了该条航线上可提供的座位数应该满足该条航线上旅客量的需求。

(4) 飞机日利用率限制

$$\sum_{j=1}^m t_{ij} \cdot x_{ij} \cdot q_j \leq TM_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式中: TM_i 表示机队中第 i 种机型总的可用日利用时间。

(5) 航班连续限制

$$x_{ij} = x_{ij}^* \quad i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m \quad (7)$$

该约束条件表示如果第 j 条航线和第 j^* 条航线属于一次飞行任务中的经停航班,则要求这两条航线上航班任务由同一种机型来执行。

(6) 最大航程限制

$$x_{ij} = 0 \tag{8}$$

该约束条件表示如果机型 i 的满载最大航程小于航线 j 的距离,则该机型不能执行此条航线上飞行任务。

2 多目标规划模型的求解

一般来讲,要使多个目标函数同时到达各自的最优值往往很困难,需要采用折中的方法来处理,使各目标函数值达到相对“极大值”。多目标规划模型的求解一般分两种:层次分析法和化多为少法。多目标模糊决策法^[12]采取基于隶属度的多目标模糊决策法^[13]将文中的多目标规划模型转化为单目标模型进行求解。

通过引入隶属函数,将各个目标函数模糊化,然后将多目标函数转化为同等的单目标函数。隶属函数的确定可根据不同的模型来设定。

对于多目标中每个目标函数的最优值 Z_k^* ($k=0,1,2,\dots,m$), 给出一个收缩性指标 θ_k ($\theta_k \geq 0$), 确定多目标隶属函数 $F_k(x)$ 为

$$F_k(x) = g_k\left(\sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_j\right) = \begin{cases} 0 & \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_j < Z_j^* - \theta_k \\ 1 - \frac{1}{\theta_k} \left(Z_k - \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_j\right) & \\ Z_i^* - \theta_k \leq \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_j < Z_i^* & \\ 1 & \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_j \geq Z_i^* \end{cases} \tag{9}$$

式中: θ_k 的值是当第 k 个目标达到最优值时,对应的所有单目标值中最大值和最小值之差的绝对值。它是描述各个目标重要性程度的指标, θ_k 越小,表示目标函数 Z_k 越重要。

隶属度 $\lambda = F_1(x) \wedge F_2(x) \wedge \dots \wedge F_r(x)$ 。其中 $F = F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_r$, 是对应于多目标函数 $Z = Cx$ 模糊化后的模糊目标集,是 x 属于 F 的隶属度。根据模糊理论的无条件模糊极大值性质和最大隶属度原则^[14],若能求得 x^* ,使 $F(x^*) = \sup_{x \in b} F(x)$,那么 x^* 的值就是目标函数在模糊约束条件下的最

优解,而 $Z^* = Cx^*$ 就是目标函数的最优值。

因此,根据隶属函数和隶属度的定义,机型航线优化配置的多目标函数式(1,2)可以转化为如下的单目标数学规划模型

$$\begin{cases} \max(\lambda) \\ 1 - \frac{1}{\theta_0} \left(z_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [(CT_i \cdot t_{ij} + CF \cdot WF_i \cdot t_{ij}) \cdot x_{ij} + (p_j \cdot spill_{ij} \cdot x_{ij})]\right) \geq \lambda \\ 1 - \frac{1}{\theta_k} \left(z_k + \sum_{i=1}^n (s_i \cdot x_{ij}) - \mu_j\right) \geq \lambda \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \\ \sum_{i=1}^n s_i \cdot x_{ij} \cdot q_j \geq \mu_j \\ \sum_{j=1}^m t_{ij} \cdot x_{ij} \cdot q_j \leq TM_i \\ x_{ij} = x_{ij}^* \text{ (若第 } j \text{ 个航班和第 } j^* \text{ 个航班为连续航段)} \\ x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{若机型 } i \text{ 执行第 } j \text{ 个航班任务} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \\ i \in N, j \in M \\ \lambda \geq 0 \end{cases} \tag{10}$$

转换后的机队优化配置模型属于 0~1 整数规划模型,可以借用 LINGO 软件对其进行求解。

3 实例分析

3.1 实例数据

已知某航空公司在天津基地拥有 3 种机型,分别是 A320、ERJ190 和 ERJ145,各机型的性能数据和时间成本如表 1 所示。

表 1 机队相关数据

Tab. 1 Date about fleet

性能/机组	机型 i		
	$i=1$ (A320)	$i=2$ (ERJ190)	$i=3$ (ERJ145)
满载最大航程/km	4 310	3 705	2 030
架数/架	8	4	5
$WF_i / (\text{kg} \cdot \text{h}^{-1})$	2 640	2 100	1 200
座位数 a_i / 个	152	106	50
时间成本 $CT_i / (\text{元} \cdot \text{h}^{-1})$	19 473	16 317	15 661
TM_i (往返) / $(\text{h} \cdot \text{架}^{-1})$	15	14	12

航空公司所拥有的航线资源与各机型的溢出量(部分数据)如表 2 所示。

表2 航线数据及机型溢出量(部分数据)

Tab. 2 Date about route and spill of the plane (part)

航线 j	航班频率	票价 $P_j/$	平均值	标准差	A320(152)	ERJ190(106)	ERJ145(50)
	q_j	元	u_j	δ_j	spill _{1j}	spill _{2j}	spill _{3j}
1	2	500	200	40	1	5	50
2	2	460	180	30	0	2	40
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
35	1	510	35	3	0	0	0
36	1	140	30	3	0	0	0
37	1	136	35	4	0	0	0
38	1	489	35	3	0	0	0
39	1	348	30	3	0	0	0

表中3类机型飞各条航线的旅客溢出量 spill_j 已根据各条航线上旅客需求分布的平均值 μ_j 和标准差 δ_j 计算得出。旅客的溢出人数可用 spill_j = $\int_0^\infty (D_j - s_i) f(D_j) dD_j$ 表示^[15], 上述积分函数可用专业数学软件或计算器求出, 也可用 EXCEL 模拟计算出该积分函数值, 而且更加方便明了。

3.2 模型求解与分析

按照上一节中对引入隶属函数的多目标规划模糊优化算法的介绍, 模型的求解按以下步骤进行:

步骤1 将多目标优化匹配模型中求最小值的目标函数转换成求最大值的目标函数。

步骤2 在6条约束条件下, 分别求出每个目标函数的最优值 $Z_0^* = -2\ 479\ 306, Z_1^* = (-12, -32, -6, -32, -6, -42, -52, -62, -92, -6, -26, -42, -16, -26, -16, -11, -26, -31, -36, -31, -26, -31, -102, -46, -36, -36, -46, -16, -15, -10, -10, -10, -15, -15, -20, -15, -15, -20)$ 。

步骤3 求出40个收缩性指标 $\theta_k (k=0, 1, \dots, 39)$ 的值, 见表3。

表3 伸缩性指标 θ_k 的值

Tab. 3 Number of flexibility index θ_k

序号	绝对值	序号	绝对值	序号	绝对值	序号	绝对值
θ_0	2 484 501	θ_{10}	2 484 537	θ_{20}	2 484 540	θ_{30}	2 484 543
θ_1	2 484 533	θ_{11}	2 484 540	θ_{21}	2 484 526	θ_{31}	2 484 524
θ_2	2 484 534	θ_{12}	2 484 527	θ_{22}	2 484 529	θ_{32}	2 484 533
θ_3	2 484 542	θ_{13}	2 484 536	θ_{23}	2 484 532	θ_{33}	2 484 527
θ_4	2 484 536	θ_{14}	2 484 538	θ_{24}	2 484 519	θ_{34}	2 484 535
θ_5	2 484 532	θ_{15}	2 484 541	θ_{25}	2 484 528	θ_{35}	2 484 539
θ_6	2 484 524	θ_{16}	2 484 536	θ_{26}	2 484 510	θ_{36}	2 484 540
θ_7	2 484 532	θ_{17}	2 484 537	θ_{27}	2 484 506	θ_{37}	2 484 535
θ_8	2 484 541	θ_{18}	2 484 529	θ_{28}	2 484 526	θ_{38}	2 484 524
θ_9	2 484 535	θ_{19}	2 484 542	θ_{29}	2 484 535	θ_{39}	2 484 518

步骤4 计算出收缩性指标 θ_k 后, 利用 LINGO 软件对式(10)中的单目标规划模型进行求解计算, 得出最大隶属度 $\lambda^* = 0.965$, 同时也得到对应的多目标机队优化配置模型的最优解和最优分配方案。优化后和优化前的方案对比如表4所示。

表4 多目标优化方案对比

Tab. 4 Comparison about two distribution plans

航线 j	航班频率 q_j	A320		ERJ190		ERJ145	
		原分配	优化	原分配	优化	原分配	优化
		方案	后	方案	后	方案	后
1	2	1	0	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36	1	0	0	0	0	1	1
37	1	0	0	0	0	1	1
38	1	0	0	0	0	1	1
39	1	0	0	0	0	1	1

根据表4的分配方案对比, 目标函数式(1)的原运营成本 $Z_0 = 2\ 554\ 012$ 元, 经过引入隶属度进行多目标模糊优化后, 成本降低至 $2\ 504\ 671$ 元, 机队每天可节约成本 $49\ 341$ 元, 节约率为 1.93% 。

此外, 根据表2中旅客平均需求量和表4中不同座级机型的分配, 可计算出 A320、ERJ190、ERJ145 在原分配方案和和优化后方案中的平均座位利用率, 计算结果如表5所示。

表5 各机型平均座位利用率

Tab. 5 Average seat utilization about three types of planes

方案	A320	ERJ190	ERJ145
原分配方案/%	60.371 5	66.037 7	72.727 3
优化后方案/%	68.254 4	67.385 4	72.727 3

表5中3种机型的平均座位利用率优化结果非常明显, 经过模糊函数优化后, A320 和 ERJ190 的座位利用率均得到了提高, 由于 ERJ145 提供的座位数和 A320、ERJ190 的座位级相差较大, 并且

数量少,因此 ERJ145 可满足的航线市场相对较窄,但在一些旅客量相对较少的航线,由 ERJ145 执行该任务时能为机队节省成本。

4 结束语

本文研究了航空公司在机队规模和航线资源已固定的情况下,机型与航线的优化匹配问题。以机队飞行成本作为衡量机队规划经济性指标,建立了多目标机队优化匹配模型,既考虑了由于旅客溢出带来的溢出成本,又保证了每天航线上较高的座位利用率。实例验证表明:转化成单目标求解出来的结果较原方案的目标函数值都得到了优化,机队运营产生的成本有所降低,飞机的座位利用率也都得到了提高,从而验证了文中建立的多目标优化配置模型及采用的隶属函数模糊算法是可靠、实用的,这为航空公司制定短期机队规划提供了有力的理论基础。

参考文献:

- [1] Abara J. Applying integer linear programming to the fleet assignment problem [J]. *Interfaces*, 1989, 19(4): 20-28.
- [2] Hane C A, Bamhart C, Johnaon E L, et al. The fleet assignment problem solving large-scale integer programming[J]. *Mathematical Programming*, 1995, 70: 211-232.
- [3] Teodorovic D, Krmar-Nozic E. Multicriteria to determine flight frequency on an airline network under competitive conditions [J]. *Transportation Science*, 1989, 23(1): 14-25.
- [4] 都业富. 机队规划的优化[J]. *系统工程理论与实践*, 1997(7): 136-138.
Du Yefu. Optimization of fleet plannig[J]. *Systems Engineering Theory and Practice*, 1997(7): 136-138.
- [5] 于玺强. 民用飞机直接运营成本分析与建模[D]. 南京:南京航空航天大学,2004.
Yu Xiqiang. The analysis and modeling about civil aircraft direct operation cost. [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [6] 徐进. 航空公司航班计划的优化方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2007.
Xu Jin. Research on airline schedule design and optimization[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [7] 张海峰,胡明华. 航空公司短期航班计划编排模型及算法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2015, 47(4): 553-558.
Zhang Haifeng, Hu Minghua. Planning model and algorithm for short-term flight scheduling of airlines [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2015, 47(4): 553-558.
- [8] 敖小琴. 航空公司机队优化配置方法研究[D]. 成都:中国民用航空飞行学院,2009.
Ao Xiaoqin. Research on airline fleet composition optimizing[D]. Chendu: School of Aviation Transportation Management, Civil Aviation Flight University of China, 2009.
- [9] 吴东华,夏洪山. 基于多目标模糊线性规划求解方法的飞机排班问题研究[J]. *计算机科学*, 2012(1): 234-238.
Wu Donghua, Xia Hongshan. Fleet assignment problem study based on multi-objective fuzzy linear optimization algorithm[J]. *Computer Science*, 2012(1): 234-238.
- [10] 都业富. 航空运输管理预测[M]. 北京:中国民航出版社,2001:167-175.
- [11] 李锋,孙宏,周冬梅. 航空公司旅客成本收益模型构造[J]. *西华大学学报(自然科学版)*, 2006, 25(3): 18-20.
Li Feng, Sun Hong, Zhou Dongmei. Construction of the model for airline passengers revenue[J]. *Journal of Xihua University(Natural Science Edition)*, 2006, 25(3): 18-20.
- [12] 徐裕生,王佳佳,杜英阁. 目标带有模糊系数的线性规划的一种新解法[J]. *重庆理工大学学报(自然科学版)*, 2010, 24(8): 97-99.
Xu Yusheng, Wang Jiajia, Du Yingge. New olution of objective linear programming with fuzzy coefficients[J]. *Journal of Chongqing Institute of Technology*, 2010, 24(8): 97-99.
- [13] 吴东华,夏洪山,范永俊. 多目标飞机航线调配模型的模糊优化算法[J]. *系统工程理论与实践*, 2014(4): 1011-1017.
Wu Donghua, Xia Hongshan, Fan Yongjun. Fuzzy optimization algorithm on multi-objective model for fleet assignment problem[J]. *Systems Engineering Theory and Practice*, 2014(4): 1011-1017.
- [14] 王静,董肖丽. 模糊评价中最大隶属度原则的改进[J]. *河北水利*, 2011(2): 27-28.
Wang Jing, Dong Xiaoli. The principle of maximum membership degree in fuzzy evaluation of improvement[J]. *Hebei Water Resources*, 2011(2): 27-28.
- [15] 乔治·拉得诺帝. 航空运输盈利策略[M]. 何真,俞力玲,译. 北京:中国民航出版社,2004:10-12.
George Radnoti. Peofit strategies for air transportation[M]. He Zhen, Yu Liling, Trans. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2004: 10-12.

