

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.05.016

一种基于虚拟参考站的低轨双星时差频差精密修正方法

李刚¹ 蔡成林¹ 李思敏² 王亮亮¹ 刘昌盛¹

(1. 桂林电子科技大学广西精密导航技术与应用重点实验室, 桂林, 541004;

2. 广西科技大学电气电子工程学院, 柳州, 545000)

摘要:为了解决低轨双星时差(Time difference of arrival, TDOA)、频差(Frequency difference of arrival, FDOA)定位精度低这一问题,提出了一种应用虚拟参考站(Virtual reference station, VRS)技术来实现对低轨双星 TDOA/FDOA 进行精密修正的方法。该方法利用合作辐射源在未知辐射源附近建立一个物理上并不存在的虚拟参考站,然后再利用此虚拟参考站修正未知辐射源的时频误差。通过仿真分析,VRS 处虚拟时差构建误差比虚拟频差构建误差要小,并且 VRS 对未知辐射源 TDOA/FDOA 系统误差的修正精度分别可以达到 97% 和 95%。利用修正后的时频差对未知辐射源定位,其定位精度相对于未修正前有极大的提高。

关键词:低轨双星;虚拟参考站;精密修正;时差;频差

中图分类号:TN967

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2016)05-0723-08

Method for Correcting TDOA and FDOA of Low Orbit Dual-Satellite System Based on VRS

Li Gang¹, Cai Chenglin¹, Li Simin², Wang Liangliang¹, Liu Changsheng¹

(1. Guangxi Key Laboratory of Precision Navigation Technology and Application,

Guilin University of Electronic Technology, Guilin, 541004, China; 2. Institute of Electrical and Electronic Engineering,

Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou, 545000, China)

Abstract: To improve the accuracy in positioning system of low orbit dual-satellite time difference of arrival (TDOA) and frequency difference of arrival (FDOA), an original method based on virtual reference station (VRS) to precisely correct the measured TDOA and FDOA of unknown target is advanced. VRS that doesn't exist in physic is established nearby the unknown target by the cooperative radiation sources so that the measured TDOA and FDOA of unknown target can be corrected via utilizing the constructed TDOA and FDOA at VRS. Simulation preliminarily analyzes the method performance. It is verified that the precision of constructed virtual TDOA is more less than that of FDOA at VRS. Meanwhile the systematic error of unknown target TDOA and FDOA can be reduced by 97% and 95% separately by the proposed method. Moreover, compared with positioning accuracy using uncorrected TDOA and FDOA at unknown target, the positioning accuracy after applying corrected TDOA and FDOA is greatly improved.

Key words: low orbit dual-satellite; virtual reference station; precise correction; time difference of arrival; frequency difference of arrival

基金项目:桂林电子科技大学研究生教育创新计划(GDYCSZ201452)资助项目。

收稿日期:2015-03-11;修订日期:2015-08-27

通信作者:李思敏,男,教授,博士生导师,E-mail:siminl@guet.edu.cn。

引用格式:李刚,蔡成林,李思敏,等.一种基于虚拟参考站的低轨双星时差频差精密修正方法[J].南京航空航天大学学报,2016,48(5):723-730. Li Gang, Cai Chenglin, Li Simin, et al. Method for correcting TDOA and FDOA of low orbit dual-satellite system based on VRS[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(5):723-730.

未知辐射源的精确定位在定位跟踪、搜寻和营救中具有广泛的应用^[1-2]。低轨双星定位系统具有平台少、成本低、降低了系统实现难度等优势,因此得到了广泛的应用^[3]。但是,由于主星转发器通常存在未知信号的转发时延和频率搬移,导致时差(Time difference of arrival, TDOA)测量和频差(Frequency difference of arrival, FDOA)测量存在较大的系统误差,使得低轨双星定位系统的定位精度一般在3~10 km的范围^[3-5]。近年来,为了提高低轨双星无源定位系统的定位精度,文献[6~8]提出了一种基于4个或4个以上已知位置的地面合作辐射源对未知辐射源 TDOA/FDOA 误差以及星历误差进行改正的方法。文献[6,8]主要是利用地面4个或4个以上且位置已知的参考站首先求出两颗卫星的相对星历误差,然后再利用修正后的卫星星历对未知辐射源定位。文献[7]首先定义一个能够反映辐射源定位后所有位置的代价函数,然后使该代价函数最小,求出两颗卫星的相对星历误差。然而上面所提出对未知辐射源系统误差进行改正的方法至少需要4个或4个以上的地面参考站,并且改正的误差是相对误差,同时也需要考虑参考站的布站方式,因此,这将限制该方法的应用。

为了提高低轨双星无源定位系统的定位精度以及减少对未知辐射源定位时所需要的参考站数量,文中借鉴 GPS 中虚拟参考站(Virtual reference station, VRS)的思想,提出了一种基于 VRS 的时频差精密修正的方法。该方法不仅可以消除未知辐射源测量时频系统误差,还可以在很大程度上减小双星系统的星历误差,提高了低轨双星无源定位系统的定位精度。此外,由于该方法实现一次定位最少只需要3个参考站且改正的误差都是绝对误差,因此文中所提的方法也可以看成是利用多站对低轨双星 TDOA/FDOA 系统误差改正方法的进一步完善。

1 低轨双星无源定位系统误差分析

根据常规误差理论,低轨双星定位系统的误差来源是:星历误差、转发时延、电离层误差、对流层误差、多路径效应、测量系统误差(TDOA 和 FDOA)。上述误差可以分为空间相关误差和非空间相关误差。

(1)空间相关误差:星历误差、电离层误差、对

流层误差。

(2)非空间相关误差:转发延时、测量误差(TDOA 和 FDOA)、多路径效应。

转发延时和测量系统误差主要是由两颗卫星的钟差引起。下面详细分析影响低轨双星无源定位系统的主要误差。

假设主卫星测得地面辐射源的到达时间(Time of arrival, TOA)、到达频率(Frequency of arrival, FOA)分别记为 t_2, f_2 ; 辅卫星测得地面辐射源的到达时间、到达频率分别为 t_1, f_1 ; 假设在地心低固坐标系中,主卫星的位置和速度分别为 $\mathbf{S}_2, \dot{\mathbf{S}}_2$; 辅卫星的位置和速度分别为 $\mathbf{S}_1, \dot{\mathbf{S}}_1$; 未知辐射源坐标 $\mathbf{u}=(x \ y \ z)$ 。因此,主卫星对地面辐射源的 TOA 和 FOA 分别写为 $t_2 = \frac{1}{c} \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|$ 和 $f_2 = \frac{f_0 (\mathbf{S}_2 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_2}{c \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|}$, 其中 f_0 为未知辐射源载波频率, c 为信号传播速度, $\|\mathbf{x}\|$ 表示向量 \mathbf{x} 的 2 范数, 上标 T 表示转置运算。由于受到卫星钟差、星历误差以及电离层和对流层等因素的影响, 因此主卫星 TOA 和 FOA 分别为 $t_2 = \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\| + \delta_{t_2} + O_{t_2} + T_{t_2} + I_{t_2} + \zeta_T$, $f_2 = \frac{f_0 (\mathbf{S}_2 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_2}{c \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|} + \delta_{f_2} + \dot{O}_{f_2} + \dot{T}_{f_2} + \dot{I}_{f_2} + \zeta_F$, 辅卫星的 TOA 和 FOA 也具有和主卫星相同的表达式。因此,对于地面辐射源,其时差方程可以写为

$$\text{TDOA}(\mathbf{u}) = t_2 - t_1 = \frac{1}{c} (\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\|) + \delta_T + O_{T_{21}} + \Delta T_T + \Delta I_T + \zeta_T \quad (1)$$

式中: δ_T 中包含了转发时延和两卫星测量误差之差; $O_{T_{21}}$ 为两卫星的轨道误差之差; ΔT_T 为两卫星的对流层之差; ΔI_T 为两卫星的电离层之差; ζ_T 为时差方程中的其他微小误差。由于卫星到地面的距离远大于两卫星之间的距离, 因此, 可以认为 $\Delta T_T \approx 0, \Delta I_T \approx 0$ 。对于地面辐射源 \mathbf{u} , 其频差方程可以写为

$$\text{FDOA}(\mathbf{u}) = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{c} \left[\frac{(\mathbf{S}_2 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_2}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|} - \frac{(\mathbf{S}_1 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_1}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\|} \right] + \delta_F + \dot{O}_{F_{21}} + \Delta \dot{T}_F + \Delta \dot{I}_F + \zeta_F \quad (2)$$

式中: δ_F 为两卫星测量频偏; $\dot{O}_{F_{21}}$ 为两卫星星历误差之差; $\Delta \dot{T}_F$ 和 $\Delta \dot{I}_F$ 为两卫星对流层和电离层之差, 且基本可以认为等于零; ζ_F 为频差方程中的其他微小误差。经简化后, 对于地面辐射源的时差、频差方程分别为

$$\begin{cases} \text{TDOA}(\mathbf{u}) = \frac{1}{c} (\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\|) + \\ \delta_T + O_{T_{21}} + \zeta_T \\ \text{FDOA}(\mathbf{u}) = \frac{f_0}{c} \left[\frac{(\mathbf{S}_2 - \mathbf{u})^\top \dot{\mathbf{S}}_2}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|} - \frac{(\mathbf{S}_1 - \mathbf{u})^\top \dot{\mathbf{S}}_1}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\|} \right] + \\ \delta_F + \dot{O}_{F_{21}} + \zeta_F \end{cases} \quad (3)$$

从式(3)可以看出,在低轨双星无源定位系统中,TDOA/FDOA 误差主要由空间相关误差,如星历误差和非相关误差,如转发延时和测量系统误差引起。

2 低轨双星无源定位中 VRS 差分原理

将差分全球定位系统(Differential GPS, DGPS)中的 VRS 技术应用于低轨双星无源定位,关键问题是如何在未知辐射源附近生成虚拟观测值,包括虚拟时差和虚拟频差观测值。图 1 是将 VRS 原理应用于双星无源定位中的系统模型,假设在双星覆盖范围内有 6 个位置已知的合作辐射源,合作辐射源可以是各个省会的电视塔,也可以是在已知位置临时架设的合作辐射源。图中未知辐射源坐标为 \mathbf{u} ,未知辐射源附近建立的虚拟参考站其坐标定义为 VRS。文中分析了影响时频差误差的主要因素,因此可以采用站间差分消除非空间误差,只剩下空间相关误差,这就为 VRS 技术在双星无源定位中的实现提供了可能性。

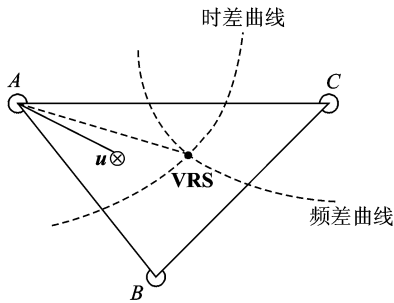


图 1 系统模型

Fig. 1 System model

DGPS 中 VRS 的运行包含 4 个步骤^[9],参考站数据整合、参考站间差分、误差源建模和虚拟参考站建立。而在双星定位中数据处理都是在星上直接完成或者待卫星过境后转发给地面处理,因此双星无源定位中 VRS 技术的实现要比 GPS 中简单,可以把双星无源定位中 VRS 的运行划分为 3 个阶段。

2.1 参考站基线间的改正数生成

由式(3)可得,对某个坐标为 \mathbf{ref}_k 的参考站 k 的时差频差方程为

$$\begin{aligned} \text{TDOA}(\mathbf{ref}_k) &= \frac{1}{c} (\|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_2\| - \|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_1\|) + \\ &\delta_T + O_{T_{21}} + \zeta_T = \frac{1}{c} (r_2^k - r_1^k) + \delta_T + O_{T_{21}} + \zeta_T \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{FDOA}(\mathbf{ref}_k) &= \frac{f_0}{c} \left[\frac{(\mathbf{S}_2 - \mathbf{ref}_k)^\top \dot{\mathbf{S}}_2}{\|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_2\|} - \frac{(\mathbf{S}_1 - \mathbf{ref}_k)^\top \dot{\mathbf{S}}_1}{\|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_1\|} \right] + \\ &\delta_F + \dot{O}_{F_{21}} + \zeta_F = \frac{f_0}{c} (\dot{r}_2^k - \dot{r}_1^k) + \\ &\delta_F + \dot{O}_{F_{21}} + \zeta_F \quad (5) \end{aligned}$$

式中: $r_i^k = \|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_i\|$, $\dot{r}_i^k = \frac{(\mathbf{S}_i - \mathbf{ref}_k)^\top \dot{\mathbf{S}}_i}{\|\mathbf{ref}_k - \mathbf{S}_i\|}$, $i=1, 2$;对于地面任意两个坐标为 $\mathbf{ref}_m, \mathbf{ref}_n$ 的参考站 m, n 求差后对应的时差频差方程为

$$\begin{aligned} \text{TDOA}^{m,n}(\mathbf{ref}) &= \text{TDOA}(\mathbf{ref}_m) - \text{TDOA}(\mathbf{ref}_n) = \\ &\frac{1}{c} (r_2^m - r_1^m - r_2^n + r_1^n) + O_{T_{21}}^{m,n} + \zeta_T \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{FDOA}^{m,n}(\mathbf{ref}) &= \text{FDOA}(\mathbf{ref}_m) - \text{FDOA}(\mathbf{ref}_n) = \\ &\frac{f_0}{c} (\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m - \dot{r}_2^n + \dot{r}_1^n) + \dot{O}_{F_{21}}^{m,n} + \zeta_F \quad (7) \end{aligned}$$

式中: $O_{T_{21}}^{m,n}, \dot{O}_{F_{21}}^{m,n}$ 表示参考站 m, n 相对于双星的卫星星历之差,从表达式可以看出经过参考站 m, n 之间的差分后,影响参考站间差分后时频差误差的主要因素是星历误差。

如果将星历误差和其他误差记为 $V^{m,n}$,那么对于参考站 m, n 的时差方程和频差方程,其基线间的综合误差改正数可以表示为

$$V_{\text{TDOA}}^{m,n} = \text{TDOA}^{m,n}(\mathbf{ref}) - \frac{1}{c} (r_2^m - r_1^m - r_2^n + r_1^n) \quad (8)$$

$$V_{\text{FDOA}}^{m,n} = \text{FDOA}^{m,n}(\mathbf{ref}) - \frac{f_0}{c} (\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m - \dot{r}_2^n + \dot{r}_1^n) \quad (9)$$

在双星无源定位中,可以选定一个主参考站,其他参考站的所有时频综合误差改正数都是相对于主参考站这条基线上;而 VRS 处的时频综合误差也是建立在主参考站与 VRS 之间的。

2.2 VRS 上观测值的生成

利用主参考站上的观测数据,通过加入一个几何改正量和误差项,就可以将主参考站上的观测数据归算到 VRS 上,而加入的几何改正量实际上就是在 VRS 处计算的理论时差和理论频差。如果在某时刻主参考站时差频差观测方程为

$$\begin{cases} \text{TDOA}(\mathbf{ref}_m) = \frac{1}{c} (r_2^m - r_1^m) + O_{T_{21}}(\mathbf{ref}_A) + \zeta_T \\ \text{FDOA}(\mathbf{ref}_m) = \frac{f_0}{c} (\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m) + \dot{O}_{F_{21}}(\mathbf{ref}_A) + \zeta_F \end{cases} \quad (10)$$

那么,在相同时刻 VRS 处的观测方程具有相同形式,将两组方程分别对相应的时频方程求差后有

$$\begin{cases} \text{TDOA}^{m,\text{VRS}} = \frac{1}{c}(r_2^m - r_1^m - r_2^{\text{VRS}} + r_1^{\text{VRS}}) + V_{\text{TDOA}}^{m,\text{VRS}} \\ \text{FDOA}^{m,\text{VRS}} = \frac{f_0}{c}(\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m - \dot{r}_2^{\text{VRS}} + \dot{r}_1^{\text{VRS}}) + V_{\text{FDOA}}^{m,\text{VRS}} \end{cases} \quad (11)$$

将 VRS 处的时频差观测值移到等式左边,有

$$\begin{cases} \text{TDOA}(\mathbf{VRS}) = \text{TDOA}(\mathbf{ref}_m) - \left[\frac{1}{c}(r_2^m - r_1^m - r_2^{\text{VRS}} + r_1^{\text{VRS}}) + V_{\text{TDOA}}^{m,\text{VRS}} \right] \\ \text{FDOA}(\mathbf{VRS}) = \text{FDOA}(\mathbf{ref}_m) - \left[\frac{f_0}{c}(\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m - \dot{r}_2^{\text{VRS}} + \dot{r}_1^{\text{VRS}}) + V_{\text{FDOA}}^{m,\text{VRS}} \right] \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可以看出,只要将基准站与 VRS 之间的时频差综合误差确定后,那么 VRS 处的时频差观测值也可以构建出来。

2.3 内插改正数的生成和未知辐射源位置确定

基线间改正数生成的模型有很多种,比较常见的是线性组合模型、距离反比例模型及低阶曲面模型等。文献[10]指出在 GPS 中除了距离反比例模型内插效果稍差外,其余几种内插模型效果基本相当。同时文中考虑到线性组合模型能够减小多路径效应、测量噪声等非空间相关误差,因此,文中采用该模型对基线间的改正数进行内插,更多内插模型参考文献[11,12]。

2.3.1 内插改正数的生成

假设有 N 个参考站,其坐标分别为 $\mathbf{ref}_i = (x_i, y_i, z_i), i=1, \dots, N$,第 i 个参考站与主参考站 1 之间的时频综合误差改正数分别为 $V_{\text{TDOA}}^{1,i}, V_{\text{FDOA}}^{1,i}$ 。因此根据线性组合法原理,VRS 与主参考站之间的综合误差改正数可以记为

$$\begin{cases} V_{\text{TDOA}}^{1,\text{VRS}} = \alpha_1 V_{\text{TDOA}}^{1,2} + \alpha_2 V_{\text{TDOA}}^{1,3} + \dots + \alpha_{N-1} V_{\text{TDOA}}^{1,N-1} \\ V_{\text{FDOA}}^{1,\text{VRS}} = \beta_1 V_{\text{FDOA}}^{1,2} + \beta_2 V_{\text{FDOA}}^{1,3} + \dots + \beta_{N-1} V_{\text{FDOA}}^{1,N-1} \end{cases} \quad (13)$$

显然,VRS 与主参考站之间的时频综合误差改正数是第 i 个参考站与主参考站 1 之间综合误差改正数的线性组合,且待求参数 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T, \boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)^T$ 满足以下条件

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 & \sum_{i=1}^N \beta_i = 1 \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i (\mathbf{X}_{\text{VRS}} - \mathbf{X}_i) = 0 & \sum_{i=1}^N \beta_i (\mathbf{X}_{\text{VRS}} - \mathbf{X}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 = \min & \sum_{i=1}^N \beta_i^2 = \min \end{cases} \quad (14)$$

式中: \mathbf{X}_{VRS} 和 \mathbf{X}_i 分别为 VRS 所在位置与第 i 个参考站所在位置的高斯平面坐标系中的分量^[13]。将式(14)以 $\boldsymbol{\alpha}$ 为例写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \Delta X_{1,2} & \Delta X_{1,3} & \vdots & \Delta X_{1,N-1} & 0 \\ \Delta Y_{1,2} & \Delta Y_{1,3} & \dots & \Delta Y_{1,N-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \Delta X_{\text{VRS},1} \\ \Delta Y_{\text{VRS},1} \end{bmatrix}$$

采用条件平差的方法可以求出 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ 。可见,线性组合法所需要的参考站最少是 3 个,且 $\boldsymbol{\alpha}$ 的取值与参考站位置相关。在同一时刻,参与平差的参考站增加, $\boldsymbol{\alpha}$ 的值将会越准确,但是由误差传播理论知识可以知道,参考站的增加,将会引入更多的误差来影响 $\boldsymbol{\alpha}$ 的值,因此参与求解的参考站数量不能无限制的增加。通过仿真发现,VRS 与主参考站之间的时差综合误差求解,一般采用 3 个参考站就可以获得比较满意的结果;而 VRS 与主参考站之间的频差综合误差求解,可以采用多个参考站。

2.3.2 辐射源位置的确定

假设双星系统对未知辐射源和参考站在相同时刻进行了观测,则未知辐射源时频差方程与式(3)相同。一般而言,未知辐射源经过初次定位后,未知辐射源与 VRS 相距不远。因此,将未知辐射源时频差方程与 VRS 处的时频差观测方程作差分后,有

$$\begin{aligned} \text{TDOA}(\mathbf{u}) - \text{TDOA}(\mathbf{VRS}) &= \frac{1}{c} \left[\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\| - (\|\mathbf{VRS} - \mathbf{S}_2\| - \|\mathbf{VRS} - \mathbf{S}_1\|) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{FDOA}(\mathbf{u}) - \text{FDOA}(\mathbf{VRS}) &= \frac{f_0}{c} \left[\frac{(\mathbf{S}_2 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_2}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_2\|} - \frac{(\mathbf{S}_1 - \mathbf{u})^T \dot{\mathbf{S}}_1}{\|\mathbf{u} - \mathbf{S}_1\|} \right] - \frac{f_0}{c} \left[\frac{(\mathbf{S}_2 - \mathbf{VRS})^T \dot{\mathbf{S}}_2}{\|\mathbf{VRS} - \mathbf{S}_2\|} - \frac{(\mathbf{S}_1 - \mathbf{VRS})^T \dot{\mathbf{S}}_1}{\|\mathbf{VRS} - \mathbf{S}_1\|} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

利用式(15,16)结合 WGS-84 椭球模型,采用文献[1,3,14]中提出的方法可以解算出未知辐射源的位置。

3 影响 VRS 处虚拟时频差构建误差因素分析

由于 VRS 处虚拟时频差构建的误差将会直接

影响未知辐射源的定位精度,因此有必要分析低轨双星无源定位中引起时频差还原误差的因素。同时,虚拟时频差的构建误差主要是由内插误差决定,所以本节详细分析影响时频差内插误差的原因。

由误差分析可知,经过两参考站间的差分后,测量系统误差和转发时延被消除,而影响差分后时差和频差观测方程误差的主要因素是星历误差。假设卫星 i 到地面辐射源的几何距离 $r_i^0 = \| \mathbf{S}_i^0 - \mathbf{u} \|$, $i=1,2$ 。其中, \mathbf{S}_i^0 表示卫星的真实位置。将 r_i^0 在 \mathbf{S}_i 处展开同时忽略高次项,有 $r_i^0 = \| \mathbf{S}_i^0 - \mathbf{u} \| = \| \mathbf{S}_i - \mathbf{u} \| - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_i, k}^T \Delta \mathbf{S}_i$ 其中, $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_i, k} = \frac{(\mathbf{S}_i - \mathbf{u})}{\| \mathbf{S}_i - \mathbf{u} \|}$, $\Delta \mathbf{S}_i$ 为卫星 i 的位置误差。对于地面任意两个参考站 m, n , 由式(6)可知,单差时差方程为

$$\text{TDOA}^{m,n}(\text{ref}) = \frac{1}{c} (r_2^m - r_1^m - r_2^n + r_1^n) - \frac{1}{c} (\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_2, m}^T \Delta \mathbf{S}_2 - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_1, m}^T \Delta \mathbf{S}_1 - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_2, n}^T \Delta \mathbf{S}_2 + \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_1, n}^T \Delta \mathbf{S}_1) \quad (17)$$

同理,对于卫星 i 到地面辐射源的理想径向速度为 $\dot{r}_i^0 = \frac{(\mathbf{S}_i^0 - \mathbf{u})^T}{\| \mathbf{S}_i^0 - \mathbf{u} \|} \dot{\mathbf{S}}_i^0$ 。其中, $\dot{\mathbf{S}}_i^0$ 表示卫星真实速度。同样地,将 \dot{r}_i^0 同时在 \mathbf{S}_i 和 $\dot{\mathbf{S}}_i$ 处展开并忽略高次项,有 $\dot{r}_i^0 = \frac{(\mathbf{u} - \mathbf{S}_i)^T \dot{\mathbf{S}}_i}{\| \mathbf{u} - \mathbf{S}_i \|} - D_i(\mathbf{u}) = \frac{1}{\| \mathbf{S}_i - \mathbf{u} \|} (\mathbf{S}_i - (\boldsymbol{\rho}_i^T(\mathbf{u}) \mathbf{S}_i)_{\rho_i}(\mathbf{u}))^T + \boldsymbol{\rho}_i^T(\mathbf{u}) \Delta \dot{\mathbf{S}}_i, \Delta \dot{\mathbf{S}}_i$ 为卫星 i 的速度误差。对于地面任意两个参站 m, n , 由式(7)可知单差频差方程为

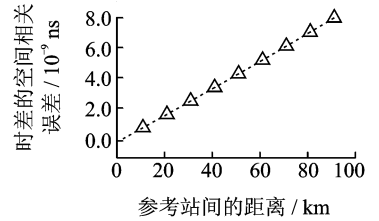
$$\text{FDOA}^{m,n}(\text{ref}) = \frac{f_0}{c} (\dot{r}_2^m - \dot{r}_1^m - \dot{r}_2^n + \dot{r}_1^n) - \frac{f_0}{c} (D_2(m) - D_1(m) - D_2(n) - D_1(n)) \quad (18)$$

由上面分析可以看出,对于地面任意两个参考站 m, n 之间的时差和频差空间误差分别为

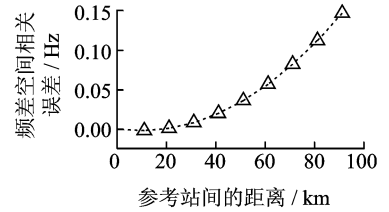
$$\begin{aligned} \text{TSC} &= -\frac{1}{c} (\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_2, m}^T \Delta \mathbf{S}_2 - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_1, m}^T \Delta \mathbf{S}_1 - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_2, n}^T \Delta \mathbf{S}_2 + \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{S}_1, n}^T \Delta \mathbf{S}_1) \\ \text{FSC} &= -\frac{f_0}{c} (D_2(m) - D_1(m) - D_2(n) + D_1(n)) \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)进行分析后可以得到,参考站间的时差空间相关误差近似呈线性关系,如图 2(a)所示;而参考站间的频差空间相关误差呈非线性关系,如图 2(b)所示;对于线性插值而言,正是由于前两者这种近似线性和非线性的关系,才导致了时差和频差内插误差的存在,如图 2(c)所示,从而使得虚拟

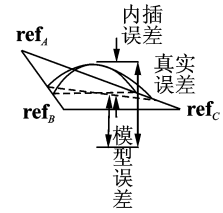
时差和虚拟频差的还原值存在误差,并且,在 VRS 处的时差构建误差要小于频差构建误差。



(a) Related error of TDOA



(b) Related error of FDOA



(c) Interpolation error of TDOA and FDOA

图 2 VRS 处构建误差分析

Fig. 2 Constructed error of VRS

4 仿真分析

为了验证文中所提出方案的有效性,需要对其进行仿真分析。假设两颗卫星同轨运行且轨道高度为 800 km,两个卫星间距 50 km,未知辐射源载频 $f_0 = 10$ GHz,时差测量系统误差 80 ns,转发时延 20 ns,频差测量系统误差 10 Hz,两卫星的轨道误差为 10 m,速度误差为 0.1 m/s。如果在双星覆盖的范围内选取其中 3 个参考站作为合作辐射源,见图 1 中 A, B, C,且合作辐射源之间的最大基线长度为 500 km。首先分析 VRS 处时频差的构建误差,然后再分析 VRS 对未知辐射源时频差方程的改正效果。文中对于虚拟参考站处时频差的构建精度定义为 $\gamma_k = \frac{|C - C_0|}{C_0}$,其中, C 表示时差/频差的构建值; C_0 表示时差/频差的真实值, $k \in (T, F)$ 。对于整体构建精度采用对 γ_k 的绝对值求均值的方法。

以图 1 中 A 为主参考站, B 和 C 为辅参考站,同时在 3 个参考站范围内选取足够多的点作为虚拟参考站 VRS 的坐标。3 个参考站与各个 VRS 之间的相对位置关系如图 3 所示,图 3 中每两个

VRS之间的横向和纵向距离相差 10 km;每一个 VRS 的坐标都是在以低轨双星连线中点的星下点建立的站心坐标系(见图 4),图 4 中参考站 B 的坐标为(100 km, 0, 0),同时为了便于分析,将 VRS 按照一定的顺序进行标号并且将此标号定义为 VRS 的“位置”。

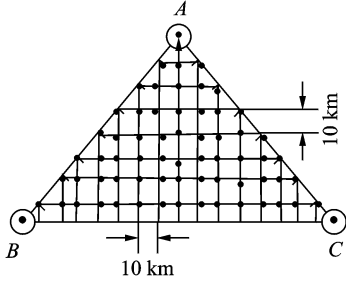


图 3 VRS 与参考站的位置关系

Fig. 3 Position relationship between VRS and reference stations

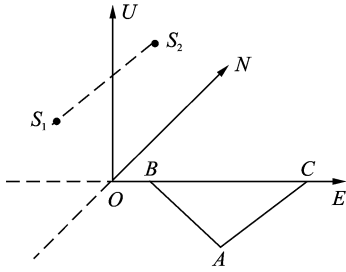


图 4 测站坐标系下的位置关系

Fig. 4 Position relationship in station coordinate system

图 5, 6 为 VRS 处构建的虚拟时差、频差与真实值的比较。从图 5, 6 可以看出, 当 VRS 位于 3 个

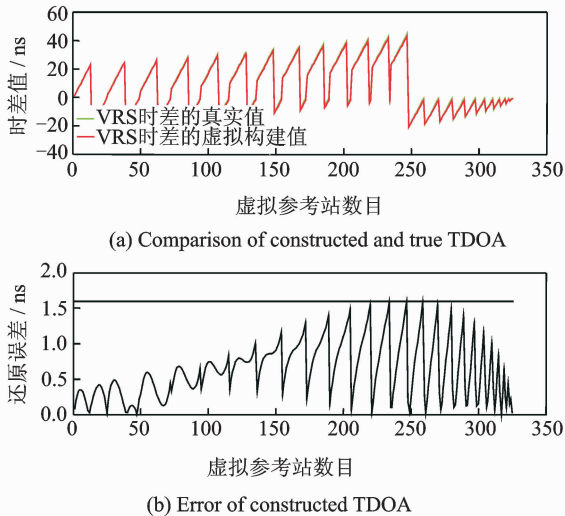
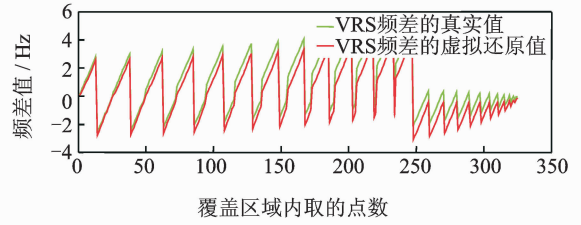
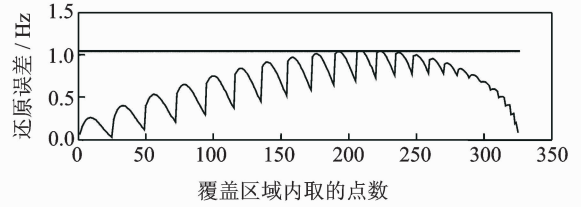


图 5 时差构建精度

Fig. 5 Constructed accuracy of TDOA



(a) Comparison of constructed and true FDOA



(b) Error of constructed FDOA

图 6 频差构建精度

Fig. 6 Constructed accuracy of FDOA

参考站中间区域时(如参考站数目在 180~280 之间),时频差构建误差将达到最大。从图 5(b)可以看出,时差构建误差最大可以达到 1.8 ns;从图 6(b)可以看出,频差构建误差最大为 1.08 Hz,并且从整体构建误差上来说,时差还原精度为 0.087,而频差还原精度为 0.59。因此,时差还原精度要高于频差还原精度,这与前面的理论分析一致。因此,利用 3 个参考站能使 VRS 处虚拟时差值基本达到要求,而虚拟频差值可以利用多个参考站来提高 VRS 处的频差还原精度。

VRS 与未知辐射源之间的基线长度在很大的程度上决定了 VRS 对未知辐射源系统误差的改正效果。为了评估 VRS 对未知辐射源时频差的改正效果,表 1 列出了在不同基线长度时,VRS 对未知辐射源测量时差和测量频差的修正效果,如表 1 所示。

表 1 VRS 与未知辐射源距离对时频差修正精度

Tab. 1 TDOA and FDOA correcting accuracy improved by distance between VRS and target

参数	改正前	改正后				
		1 km	3 km	10 km	30 km	
时差误差/ns	122.9	1.759	1.941	2.584	4.376	
频差误差/Hz	19.33	0.771	0.793	0.870	2.486	
修正效率/(%)	时差	0	98.57	98.42	97.90	96.44
	频差	0	96.01	95.90	95.50	87.14

由表 1 可知:

(1)VRS 能够比较有效地改正未知辐射源时频差误差,但是未知辐射源与 VRS 之间距离越大,VRS 对未知辐射源时差和频差修正效果越差。

(2)基线长度在 10 km 以内时,VRS 对未知辐射源时频差的修正效率分别达到 97%和 95%。

在对未知辐射源实际定位过程中,为了减小 VRS 与未知辐射源之间的基线长度,可以对未知辐射源初次定位时采用单站差分定位(一般选用主参考站),这样就可以尽量减小未知辐射源与 VRS 之间的基线长度,从而使得 VRS 对未知辐射源时频差的修正效果变好。

图 7 是在双星覆盖范围内,未知辐射源没有利用 VRS 改正和利用 VRS 改正后的几何精度因子(Geometric dilution of precision, GDOP)分布。

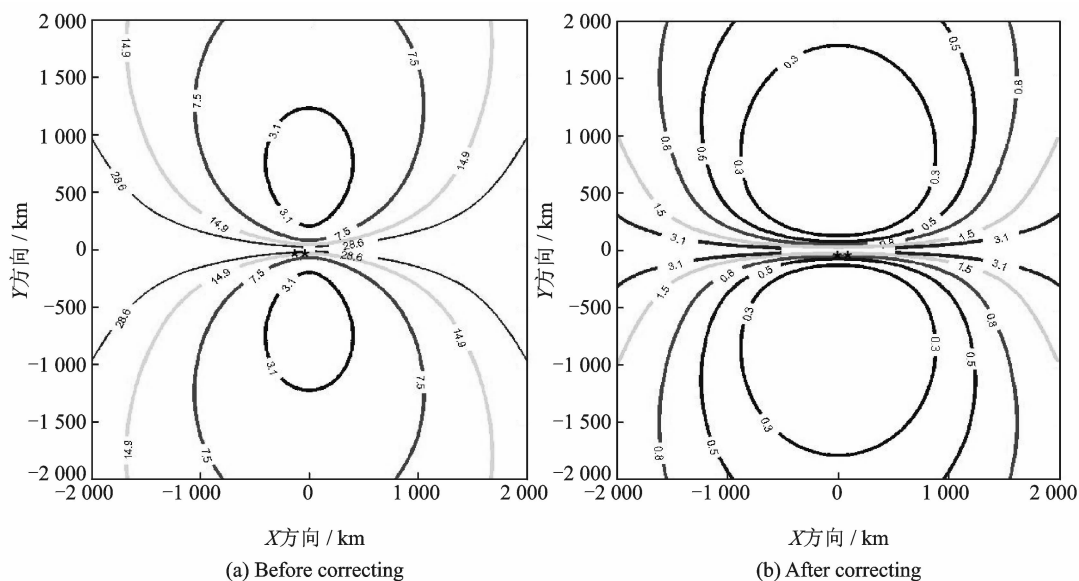


图 7 未知辐射源经 VRS 改正前后的 GDOP

Fig. 7 GDOP of unknown target before and after correcting via VRS

5 结束语

文中研究了一种基于 VRS 的低轨双星时差频差精密修正的方法。通过理论和仿真分析,得出了 VRS 处虚拟时差还原精度要高于虚拟频差的还原精度,并从理论上分析了影响时频差内插误差的原因。通过仿真得出:(1)VRS 对未知辐射源时频差系统误差的修正精度分别可以达到 97%和 95%;(2)利用修正后的时频差去对未知辐射源进行定位,其定位精度优于 3 km 的范围有大幅度提高。因此,文中所提的方法对提高低轨双星无源定位系统的定位精度具有一定的参考意义。

参考文献:

[1] Ho K C, Chan Y T. Geolocation of a known altitude

由于未知辐射源定位精度最差可以达到 10 km,因此文中假设未知辐射源经过初次定位后,未知辐射源与 VRS 相距 10 km,误差设置与仿真条件相同。

从图 7 可以看出,经过 VRS 差分后定位误差为 3.1 km 的范围,相对于没有利用 VRS 差分的定位误差范围有很大提高,同时说明文中所提方案的可行性。由于在仿真时文中固定了 VRS 与未知辐射源的基线长度,然而在实际情况中,未知辐射源经过一次差分后其定位误差一般小于 10 km,因此,未知辐射源经过 VRS 差分后的定位误差可能还会稍好一些。

object from TDOA and FDOA measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997,33(3):770-783.

[2] Yu H. An efficient constrained weighted least squares algorithm for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(1): 44-47.

[3] 郭福成,樊昀. 双星时差频差联合定位方法及其误差分析[J]. 宇航学报,2008,29(4):1381-1386.
Guo Fucheng, Fan Yu. A method of dual-satellites geolocation using TDOA and FDOA and its precision analysis[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(4): 1381-1386.

[4] Xue Yangrong, Li Xiaohui, Xu Longxia, et al. Research on position differential method dual-satellites TDOA and FDOA in passive location system[C]//

- Frequency Control Symposium. USA: IEEE Computer Society, 2012:476-480.
- [5] Yu Siqi, Cai Chenglin, Li Xiaohui, et al. Passive location of emitter source in low orbit dual-satellites system[C] // China Satellite Navigation Conference (CSNC). Germany: Springer Verlag, 2013:57-70.
- [6] 郭连华,郭福成,李金洲.一种多标校源的高轨伴星时差频差定位算法[J].宇航学报,2012,10(33):1407-1412.
- Guo Lianhua, Guo Fucheng, Li Jinzhou. A method using multiple calibration for high orbit companion satellite TDOA and FDOA geo-location system[J]. Journal of Astronautics, 2012,10(33):1407-1412.
- [7] 瞿文中,叶尚福,孙正波.卫星干扰源精确定位的位置校正算法[J].电波科学学报,2005,20(3):342-346.
- Qu Wenzhong, Ye Shangfu, Sun Zhengbo. Algorithm of position calibrator for satellite interference location[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(3):342-346.
- [8] 郭连华,郭福成.双星时差频差定位系统标校源构型研究[J].通信对抗,2012,31(4):5-8.
- Guo Lianhua, Guo Fucheng. Research of calibrations layout forms of dual-satellite TDOA and FDOA geo-location system[J]. Communication Countermeasures, 2012,31(4):5-8.
- [9] Vollath U, Buecherl A, Landau H, et al. Multi-base RTK positioning using virtual reference stations[C] // Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. Salt Lake, USA: [s. n.], 2000.
- [10] 李成刚.网络GPS/VRS系统高精度差分改正信息生成与发布研究[D].成都:西南交通大学,2007.
- Li Chenggang. Generation and distribution technique of precise differential corrections for GPS/VRS network [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2007.
- [11] Fotopoulos G, Cannon M E. An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning [J]. GPS Solutions, 2001,3(4):1-10.
- [12] Dai L, Han S, Wang J, et al. A study of GPS/Glonass multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning[C] // International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. CA, USA: [s. n.], 2001:11-14.
- [13] Han S W. Carrier phase-based long-range GPS kinematic positioning [D]. Sydney: University of New South Wales, 1997.
- [14] 钟丹星,邓新蒲,周一宇.基于WGS-84椭球模型的卫星测时差定位精度分析[J].电子对抗技术,2002,17(5):18-21.
- Zhong Danxing, Deng Xinpu, Zhou Yiyu. Precision analysis of satellites DTOA location based on WGS-84 ellipsoid model [J]. Electronic Countermeasure Technology, 2002,17(5):18-21.

