

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.05.013

基于协调权的案例学习群决策分类方法

王 兵 陈 晔 徐海燕

(南京航空航天大学经济与管理学院,南京,211106)

摘要:基于案例学习的决策方法具有易于理解、贴近实际决策过程的优点,成为当前决策领域的一个研究热点。文中针对如何有效地集成不同决策专家提供的案例信息,提出了一种基于协调权的案例学习群决策模型用以解决多属性分类决策问题。该方法首先针对各决策者给出不同案例数据,通过构建混合整数规划模型,识别出具有一致案例信息重要度最大化的典型案例集。然后设计了分类阈值远离程度最大化模型,以此确定兼容各个决策者案例信息的指标权重(协调权)和最优分类阈值,由此构建一致性的效用函数并应用获得的阈值进行分类决策。最后通过案例研究以及与其他模型的分析,验证了方法的可行性。

关键词:案例学习;群决策;多属性分类;协调权

中图分类号:C934 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2016)05-0696-09

Case-Based Approach to Group Classification Decision Based on Compromise Weight Setting

Wang Bing, Chen Ye, Xu Haiyan

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China)

Abstract: The case-based decision making method has the advantages of easy to understand and close to the actual decision-making process, so it becomes a hot research topic in the field of decision making. In order to effectively integrate the case information provided by different decision makers (DMs), this paper proposes a case study group decision making model based on consistent weight to solve the multiple attribute classification problem. Firstly, the method builds a mixed integer programming model based on different case data given by DMs, and identifies the typical case set with maximization of the significance degree of consistent case information. Then, the model of maximizing the degree away from the classification threshold is designed to determine the compromise weights and the optimal classification threshold, which is compatible with the DMs. Finally, a case study and a comparison with other methods are provided to verify the feasibility of the method.

Key words: case study; group decision making; multi-criteria sorting; compromise weight

多属性决策是在考虑多个属性(指标)的情况下,如何有效地协助决策者理性(逻辑性)地从多个备选方案中选出最合适方案的决策过程^[1]。近几十年来,多属性决策在理论研究和案例应用方面

基金项目:国家自然科学基金(71471087)资助项目;基于图模型冲突分析反问题理论的第三方调解策略研究资助项目。

收稿日期:2016-02-24;**修订日期:**2016-07-14

通信作者:陈晔,男,教授,博士生导师,E-mail:chenye@nuaa.edu.cn。

引用格式:王兵,陈晔,徐海燕. 基于协调权的案例学习群决策分类方法[J]. 南京航空航天大学学报,2016,48(5):696-704. Wang Bing, Chen Ye, Xu Haiyan. Case-based approach to group classification decision based on compromise weight setting[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016,48(5):696-704.

均获得了迅猛的发展,成为管理学科中一个重要的研究分支。随着信息社会带来的信息公开性、透明性和全面性,很多经济社会问题的参考信息量不断增加、利益相关者决策参与度不断提升、相应解决问题的复杂度不断增大。呼应于这一现实问题,考虑多个决策者参与的多属性群决策问题逐渐成为该方向的研究热点^[2-9]。

由于涉及相关研究内容较庞杂,本文只能按照研究演化路径简述一些相关研究:(1)基于经典多属性决策方法在群决策条件下拓展研究,如多属性效用理论(Multiattribute utility theory, MAUT)^[2]、层次分析法(Analytic hierarchy process, AHP)^[3]、TOPSIS(Technique for order preference by similarity to an ideal solution)^[4]等在群决策下的拓展;(2)考虑不确定性现代多属性群决策方法研究,如基于模糊理论^[5]及其拓展、直觉模糊^[6]、一致性理论^[7]、灰色理论^[8]、OWA(Ordered weighted averaging)算子^[9]等。

基于案例学习的多属性决策是指决策者针对特定典型案例集的决策结果,进行学习推理,计算出部分或全部决策参数,从而构建出对应的决策模型,再应用于对所有方案进行评价的方法。其代表性模型有优势粗糙集^[10]、UTADIS(Utility Additives Discriminates)^[11]以及Chen提出的基于案例距离(Case-based Distance Approach)决策模型^[12-14]等方法。这类多属性决策方法在分类决策中有广泛的应用,如“European Journal of Operational Research”期刊主编Slowinski教授就指出,人类的大量决策就是通过学习已有的案例进行推理分析的,基于案例学习的决策易于理解、贴近人类的日常决策过程^[15]。

目前基于案例学习的方法在单个决策者的决策问题中应用广泛,如在文献^[12~14]中通过案例学习解决多属性决策中的选优问题、筛选问题及分类问题,Ma对案例学习的距离方法作了进一步拓展^[16-17]。而基于案例学习群决策方法的研究并不多见,文献^[18]提出确定多属性排序问题协调权的方法,文献^[19]在此基础上引入偏好关系重要度的概念,当协调权不存在时,识别出最不重要的偏好序关系进行调整,文献^[20]定义案例信息的一致性和可信度,构建整数规划模型确定群体一致案例信息,并利用该信息构建分类模型。

本文是针对基于案例学习的方法,在考虑群决策分类问题下的拓展研究。其主要思路为:给出多属性决策的分类原则,根据决策者的权重计算案例

信息的重要度,从所有的案例信息中挑选出重要度最大的一致案例集,在此基础上确定多属性分类问题的协调权及分类阈值,最后对全部方案进行分类。

1 基本问题描述

1.1 基于案例学习多属性决策方法概述

为了有效展示本文的研究范畴,图1为基于案例学习的多属性决策方法流程。其主要包括:

(1)典型代表性案例集 T 的获取:通过对决策方案集 A 的聚类分析,或其他类似历史数据、虚拟案例构造等方案,形成案例集 T ,并邀请决策者对 T 进行整体性偏好判断如排序、分类等。

(2)决策参数的优化拟合:通过对 T 构建案例优化学习模型,获得最佳的拟合参数如指标权重信息等。

(3)决策参数的全局应用:将学习获得的参数应用于对全体方案集 A 的分析。

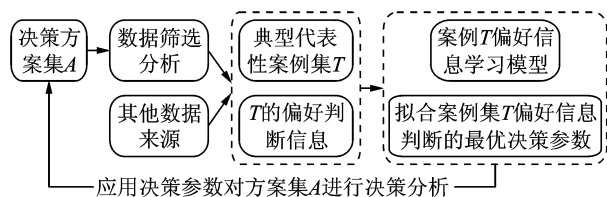


图1 案例学习的多属性决策方法流程分析

Fig. 1 Process analysis of multiple attribute decision making method based on case study

1.2 多属性群分类问题设定

在本文研究的多属性群决策分类问题中,待分类方案的属性值已知,指标权重信息及分类阈值不确定,各决策者根据自身的决策经验和相关知识,分析部分方案并给出各自的分类结果,即案例信息。本文的主要决策任务是利用各决策者提供的案例信息,确定群体的一致案例集,获取分类问题的决策参数。对于群决策分类问题,引入如下变量:

方案集 A , $A = \{a^1, \dots, a^i, \dots, a^{|A|}\}$, 其中 a^i 为第 i 个方案, A 包含 $|A|$ 个元素;

指标集 C , $C = \{c_1, \dots, c_j, \dots, c_{|C|}\}$, 其中 c_j 为第 j 个指标, C 包含 $|C|$ 个元素, $c_j(a_i)$ 表示方案 a_i 在指标 c_j 下的属性值,可简写为 c_j^i ;

基于 C 针对 A 的多属性分类决策:根据指标集 C ,可以对方案集 A 进行分类决策,形成分类集合 G , $G = \{G^1, \dots, G^s, \dots, G^{|G|}\}$, 其中 G^1 代表最差的一类, G^s 代表第 s 类, s 越大 G^s 越好, $G^{|G|}$ 为分

类集合的第 $|G|$ 类;

指标权重集 $W, W = \{w_1, \dots, w_j, \dots, w_{|W|}\}$, 其中 w_j 为 c_j 的权重, 满足 $\sum_{j=1}^{|W|} w_j = 1, 0 \leq w_j \leq 1$, 且 $|C| = |W|$, 权重集 W 未知;

$E = \{e_1, \dots, e_k, \dots, e_{|E|}\}$, 表示群决策问题中的 $|E|$ 个决策者的集合, 其中 e_k 为第 k 个决策者; 进一步设定决策者权重集 $\lambda, \lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_{|E|}\}$, 其中 λ_k 为第 k 个决策者的权重, 满足 $\sum_{k=1}^{|E|} \lambda_k = 1, \lambda_k > 0$;

案例集 $T_k, T_k = \{t_k^1, \dots, t_k^p, \dots, t_k^{|T_k|}\}$, 表示由决策者 e_k 提供的且给出了分类结果的案例信息, 令 $\cup T_k$ 表示所有决策者提供的个体案例的集合。案例集的选取可以是决策者过去的类似决策信息, 也可以是从方案集 A 中提炼出的典型案例。

1.3 决策问题效用函数的定义

本文采用文献[20]中线性效用函数表示决策者对案例的偏好, 即方案的效用值越大, 决策者(或决策群体)认为该方案越好。首先给出以下的指标效用设定:

(1) 根据方案集的属性值, $\forall j = 1, 2, \dots, |C|$, $c_j^{\max} = \max_{a^i \in A} \{c_j(a^i)\}, c_j^{\min} = \min_{a^i \in A} \{c_j(a^i)\}$ 分别表示指标 c_j 下的最大值和最小值。(2) 对于 $\forall j = 1, 2, \dots, |C|$, 令 u_j^{\max} 作为所有 $|E|$ 个决策者或整个决策群体统一的属性值归一化参数, $u_j^{\max} = c_j^{\max} - c_j^{\min}$ 。(3) 对于 $\forall j = 1, 2, \dots, |C|$, 当 c_j 为效益型指标时, 即方案在 c_j 下越大越好, 令 $u_j(a^i)$ 为 c_j 的边际效应函数, $u_j(a^i) = [c_j(a^i) - c_j^{\min}] / u_j^{\max}$ 。(4) 对于 $\forall j = 1, 2, \dots, |C|$, 当 c_j 为成本型指标时, 即方案在 c_j 下越小越好, 关于 c_j 的边际效应函数, $u_j(a^i) = [c_j^{\max} - c_j(a^i)] / u_j^{\max}$ 。

由此, 令 $U(a^i)$ 为决策群体对于方案 a^i 的效用函数, $U(a^i) = \sum_{j=1}^{|C|} w_j \cdot u_j(a^i)$ 。 $U(a^i)$ 的值越大, 表示决策群体对 a^i 偏好越强。

2 群分类问题协调权构建

2.1 基于效用函数的分类原则

根据效用函数对方案进行分类, 满足如下性质: 类别越高的方案, 效用值越大。令 $G(a^i)$ 表示方案 a^i 所在的类别, 若 $G(a) < G(b)$, 须满足 $U(a) < U(b)$ 。由于决策者对于方案的偏好是用效用函数表示, 故群体对于案例的一致判断及基于效用函数的分类结果应该满足这个基本性质。

定义 1 对于 $\forall a, b \in A$, 已知分类情况 $G(a) < G(b)$, 如果存在效用函数 $U(\cdot)$ 使得 $U(a) < U(b)$, 则称方案集 A 的分类结果满足一致性^[20]。

借鉴基于案例距离分类方法的思想^[12-14], 形成定理 1。

定理 1 如果存在效用函数 $U(a^i)$ 及分类阈值 $R_s, s = 1, 2, \dots, |G| - 1$,

- (1) 若 $U(a^i) \leq R_1$, 则方案 a^i 划为 G^1 类;
- (2) 若 $U(a^i) \leq R_{s+1}$ 且 $U(a^i) > R_s, 1 < s < |G| - 1$, 则 a^i 划为 G^s 类;
- (3) 若 $U(a^i) > R_{|G|-1}$, 则 a^i 划为 $G^{|G|}$ 类;

其中 $R_s < R_{s+g}, 1 \leq g \leq |G| - s - 1$, 则方案集 A 通过该规则获得的分类结果满足一致性。

证明: $\forall a, b \in A$, 如果 $a \in G^s, b \in G^{s+g}, 1 < s < |G| - 2$ 且 $1 \leq g \leq |G| - s - 1$, 即 $G(a) < G(b)$, 则有 $U(a) \leq R_{s+1}$ 且 $U(a) > R_s, U(b) \leq R_{s+g+1}$ 且 $U(b) > R_{s+g}$, 又 $R_s < R_{s+g}, 1 \leq g \leq |G| - s - 1$, 可以得到 $U(b) > R_{s+g} \geq R_{s+1} \geq U(a)$; 对于 $a \in G^s, b \in G^{s+g}, s = 1$ 或 $|G| - 2, 1 \leq g \leq |G| - s - 1$, 同理可以得到 $U(b) > R_{s+g} \geq R_{s+1} \geq U(a)$, 根据一致性定义, 定理 1 得证。

证毕。

定理 1 提供了本文基于效用函数和分类阈值进行分类的原理, 且通过该分类原则, 方案集 A 的分类结果满足一致性, 该原理的优点是方法简单且易于理解。

2.2 多属性群决策分类问题的协调权

对于群决策分类问题, 存在不一致的案例偏好信息, 目前针对多属性群决策排序问题已有相关研究^[3-4], 通过构建指标协调权, 来识别是否存在一组指标权重, 满足所有的决策者案例偏好。本文借鉴该思想, 构建了如下针对群决策分类问题的协调权。

定义 2 如果存在 $\beta \geq 0, W = \{w_1, \dots, w_j, \dots, w_{|W|}\}$ 及分类阈值 R_s , 使得所有决策者对于案例的判断满足如下关系:

- (1) $\sum_{j=1}^{|C|} w_j \cdot u_j(t^p) + \beta \leq R_1, \forall t^p \in G^1$;
- (2) $\sum_{j=1}^{|C|} w_j \cdot u_j(t^p) + \beta \leq R_{s+1}$ 且 $\sum_{j=1}^{|C|} w_j \cdot u_j(t^p) - \beta > R_s, \forall t^p \in G^s, 1 < s < |G| - 1$;
- (3) $\sum_{j=1}^{|C|} w_j \cdot u_j(t^p) - \beta > R_{|G|-1}, \forall t^p \in G^{|G|}$;

其中 $R_s < R_{s+g}, 1 \leq g \leq |G| - s - 1, \beta$ 为案例的效

用函数远离相应阈值的程度,则称 W 为群决策分类问题的协调权。

考虑如下的线性规划问题 P_1 ,模型 P_1 的决策变量是 β, ω_j, R_s 。

$$\max \beta$$

s. t.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) + \beta \leq R_1 \quad \forall t^p \in G^1 \end{array} \right. \quad (1a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) + \beta \leq R_s \quad \forall t^p \in G^s, 1 < s < |G| \end{array} \right. \quad (1b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) - \beta > R_{s-1} \quad \forall t^p \in G^s, 1 < s < |G| \end{array} \right. \quad (1c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) - \beta > R_{|G|-1} \quad \forall t^p \in G^{|G|} \end{array} \right. \quad (1d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j = 1 \quad 0 \leq \omega_j \leq 1 \end{array} \right. \quad (1e)$$

$$0 \leq R_s \leq 1, \forall s = 1, 2, \dots, |G| - 1$$

定理 2 令 (β^*, W^*, R_s^*) 为线性规划模型 P_1 的最优解, $\beta^* \geq 0$ 是群决策分类问题存在协调权的充分必要条件。

证明: (1) 令 β_p 表示各决策者对于案例 t^p 的效用函数远离相应阈值的程度, $\forall t^p \in \cup T_k, s = 1, \dots, |G|$, 根据模型 P_1 的目标函数可知, $\beta_p \geq \beta^* \geq 0, \forall t^p \in \cup T_k, s = 1, \dots, |G|$, 由定义 2, W^* 为群决策分类问题的协调权;

(2) 假设群决策问题存在协调权 $W^*, \beta^* < 0$, 又 $\beta^* = \min\{\beta_p \mid \forall t^p \in \cup T_k, s = 1, \dots, |G|\}$, 故存在 $\beta_p^0 = \beta^* < 0$, 其中 $\beta_p^0 \in \beta_p$, 与定义 2 中 $\beta \geq 0$ 矛盾, 故模型 P_1 的最优解 $\beta^* \geq 0$ 。

证毕。

定理 2 表明可以通过求解线性规划模型 P_1 确定群决策分类问题的协调权及相应的分类阈值, 即若 $\beta^* \geq 0$, 可确定协调权存在。但是如果直接利用各决策者提供的案例信息构建模型 P_1 , 虽然可得最优解 (β^*, W^*, R_s^*) , 由于决策者判断的差异性, β^* 值很可能小于 0, 由此不满足协调权存在的条件, 故本文构建了以下确定群体一致案例集模型以及基于该案例信息的分类优化模型。

3 基于一致案例集的多属性群分类方法

3.1 确定群体一致案例集的模型构建

在多属性群决策中, 各决策者基于自身的知识和思维方式, 或者由于自身的认知缺陷, 提供的案例信息一般不满足定义 1 的一致性要求, 甚至对于案例的分类结果会出现冲突的情况。在这种情况下,

直接利用原始的案例信息确定的群体效用函数, 将无法同时满足全部决策者的判断, 得到的分类结果自然会有争议。为此, 需要从各决策者提供的案例集中尽可能多地挑选出满足群体一致性要求的案例集, 在此基础上确定合适的效用函数及分类阈值对待评价方案进行分类。

此外, 不同决策者的地位、能力等不同, 导致他们在决策过程中的重要程度不同, 故在多属性群决策中设定决策者的权重, 权重越大通常意味着决策者对群体决策的影响越大。对于某个案例分在某一类, 可能是部分决策者的看法, 也可能是全部决策者的意见, 甚至也会出现部分决策者的不同看法, 考虑到决策者们的权重, 下面给出案例被分在某一类的重要度的定义。

定义 3 令 μ_{ps} 表示案例 t^p 划为 G^s 类的重要度, $\mu_{ps} = \sum_{k: t^p \in T_k} \lambda_k, 0 \leq \mu_{ps} \leq 1, \forall t^p \in \cup T_k, s = 1, 2, \dots, |G| - 1$ 。

从定义 3 可以看出, μ_{ps} 为所有认为案例 t^p 应划为 G^s 类的决策者的权重之和, μ_{ps} 的值越大, 表示对应的案例分类关系重要性越高, $\mu_{ps} = 1$ 表示 $|E|$ 个决策者全部认为 t^p 应划为 G^s 类。为了获得群体的一致案例集, 尽可能多的利用决策者提供的案例信息, 面对决策者给出的案例信息不满足一致性甚至出现冲突的情况, 应该使案例满足群体一致性分类关系的重要度之和最大, 即使案例不满足群体一致性分类关系的重要度之和最小。为此, 构建 $\{0, 1\}$ 混合整数线性规划模型 P_2 , 令 T^* 为群体案例集。

$$\min Z = \sum_{p, s: t^p \in G^s} \mu_p^s \cdot h_p^s$$

s. t.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) - h_p^1 \leq R_1 \quad \forall t^p \in G^1 \end{array} \right. \quad (2a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) - h_p^s \leq R_s \quad \forall t^p \in G^s, 1 < s < |G| \end{array} \right. \quad (2b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) + h_p^s > R_{s-1} \quad \forall t^p \in G^s, 1 < s < |G| \end{array} \right. \quad (2c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j \cdot u_j(t^p) + h_p^{|G|} > R_{|G|-1} \quad \forall t^p \in G^{|G|} \end{array} \right. \quad (2d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{s: t^p \in G^s} (1 - h_p^s) \leq 1 \quad h_p^s \in \{0, 1\} \end{array} \right. \quad (2e)$$

$$t^p \in \cup T_k \quad k = \{1, 2, \dots, |E|\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j = 1 \quad 0 \leq \omega_j \leq 1 \end{array} \right.$$

$$0 \leq R_s \leq 1, \forall s = 1, 2, \dots, |G| - 1$$

模型 P_2 的决策变量是 h_p^s, ω_j, R_s , 边际效用函

数 $u_j(t^p)$ 的计算公式在1.2节中给出,目标函数 $\min Z = \sum_{p,s,t^p \in G^s} \mu_p^s \cdot h_p^s$ 含义为寻找一个案例集能最小化群体案例集的不一致分类偏好关系,其中 h_p^s 是0-1变量, $h_p^s = 1$ 表示案例 t^p 的群体分类结果不是 G^s ,若 $\forall s = \{1, 2, \dots, |G|\}$,都有 $h_p^s = 1$,表示 t^p 不能放入群体案例集; $h_p^s = 0$ 表示案例 t^p 的群体分类结果是 G^s 。令通过模型 P_2 ,所有满足 $h_p^s = 0$ 的案例 t^p 将被选入群体案例集中,即 $T^* = \{t^p | h_p^s = 0, t^p \in \cup T_k, 1 \leq s \leq |G|\}$,对应的分类关系为群体一致案例信息。

式(2a)用于分析决策者给出的案例信息中被分在 G^1 类的案例,若案例 t^p 被正确地分在 G^1 类,则 $h_p^1 = 0$,即未考虑约束条件式(2a)的作用, $U(t^p) \leq R_1$,否则 $h_p^1 = 1$ 。对于式(2b, 2c),若案例 t^p 被正确地分在 G^s 类, $\forall s = \{2, 3, \dots, |G| - 1\}$,则 $h_p^s = 0$,即 $R_{s-1} < U(t^p) \leq R_s$,否则 $h_p^s = 1$ 。同理对于式(2d),若案例 t^p 被正确地分在 $G^{|G|}$ 类,则 $h_p^{|G|} = 0$,即 $U(t^p) > R_{|G|-1}$,否则 $h_p^{|G|} = 1$ 。

式(2e)表示对于同一案例 t^p , $\forall s = \{1, 2, \dots, |G|\}$,不能出现两个或以上 h_p^s 同时等于0,即案例 t^p 不能被同时分到不同的类,确保案例集对应的分类的结果唯一,但 h_p^s 可同时等于1。

模型 P_2 在文献[17]中模型 $Obj1$ 的基础上进行改进,将解决的问题从单个决策者拓展到群决策,用于确定群体一致案例集。

定理3 设模型 P_2 的最优值 Z^* ,最优解为 $(\{h_p^{s*}\}, W^*, R_s^*)$,则群决策分类问题存在协调权的充分必要条件为 $Z^* = 0$ 。

证明:(1)充分性。若群分类问题存在协调权,由定义2可知,至少存在一组 $\beta \geq 0, W, R_s$,则各案例的效用函数满足: $U(t^p) \leq R_1, \forall t^p \in G^1$; $R_{s-1} < U(t^p) \leq R_s, \forall s = \{2, 3, \dots, |G| - 1\}$; $U(t^p) > R_{|G|-1}, \forall t^p \in G^{|G|}$ 。故 $(\{0\}, W, R_s)$ 为 P_2 的可行解, $Z^* \leq 0$,又 $\mu_{ps} \geq 0, h_p^s \in \{0, 1\}, Z^* \geq 0$,所以 $Z^* = 0$ 。

(2)必要性。若模型 P_2 的最优值 $Z^* = 0$,则 $\forall t^p \in \cup T_k, 1 \leq s \leq |G|, h_p^s = 0$,等价于定义2中 $\beta = 0$ 的情况,满足协调权存在的条件,故此时群分类问题存在协调权。

证毕。

定理3表明若模型 P_2 的最优值 $Z^* = 0$,则群分类问题的协调权及分类阈值存在,若 $Z^* > 0$,群分类问题的协调权及分类阈值不存在。

前文总结如下:通过模型 P_2 可获取群体的一

致案例集及相应的一致案例信息。3.2节中进一步设计了利用获得的一致性案例信息构建案例学习的分类模型。

3.2 基于案例的分类模型构建

在群决策问题中,由于各决策者给出的案例信息通常不满足一致性,直接利用原始案例集将无法确定群分类问题的协调权,为此通常情况下首先确定群体一致案例集,再利用群体一致案例信息确定协调权。

定理3 若模型 P_1 中 t^p 全部来自群体案例集 T^* ,则群决策问题一定存在协调权。

证明:设模型 P_2 的最优解为 $(W^*, R_s^*, \{h_p^{s*}\})$,对于 $h_p^{s*} = 0$,下列关系同时成立:

$$(1) R_1 - \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j^* \cdot u_j(t^p) \geq 0, h_p^{1*} = 0;$$

$$(2) R_s - \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j^* \cdot u_j(t^p) \geq 0 \text{ 且 } \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j^* \cdot u_j(t^p) - R_{s-1} > 0, h_p^{s*} = 0;$$

$$(3) R_{|G|} - \sum_{j=1}^{|C|} \omega_j^* \cdot u_j(t^p) \geq 0, h_p^{(|G|)*} = 0。$$

若模型 P_1 中 t^p 全部来自群体案例集 T^* ,即 $t^p \in T^*$,令如此变形后的模型为 P_3, P_3 等价于 P_1 且 $t^p \in T^*$,其决策变量为 (W, R_s, β) 。

由上述不等式关系(1~3)可知 $((W^*, R_s^*, 0))$ 为 P_3 的可行解,故 P_3 的最优值 $\beta^* \geq 0$,由定理2,群分类问题一定存在协调权。

证毕。

关于模型 P_1, P_2 和 P_3 的承接关系总结如下: P_3 中的案例集为群体一致案例集, P_1 中的案例集为决策者提供的原始案例集,即 P_3 舍弃了原始案例信息中不满足群体一致性的分类关系。另外当模型 P_2 的最优值 $Z^* = 0$ 时,即对应 $\beta = 0$,可以得到一组协调权及分类阈值,但是本文期望案例的效用函数能远离分类阈值,根据模型 P_3 得到的最优值 $\beta^* \geq \beta = 0$,故采用模型 P_3 确定协调权及分类阈值,再利用决策参数 W^* 确定全部方案的效用函数 $U(a^i)$,根据定理1,将 $U(a^i)$ 与 R_s^* 进行比较,可将全部方案进行分类。

3.3 多属性群决策分类方法的基本步骤

归纳前文的相关内容,本文方法的一般步骤如图2所示:

步骤1 分析问题,确定群决策分类问题的评价方案集 A 及指标集 C ,决策参与者的集合 E 及决策者权重集 λ ,并定义分类集合 G ,见1.2节。

步骤2 给出案例信息,各决策者基于自身的

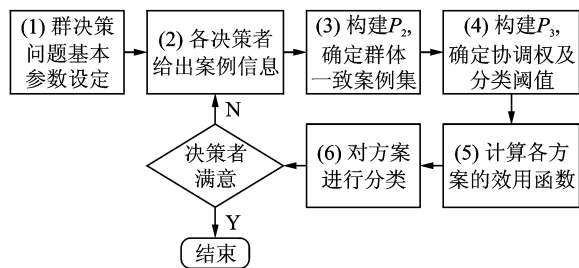


图2 基于协调权的案例学习群决策分类流程

Fig.2 Process of case study method of group decision classification based on compromise weight

判断,给出部分方案(案例)的分类信息。

步骤3 根据案例信息,计算各案例的分类结果的重要度,构建模型 P_2 ,确定群体的一致案例集及相应的案例信息,如 3.1 节所示。

步骤4 基于模型 P_2 得到的群体一致案例信息,构建模型 P_3 ,群定群分类问题的协调权及分类阈值,见本文 3.2 节。

步骤5 根据 1.3 节中的定义,计算决策群体对于方案 a^i 的效用函数 $U(a^i)$ 。

步骤6 将效用函数 $U(a^i)$ 与分类阈值进行比较,根据 2.1 节中基于效用函数的分类原则,可确定各方案的精确分类。

如果决策群体对于最终的分类结果满意,则决策终止,否则返回步骤 2,调整案例信息。

4 案例分析

4.1 基本参数设定

本文的案例将文献[20]中 30 所高校的 MBA 项目分为 5 类,其评价数据见表 1,有:

(1)MBA 项目的 3 个指标: c_1 = “职业前景”, c_2 = “多远化”, c_3 = “创新性”,均为效益型指标,方案集 $A = \{a^1, a^2, \dots, a^{30}\}$ 。

参与评价的专家 3 名,专家集 $E = \{e_1, e_2, e_3\}$,专家权重 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (0.2, 0.35, 0.45)$ 。

分类集合 $G = \{G^1, G^2, G^3, G^4, G^5\}$,其中 G^1 = “差”, G^2 = “一般”, G^3 = “较好”, G^4 = “好”, G^5 = “很好”。

表 1 MBA 项目的评价矩阵

Tab.1 Evaluation scores of MBA programs

No.	项目名称	c_1	c_2	c_3	No.	项目名称	c_1	c_2	c_3
1	LBS	68.78	62.03	59.87	16	Insead	56.59	70.74	65.45
2	MIT; Sloan	60.01	24.1	85.81	17	NYU; Stern	68.24	26.74	80.5
3	YSM	79.01	25.98	51.84	18	NUK	68.68	24.52	72.43
4	UNC; KFlagler	67.8	22.45	62.4	19	RSM	51.2	52.91	42.98
5	UT; Rotman	59.34	36.68	60.79	20	SU GSB	76.77	28.52	81.8
6	UCLA; Anderson	55.46	21.52	74.54	21	UCB; Haas	61.26	31.04	73.69
7	UO; Said	57.04	43.49	47.12	22	UC GSB	75.64	25.37	77.73
8	UM; Smith	55.33	25.28	64.13	23	UI; Tippie	58.25	26.25	46.81
9	CM; Tepper	54.02	18.69	71.93	24	UM; Ross	63.23	28.36	69.61
10	CBS	83.44	32.94	71.63	25	UP; Wharton	77.11	32.51	91.59
11	CU; Johnson	60.54	30.31	55.99	26	UR; Simon	60.25	29.6	49.25
12	DU; Fuqua	64.05	27.25	64.68	27	UV; Darden	76.49	19.05	37.68
13	EBS	54.61	60.15	14.45	28	UWO; Ivey	50.04	40.55	53.55
14	HBS	77.84	29.05	93.91	29	VU; Owen	64.67	26.33	35.14
15	IBS	61.99	54.61	49.04	30	YU; Schulich	57.03	50.73	47.55

注:表 1 的数据来源于文献[20].

(2)决策者给出的案例信息如表 2 所示,其中案例均取自待评价方案,故 $\cup T_k = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_{12}, a_{14}, a_{29}\}$ 。

(3)各指标的边际效用函数为: $u_1(a^i) = \frac{[c_1(a^i) - 50.4]}{33.4}$, $u_2(a^i) = \frac{[c_2(a^i) - 18.69]}{52.05}$, $u_3(a^i) = \frac{[c_3(a^i) - 14.45]}{79.46}$ 。

将各方案的属性值带入边际效用函数便可得到相应的边际效用值。

表 2 决策者的案例信息

Tab.2 Case information given by DMs

决策者	e_1				e_2				e_3				
方案	a_1	a_2	a_{12}	a_{14}	a_3	a_4	a_5	a_{29}	a_6	a_7	a_8	a_{12}	a_{29}
分类	5	4	3	5	4	3	3	4	2	2	1	4	1

注:表 2 的数据来源于文献[20].

4.2 群体一致案例集确定

根据定义2及表2,计算出全部案例分类结果的重要度: $\mu_1^5=0.2, \mu_2^4=0.2, \mu_{12}^3=0.2, \mu_{14}^5=0.2, \mu_3^4=0.35, \mu_4^3=0.35, \mu_5^3=0.35, \mu_{29}^4=0.35, \mu_6^2=0.45, \mu_7^2=0.45, \mu_8^1=0.45, \mu_{12}^4=0.45, \mu_{29}^1=0.45$ 。

利用Lingo11.0求解模型 P_1 ,有 $h_1^5=h_2^4=h_3^4=h_4^3=h_5^3=h_6^2=h_7^2=h_8^1=h_{12}^4=h_{14}^5=h_{29}^1=1, h_{12}^3=h_{29}^4=0$;故群体一致案例集 $T^*=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_{12}, a_{14}, a_{29}\}$,案例的分类结果如表3所示,并与文献[20]中结果进行比较。

表3 群体一致案例信息比较

Tab.3 Comparison of group consistent case information

案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5	案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5
a_1					√ #	a_5				√ #	
a_2				√ #		a_6		√ #			
a_{12}			√ #			a_7		√ #			
a_{14}				√ #		a_8	√ #				
a_3			√ #			a_{29}	√ #				
a_4		√									

注:打“√”表示本文给出的群体案例分类结果;打“#”表示文献[20]给出的群体案例分类结果。

从表3可以看出,本文与文献[20]的案例分类结果除案例 a_4 外,其余均一致,本文将 a_4 放入群体案例集,而文献[20]相反,这表明本文的群体一致案例集信息更丰富。

4.3 方案的群体分类

基于群体的一致案例信息构建模型 P_3 ,利用Lingo11.0求解,有 $\beta^*=0.0048$,表明决策问题的协调权存在,可确定该问题的决策参数: $\omega_1^*=0.2593, \omega_2^*=0.2746, \omega_3^*=0.4661, R_1^*=0.3720, R_2^*=0.4341, R_3^*=0.4437, R_4^*=0.5293$ 。

将权重 $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*$ 用于计算各方案的效用函数,再与分类阈值 $R_1^*, R_2^*, R_3^*, R_4^*$ 比较,根据定理1可确定各方案的精确分类,如表4所示。

由表4可知,本文与文献[20]给出的分类结果有6处不同,分类不同的方案分别为: $a_4, a_{16}, a_{17}, a_{26}, a_{27}, a_{30}$,除方案 a_{27} 外,其余4个方案的分类结果相邻。根据协调权 $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*$ 的大小,决策群体对于指标“创新性”的偏好最强,具有一定的合理性。

本文与文献[20]的案例信息及属性值处理方式相同,同样考虑决策者权重及信息的不一致性,但两种方法核心部分具有差异性,群体一致案例集

表4 各方案分类结果比较

Tab.4 Comparison of classification results of different alternatives

案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5	案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5
a_1					√ #	a_{16}				#	√
a_2				√ #		a_{17}				#	√
a_3				√ #		a_{18}				√ #	
a_4			√ #			a_{19}	√ #				
a_5			√ #			a_{20}					√ #
a_6		√ #				a_{21}				√ #	
a_7		√ #				a_{22}					√ #
a_8	√ #					a_{23}	√ #				
a_9	√ #					a_{24}				√ #	
a_{10}					√ #	a_{25}					√ #
a_{11}		√ #				a_{26}	√ #				
a_{12}				√ #		a_{27}	√		#		
a_{13}	√ #					a_{28}	√ #				
a_{14}				√ #		a_{29}	√ #				
a_{15}				√ #		a_{30}		√ #			

注:打“√”表示本文给出的各方案分类结果,打“#”表示文献[20]给出的各方案分类结果。

的确定及方案的分类方法完全不同,文献[20]的处理方式是比较两案例的效用函数,而本文的思路是比较各案例的效用函数和分类阈值,对于决策者而言,本文的方法相对易于理解。

4.4 方法的比较分析

为了进一步说明方法的合理性,现扩大实例分析的比较范围,由于文献[21]只针对单个决策者,为比较不同研究方法的结果,假设4.1节的实例中仅有一名决策者,其提供的案例信息如表5所示。按照本文所述的方法,仍可获得方案的分类结果,如表6所示。

本文方法与文献[20,21]中方法的整体思路一致,都是利用案例分类信息进行决策信息学习,不需要设置指标权重及分类边界。由于不同方法采用的分类规则和模型不同,这是导致最终分类结果有所差异的主要原因。本文采用的分类规则将效用函数与分类阈值进行比较,文献[20]采用的分类规则是将不同案例的效用函数两两比较,文献[21]采用的分类规则是级别优于关系。

表5 单个决策者的案例信息

Tab.5 Case information given by single DM

决策者	e_1							
方案	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
分类	5	4	4	3	3	2	2	1

注:表5的数据来源于文献[21]。

表 6 不同方法的方案分类结果比较

Tab. 6 Comparison of different methods for alternatives classification result

案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5	案例	G^1	G^2	G^3	G^4	G^5
a_1					√#Δ	a_{16}				Δ	√#
a_2				√#Δ		a_{17}				#	√Δ
a_3				√#Δ		a_{18}				√#	Δ
a_4			√#Δ			a_{19}	#Δ	√			
a_5			√#Δ			a_{20}					√#Δ
a_6		√#Δ				a_{21}				√#Δ	
a_7		√#Δ				a_{22}					√#Δ
a_8	√#Δ					a_{23}	√#	Δ			
a_9	√#Δ					a_{24}				√#Δ	
a_{10}					√#Δ	a_{25}					√#Δ
a_{11}		√#Δ				a_{26}	√#	Δ			
a_{12}			√#	Δ		a_{27}	√#Δ				
a_{13}	√#Δ					a_{28}	√#Δ				
a_{14}					√#Δ	a_{29}	√#	Δ			
a_{15}			Δ	√#		a_{30}		Δ	√#		

注:打“√”表示本文给出的各方案最佳分类结果,打“#”表示文献[20]确定的各方案分类结果,打“Δ”表示文献[21]给出的精确分类结果。灰底单元格表示文献[21]给出的各方案可行分类结果。

由表 6 可知,首先本文方法确定的各方案分类结果全部在文献[21]的可行分类区间中,故 3 种方法的分类结果在一定程度上是一致的;其次 3 种方法的方案精确分类结果的一致程度如表 7 所示。这两方面可在一定程度上反映本文方法的合理性。

表 7 各方法分类结果一致度

Tab. 7 Consistency of classification results for different methods

方法	本文方法/ 文献[20]	本文方法/ 文献[21]	文献[20]/ 文献[21]
一致度	28/30	21/30	21/30

5 结束语

基于案例学习的决策方法,直接利用案例信息,通过优化的方法确定决策参数(指标权重及分类阈值),具有决策信息要求低、易于理解和操作的特点。本文考虑了案例信息提供为多人,即群决策环境下的案例学习分类问题。由于决策者们对于案例的群体分类很可能不一致,为此先确定群体的一致案例集,即重要程度最高的案例分类信息,该过程中体现了决策者权重及案例信息的重要程度。本文定义了分类问题的协调权,期望决策者对于案例的效用函数远离分类阈值,并证明了基于群体一致案例集,协调权一定存在,同时可确定分类阈值。最后通过与其他模型比较验证了所提方法的有效性。

参考文献:

[1] 徐玖平,吴巍.多属性决策的理论与方法[M].北京:清华大学出版社,2006.
Xu Jiuping, Wu Wei. Theory and method of multiple attribute decision making [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.

[2] 王仁超,张立岗,顾培亮,等.一种基于满意与公正的群决策方法[J].系统工程学报,2000,15(1):76-79.
Wang Renchao, Zhang Ligang, Gu Peiliang et al. A method of group decision making based on the satisfaction and fairness [J]. Journal of Systems Engineering, 2000,15 (1): 76-79.

[3] 张炳江.基于方案修订的群决策一致性形成的研究[J].控制与决策,2014(10):1914-1920.
Zhang Bingjiang. Research on consistency formation of group decision making based on alternative adjustment [J]. Control and Decision, 2014 (10): 1914-1920.

[4] 梁昌勇,戚筱雯,丁勇,等.一种基于 TOPSIS 的混合型多属性群决策方法[J].中国管理科学,2012,20(4):109-117.
Liang Changyong, Qi Xiaowen, Ding Yong, et al. A hybrid multi-criteria group decision making with TOPSIS method[J] Chinese Journal of Management Science, 2012,20(4):109-117.

[5] 朱佳俊,郑建国.群决策理论、方法及其应用研究的综述与展望[J].管理学报,2009,6(8):1131-1136.
Zhu Jiajun, Zheng Jianguo. Theory, method and application of group decision-making: Literature review and future directions[J] Chinese Journal of Management, 2009,6(8):1131-1136.

[6] 吴怀岗,张晴.基于直觉模糊集算子的多属性群决策方法[J].统计与决策,2010(12):21-23.
Wu Huaigang, Zhang Qing. Multi attribute group decision making method based on intuitionistic fuzzy set operators[J] Statistic and Decision, 2010(12):21-23.

[7] 陆志鹏,陶勇,朱建军,等.群决策中五类不确定性偏好的集成模型及应用[J].南京航空航天大学学报,2009,41(4):545-549.
Lu Zhipeng, Tao Yong, Zhu Jianjun, et al. Aggregation model and its application on five style uncertain preference in group decision making [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009,41(4):545-549.

[8] 罗党,刘思峰.一类灰色群决策问题的分析方法[J].南京航空航天大学学报,2005,37(3):395-398.
Luo Dang, Liu Sifeng. Analysis method of grey group

- decision-making[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2005, 37(3):395-398.
- [9] 樊治平,姜艳萍,肖四汉,等. 基于 OWA 算子的不同形式偏好信息的群决策方法[J]. *控制与决策*, 2001, 16(S1):749-752.
- Fan Zhiping, Jiang Yanping, Xiao Sihan, et al. Approach to group decision making problems with different forms of preference information based on OWA aggregation operators[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(S1):749-752.
- [10] 菅利荣,唐学文,刘思峰,等. 基于优势粗糙集的建设项目过程评价[J]. *系统管理学报*, 2009, 18(5):577-582.
- Jian Lirong, Tang Xuewen, Liu Sifeng, et al. Process evaluation of construction project based on dominance rough set approach[J]. *Journal of Systems & Management*, 2009, 18(5):577-582.
- [11] Greco S, Kadziński M, Mousseau V, et al. Robust ordinal regression for multiple criteria group decision: UTAGMS-GROUP and UTADISGMS-GROUP[J]. *Decision Support Systems*, 2012, 52(3):549-561.
- [12] Chen Y, Hipel K W, Kilgour D M. Multiple-criteria sorting using case-based distance models with an application in water resources management [J]. *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 2007, 37(5): 680-691.
- [13] Chen Y, Kilgour D M, Hipel K W. A case-based distance method for screening in multiple-criteria decision aid[J]. *Omega*, 2008, 36(3): 373-383.
- [14] Chen Y, Li K W, Kilgour D M, et al. A case-based distance model for multiple criteria ABC analysis[J]. *Computers & Operations Research*, 2008, 35(3): 776-796.
- [15] Slowinski R, Zopounidis C. Application of the rough set approach to evaluation of bankruptcy risk[J]. *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, 1995, 4(1): 27-41.
- [16] Ma L C. Screening alternatives graphically by an extended case-based distance approach [J]. *Omega*, 2012, 40(1): 96-103.
- [17] Ma L C. A two-phase case-based distance approach for multiple-group classification problems[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 63(1): 89-97.
- [18] Wei Q L, Yan H, Ma J, et al. A compromise weight for multi-criteria decision making with individual preference[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2000, 51(5):625-634.
- [19] 廖貅武,李垣,雷宏振,等. 确定多属性群决策协调权的模型和方法[J]. *管理科学学报*, 2006, 9(4):33-39.
- Liao Xiuwu, Li Yuan, Lei Hongzhen, et al. Model and approach for determining the compromise weight of multi-attribute group decision-making problem [J] *Journal of Management Sciences in China*, 2006, 9(4):33-39.
- [20] 蔡付龄,廖貅武,杨娜. 基于案例信息的多准则群决策分类方法[J]. *管理科学学报*, 2013, 16(2): 22-32.
- Cai Fuling, Liao Xiuwu, Yang Na. Multi-criteria sorting method based on assignment examples in the group decision context [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(2): 22-32.
- [21] Köksalan M, Mousseau V, Özpeynirci Ö, et al. A new outranking-based approach for assigning alternatives to ordered classes [J]. *Naval Research Logistics*, 2009, 56(1):74-85.