

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.05.011

灰色犹豫模糊集的核与灰度的灰关联决策方法

刘思峰¹ 李庆胜^{1,2} 赵妮³

- (1. 南京航空航天大学经济与管理学院, 南京, 211106;
2. 临沂大学商学院, 临沂, 276005;
3. 深圳信息职业技术学院经济学院, 深圳, 518172)

摘要:首先,将犹豫模糊扩展为灰色犹豫模糊集。其次,用灰色系统“核与灰度”的方法代替了传统中预设决策者风险偏好的数据增补方法,在不改变信息域的前提下,提升了可信度。进而将“核与灰度”运算法则扩充到灰色关联度的决策中。最后,通过实例演示了方法的适用性和可行性,并与相关文献方法进行了对比研究与分析。

关键词:核与灰度;灰色犹豫模糊集;灰色关联

中图分类号:C934 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2016)05-0683-06

Grey Correlation Decision-Making Method of Grey Hesitant Fuzzy Sets Based on Kernel and Grey Degree

Liu Sifeng¹, Li Qingsheng^{1,2}, Zhao Ni³

- (1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China;
2. College of Business, Linyi University, Linyi, 276005, China;
3. Economics Department, Shenzhen Institute of Information Technology, Shenzhen, 518172, China)

Abstract: Firstly, hesitant fuzzy is expanded into grey hesitant fuzzy sets. Secondly, the “kernel and grey degree” method of grey system is used instead of data supplement method that traditionally presupposes risk preferences of decision-makers. It enhances the reliability on the premise of maintaining information domain. Then the “kernel and grey degree” algorithm is extended to the decision making process of grey relational grade. Finally, an example is given to demonstrate the feasibility and applicability of the method. The method is also compared with the related literature methods.

Key words: kernel and grey degree; grey hesitant fuzzy sets; grey correlation

从 Zadeh^[1]于 1965 年提出模糊集以来,模糊集理论现已成功地应用于各个领域。由于客观世界的复杂性和不确定性以及人们思维能力和知识水平的局限性,用于表达决策信息的形式不仅仅只

是确定数,而经常以区间数的形式进行描述。由于传统的模糊集不能完整地刻画所研究问题的信息,Atanassov^[2-3]引入了直觉模糊集(Intuitionistic fuzzy set,IFS)并拓展到区间直觉模糊。由于 IFS

基金项目:国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022)资助项目;国家自然科学基金面上项目(70971064)资助项目;国家自然科学基金(71111130211,70901041,71171113)资助项目。

收稿日期:2015-09-03;**修订日期:**2016-04-15

通信作者:刘思峰,男,教授,博士生导师,E-mail:sfliu@nuaa.edu.cn。

引用格式:刘思峰,李庆胜,赵妮.灰色犹豫模糊集的核与灰度的灰关联决策方法[J].南京航空航天大学学报,2016,48(5):683-688. Liu Sifeng, Li Qingsheng, Zhao Ni. Grey correlation decision-making method of grey hesitant fuzzy sets based on kernel and grey degree[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(5): 683-688.

同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度 3 个方面的信息,因此它广泛地应用于处理模糊性和不确定性等方面的问题。人们发现在进行群决策时,决策者们经常是犹豫和优柔寡断的,并且由于不能说服对方,使得最终的决策结果难以达成一致。于是,Torra 和 Narukawa^[4-5]提出了模糊集的另一种广义形式,即犹豫模糊集(Hesitant fuzzy set, HFS),其隶属度是由若干种可能的值构成的集合。

HFS 作为模糊集的最新扩展形式,有其独特的优势,因此引起了众多学者的研究兴趣。Chen 等^[6-7]将 HFS 推广至区间的形式,给出了区间犹豫模糊集(Interval hesitant fuzzy set, IVHFS)的概念。

同时,一些学者对犹豫模糊与其他不确定性理论也进行了有机的结合,并提出了相关的多属性决策相关方法,文献[8]提出了基于粗糙集的犹豫模糊多属性决策方法;文献[9]提出了基于犹豫直觉模糊数的多属性决策方法。

另一方面,在现实的决策过程中一个多属性决策问题同时包含模糊性和灰性,称之为灰色模糊多属性决策问题。陈大为^[10]提出了灰色模糊集合,认为这既是模糊集合的推广又是灰色集合的推广,是灰色集合与模糊集合的有机结合。卢英^[11]认为灰色模糊多属性决策方法的研究已引起了人们的极大关注;胡丽芳等^[12]研究了闭世界框架下灰色模糊多属性决策方法,但是灰色模糊多属性决策无论是在理论研究还是在方法应用方面,都还很不成熟,有待于人们的不断探索。

现实中,犹豫模糊决策信息往往是灰数,而不是区间数。灰数是只知道大概范围而不知道其确切值的数;而区间数一般在给定范围之内任意数皆可的数。刘思峰等^[13]认为区间数的运算法则与排序方法一直是争议最多的研究课题。灰数与区间数之间本身就存在着本质的差异。同时,文献[13]还提出了基于核和灰度的区间灰数运算法则;在此基础上文献[14]对基于核和灰度的灰数加、减和数乘运算法则进行了修正,使灰数运算法则更具合理性。

综合以上考虑,本文提出了灰色犹豫模糊集合(Grey hesitant fuzzy set, GHFS);在此基础上可以更方便地使用灰色系统特有的方法,有效地解决犹豫模糊决策问题。

1 灰色犹豫模糊集合

定义 1 令为一个给定的集合,形如 $A = \{[x, h_A(x)] \mid x \in X\}$ 的二元组称为 X 上的 HFS。其中, $h_A(x)$ 为由区间 $[0, 1]$ 上若干个不同的数构

成的集合, x 表示元素属于集合 A 的若干种可能隶属度构成的集合。为了书写方便,记 $h_A(x)$ 为犹豫模糊元。假如其每个犹豫模糊元中的元素只有一个,则 HFS 退化为模糊集。

由于客观世界的复杂性和不确定性,以及人们思维能力和知识水平的局限性,人们经常以区间数的形式表达决策信息。因此,文献[6,7]在 HFS 的基础上,引入了 IVHFS。

定义 2^[6] 令 X 为一给定的集合, $D[0, 1]$ 表示区间 $[0, 1]$ 上的所有闭子区间构成的集合。 X 上形如 $\tilde{A} = \{[x, \tilde{h}_{\tilde{A}}(x)] \mid x \in X\}$ 的二元组称为一个 IVHFS。其中, $\tilde{h}_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow D[0, 1]$ 表示元素 x 属于集合 \tilde{A} 的所有可能区间隶属度构成的集合,称 $\tilde{h}_{\tilde{A}}(x)$ 为一个区间犹豫模糊元。显然,对于一个 IVHFS,若其每个区间犹豫模糊元中的元素只有一个,则 IVHFS 退化为区间模糊集;若其区间犹豫模糊元中的每个元素都为实数,则 IVHFS 退化为 HFS。

只知道大概范围而不知道其确切值的数称为灰数。在应用中,灰数实际上指在某一个区间或某一个一般的数集内取值的不确定数;而区间数往往是指在区间范围之内任意数。现实中,犹豫模糊决策信息往往是只知道大概范围而不知道其确切值,而不是在给定范围之内任意数皆可的内涵,因此用灰数代替区间数,提出 GHFS 具有特定学术价值。

定义 3 令 X 为一给定的集合, $g^0[0, 1]$ 表示区间 $[0, 1]$ 上的所有闭子区间构成的集合。 X 上形如 $GA = \{[x, g_{h_A}(x)] \mid x \in X\}$ 的二元组称为一个 GHFS。其中, $g_{h_A}(x): X \rightarrow g^0[0, 1]$ 表示元素 x 属于集合 GA 的所有可能灰色隶属度构成的集合,称 $g_{h_A}(x)$ 为一个灰色犹豫模糊元。显然,对于一个 GHFS,若其每个灰色犹豫模糊元中的元素只有一个,则 GHFS 退化为灰色模糊集;若其灰色犹豫模糊元中的每个元素都为实数,则 GHFS 退化为 HFS。

显然 GHFS 即是对犹豫模糊集的扩展,更属于灰集的一个特殊分支。这样可以进一步利用灰色系统的理论解决模糊数学所难以解决的“小样本”及“贫信息”不确定性问题^[15],实现“少数数据建模”。

2 基于核与灰度的 GHFS 灰色关联决策方法

2.1 问题描述

在灰色犹豫模糊多属性决策时,根据各属性的

评估值建立决策矩阵。设有 m 个评价对象组成方案集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, n 个决策属性组成指标集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 则灰色犹豫模糊决策矩阵 GH 为

$$GH = \begin{bmatrix} gh_{11} & gh_{12} & \cdots & gh_{1n} \\ gh_{21} & gh_{22} & \cdots & gh_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ gh_{m1} & gh_{m2} & \cdots & gh_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $gh_{il} (1 \leq i \leq m, 1 \leq l \leq n)$ 表示专家给出的 i 方案在指标 l 下的灰色犹豫模糊元。

2.2 关于核与灰度的定义与公理

灰色系统理论中关于灰数运算的研究长期以来倍受关注,但未取得满意的结果,直至刘思峰等^[13]提出的基于核和灰度的灰数运算法则。

定义 4 设灰数 $\otimes \in [a, \bar{a}]$, $a < \bar{a}$ 在缺乏灰数 \otimes 取值分布信息的情况下:

(1) 若 \otimes 为连续灰数, 则 $\hat{\otimes} = \frac{1}{2}(a + \bar{a})$ 为灰数 \otimes 的核。

(2) 若 \otimes 为离散灰数, $a_i \in [a, \bar{a}] (i = 1, 2, \dots, n)$ 为灰数 \otimes 所有可能的取值, 则称 $\hat{\otimes} = 1/n \sum_{i=1}^n a_i$ 为灰数 \otimes 的核。

定义 5 设灰数 $\otimes \in [a, \bar{a}]$, $a < \bar{a}$ 为具有取值分布的随机灰数, 则称 $\hat{\otimes} = E(\otimes)$ 为灰数 \otimes 的核。

定义 6 设灰数 \otimes 产生的背景或论域为 Ω , $\mu(\otimes)$ 为区间灰数 \otimes 之取数域的测度, 则称 $g^\circ(\otimes) = \mu(\otimes) / \mu(\Omega)$ 为灰数 \otimes 的灰度, 简记为 g° 。

由 $\otimes \in \Omega$ 及测度的性质可知, 定义 3 给出的灰度满足规范性, 即 $0 \leq g^\circ(\otimes) \leq 1$ 。灰度反映的灰数所描述事物的不确定性程度。白数是完全确定的数, $g^\circ = 0$; 黑数是完全未知, $g^\circ = 1$; g° 越接近于 0, 灰数取值的不确定性越小; g° 越接近于 1, 取值范围的不确定性越大。

定义 7 $\hat{\otimes}$ 为灰数 \otimes 的核, g° 为灰度, 则称 $\hat{\otimes}_{g^\circ}$ 为灰数的简化形式。 $\hat{\otimes}_{g^\circ}$ 包含了取值的全部信息, 并且具有一一对应关系。根据核与灰度的定义可以计算出 $\hat{\otimes}_{g^\circ}$; 反过来根据 $\hat{\otimes}_{g^\circ}$ 也可以推算出灰数的上限和下限。

灰数的核 $\hat{\otimes}$ 作为灰数 \otimes 的代表, 在灰数运算转化为实数运算的过程中具有不可替代的作用。事实上, 灰数的核 $\hat{\otimes}$ 作为实数, 可以完全按照实数

的运算规则进行加、减、乘、除、乘方、开方等一系列运算, 而且将核的运算结果作为灰数运算结果的核是顺理成章的。文献[10]提出了基于“核”和灰数灰度建立了区间灰数运算公理、运算法则和新的灰代数系统, 并研究了运算性质。

公理 1 (灰度不减公理) 两个灰度不同的灰数进行和、差、积、商运算时, 运算结果的灰度不小于灰度较大的区间灰数的灰度。

通常可将运算结果的灰度取为灰度较大的灰数的灰度。一个白数与一个灰数进行和、差、积、商运算时, 运算结果的灰度与灰数的灰度相同。当若干个灰数进行运算时, 首先对核作相应运算, 然后按照取大准则得到运算结果的灰度, 从而可得运算结果的简化形式。

根据以上公理, 参考文献[13, 14]得到核与灰度的运算法则和性质。

运算法则:

(1) 加减法运算

$$\hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} \pm \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)} = (\hat{\otimes}_k \pm \hat{\otimes}_m)_{(g^\circ k \vee g^\circ m)}$$

(2) 乘除法运算

$$\hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} \times (/) \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)} = (\hat{\otimes}_k \times (/) \hat{\otimes}_m)_{(g^\circ k \vee g^\circ m)}$$

(3) 数乘运算

$$m \times \hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} = (m \times \hat{\otimes}_k)_{(g^\circ k)}$$

(4) 乘方运算

$$(\hat{\otimes}_{k(g^\circ k)})^r = (\hat{\otimes}_k)^r_{(g^\circ k)}$$

性质:

$$(1) \hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} \pm \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)} = \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)} \pm \hat{\otimes}_{k(g^\circ k)}$$

$$(2) (\hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} + \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)}) + \hat{\otimes}_{j(g^\circ j)} = \hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} + (\hat{\otimes}_{m(g^\circ m)} + \hat{\otimes}_{j(g^\circ j)})$$

$$(3) (\hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} + \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)}) \times \hat{\otimes}_{j(g^\circ j)} = \hat{\otimes}_{k(g^\circ k)} \times (\hat{\otimes}_{j(g^\circ j)} + \hat{\otimes}_{m(g^\circ m)}) \times \hat{\otimes}_{j(g^\circ j)}$$

在 HFS 中, 一种方案下的属性值可能是重复的, 重复的次数多并不代表该数值更重要。为了更精确地比较两个犹豫模糊元, 文献[16]认为需要它们具有相同的个数, 因此制定了基于参数 η 的扩展规则:

定义 8 假定 $GA: gh = \{gh_{\sigma(i)} \mid i = 1, 2, \dots, l\}$, 规定 gh^+ 和 gh^- 分别为 GHFE 中的最大和最小值, 则称 $\overline{gh} = \eta gh^+ + (1 - \eta) gh^-$ 为扩展值。参数由决策者的风险偏好决定。

由于参数的不确定性, 在实际的运算中 η 的取

值常常为0或者1。显然,这种做法很有可能偏离犹豫模糊集的初衷。根据以上分析可知,采用核与灰度处理灰色犹豫模糊元不会造成任何信息域偏离。

2.3 灰色关联度决策

灰色系统理论在处理“小样本”“贫信息”及不确定问题上存在巨大优势,在多属性决策研究中得到广泛应用^[15]。灰色关联分析是灰色系统理论的一个组成部分,它是一种具有独特优势的系统分析方法,其优势表现为结构简单,计算量小,对样本数量及其数据的分布规律都无严格的要求。灰关联分析实质上是对系统动态发展态势作定量描述和比较的分析方法,其在影响事物发展的各因素所构成几何曲线的基础上,根据各几何曲线间几何形状的相似或相近程度来判断各因素的关联程度大小,若几何曲线的几何形状彼此越相似,则因素间的关联度就越大;反之,关联度越小。

本文依据文献^[15]利用灰色关联确定群决策中指标与理想方案的距离确定关联程度,并将其扩展到GHFS中。

定义9

$$GH_0 = (gh_0(1), gh_0(2), \dots, gh_0(n)) \quad (2)$$

式中: $gh_0(j) = \max_i gh_i(j), 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ 。

(1) 计算灰色关联系数及灰色关联度^[11]

根据 GH_0 和 GH_1, GH_2, \dots, GH_m , 求出各个专家对各个评价指标权重经验判断值与参考权重之间的灰色关联系数 $\xi_i(j)$ 和灰色关联度 $\gamma(j)$ 。令 $D = |gh_i(j) - gh_0(j)|$, 可得

$$\xi_i(j) = \frac{\min_i \min_j D + \rho \max_i \max_j D}{D + \rho \max_i \max_j D} \quad (3)$$

$$\gamma(i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \xi_i(j) \quad 1 \leq i \leq m \quad (4)$$

式中: ρ 为分辨系数, $\rho \in (0, 1)$ 一般取 $\rho = 0.5$ 。各个数列的关联度大小, 直接反映了各个评价接近最优理想方案的程度。

(2) 计算灰色关联度的灰度

性质: 在计算灰关联的灰度中, 令 $g^0(j_{\max})$ 为 j 列中核值为最大值的灰度; $g^0(i_{\max})$ 为 i 行中核值为最大值的灰度; 根据灰关联度的定义得到方案 i 的灰关联度的灰度

$$g^0(i) = \max(g^0(j_{\max}), g^0(i_{\max})) \quad 1 \leq j \leq n \quad (5)$$

$$\gamma_{g^0}(i) = (\gamma_{(g^1)^0}(1), \gamma_{(g^2)^0}(2), \dots, \gamma_{(g^n)^0}(n))^T \quad 1 \leq i \leq m \quad (6)$$

2.4 计算步骤

基于以上分析, GHFS 的灰关联度决策方法的主要步骤如下。

步骤1 转换为核与灰度模式

根据定义3, 将传统的灰色犹豫模糊数据转换为核与灰度模式。

$$\hat{\otimes}_{(g^0)} = \begin{bmatrix} \hat{\otimes}_{11(g^{11^0})} & \hat{\otimes}_{12(g^{12^0})} & \cdots & \hat{\otimes}_{1n(g^{1n^0})} \\ \hat{\otimes}_{21(g^{21^0})} & \hat{\otimes}_{22(g^{22^0})} & \cdots & \hat{\otimes}_{2n(g^{2n^0})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\otimes}_{m1(g^{m1^0})} & \hat{\otimes}_{m2(g^{m2^0})} & \cdots & \hat{\otimes}_{mn(g^{mn^0})} \end{bmatrix} \quad (7)$$

步骤2 计算灰色关联系数、灰关联度以及灰度

(1) 利用式(2~4), 进行计算灰关联系数和灰关联度。

(2) 确定式(5, 6)各方案的灰关联度的灰度。

步骤3 方案排序

根据灰关联度及其灰度进行排序, 排序应遵循以下原则:

- (1) 当 $\gamma(i) > \gamma(m)$ 时, 方案 $i > m$;
- (2) $\gamma(i) = \gamma(m)$ 时, 且 $g^0(i) > g^0(m), i < m$;
- (3) $\gamma(i) = \gamma(m)$ 时, 且 $g^0(i) = g^0(m), i \approx m$ 。

3 算例分析

本节给出了一个能源政策选择的算例及与相关文献结果的比较分析。文献^[16]研究了基于犹豫模糊环境下的能源政策选择问题及其分析方法, 能源是社会经济发展不可或缺的重要因素, 正确的能源政策会影响经济的发展和环境, 最合适的能源政策选择非常重要。文中根据需要将文献数据转化为灰色犹豫模糊元素, 能源政策选择问题主要参考文献^[17, 18]。本节首先证明灰色犹豫模糊环境下的适用性以及方法的实施过程的可行性, 然后给出了比较分析的计算结果。

假设有5个备选方案(能源项目) $A_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$, 和4个属性: $P1$: 技术; $P2$: 环境; $P3$: 社会政治; $P4$: 经济。几个决策者被邀请进行评估5个备选方案的属性值。所有的决策者都尽可能提供自己的评价, 但是允许数据长度不同。然而, 一个属性值数据长度大并不表明它更重要。为了得到更合理的结果, 评估都是匿名进行的。本算例中灰色犹豫模糊元素只是用来进行评估的工具, 所有的评价值都包含在一个犹豫模糊决策矩阵中, 如表1所示。

表 1 灰色犹豫模糊决策矩阵

Tab. 1 Grey hesitant fuzzy decision-making matrix

属性	P_1	P_2
A_1	{[0.3,0.5],[0.3,0.4],[0.2,0.3]}	{[0.7,0.9],[0.7,0.8],[0.6,0.7],[0.1,0.3]}
A_2	{[0.2,0.5],[0.2,0.3]}	{[0.7,0.9],[0.6,0.7],[0.4,0.6],[0.4,0.5],[0.1,0.2]}
A_3	{[0.5,0.7],[0.5,0.6]}	{[0.7,0.9],[0.5,0.6]}
A_4	{[0.7,0.8],[0.6,0.7],[0.3,0.4],[0.2,0.3]}	{[0.6,0.7],[0.3,0.4],[0.1,0.2]}
A_5	{[0.7,0.9],[0.6,0.7],[0.5,0.6],[0.2,0.4],[0.2,0.3]}	{[0.6,0.8],[0.6,0.7],[0.5,0.6],[0.3,0.4]}
属性	P_3	P_4
A_1	{[0.3,0.5],[0.3,0.4],[0.1,0.2]}	{[0.8,0.9],[0.4,0.6],[0.4,0.5],[0.2,0.3]}
A_2	{[0.6,0.8],[0.4,0.6],[0.4,0.5],[0.1,0.3]}	{[0.6,0.7],[0.3,0.4],[0.2,0.3]}
A_3	{[0.6,0.7],[0.4,0.5],[0.2,0.3]}	{[0.5,0.6],[0.3,0.4]}
A_4	{[0.7,0.8],[0.1,0.3]}	{[0.7,0.9],[0.7,0.8],[0.5,0.6]}
A_5	{[0.7,0.9],[0.7,0.8],[0.6,0.7]}	{[0.7,0.9],[0.5,0.7],[0.5,0.6],[0.2,0.3]}

首先,根据定义 4,将传统的灰色犹豫模糊数据转换成为核与灰度模式,得到表 2。

表 2 $\hat{\otimes}_g$ 形式灰色犹豫模糊决策矩阵

Tab. 2 $\hat{\otimes}_g$ formal grey hesitant fuzzy decision-making matrix

属性	P_1	P_2
A_1	0.333 3 _(0,10)	0.600 0 _(0,10)
A_2	0.300 0 _(0,15)	0.510 0 _(0,10)
A_3	0.575 0 _(0,10)	0.675 0 _(0,10)
A_4	0.500 0 _(0,05)	0.383 3 _(0,05)
A_5	0.510 0 _(0,10)	0.562 5 _(0,10)
属性	P_3	P_4
A_1	0.300 0 _(0,10)	0.512 5 _(0,10)
A_2	0.462 5 _(0,10)	0.416 7 _(0,05)
A_3	0.450 0 _(0,05)	0.450 0 _(0,05)
A_4	0.475 0 _(0,10)	0.700 0 _(0,10)
A_5	0.733 3 _(0,10)	0.550 0 _(0,10)

然后,计算灰色关联系数、灰关联度以及灰度。

(1)利用式(2~4),进行计算灰关联系数和灰关联度

$$\xi_i(j) = \begin{bmatrix} 0.472\ 7 & 0.742\ 8 & 0.333\ 3 & 0.536\ 1 \\ 0.440\ 7 & 0.567\ 7 & 0.444\ 5 & 0.433\ 3 \\ 1.000\ 0 & 1.000\ 0 & 0.433\ 3 & 0.464\ 3 \\ 0.742\ 8 & 0.426\ 2 & 0.456\ 2 & 1.000\ 0 \\ 0.769\ 2 & 0.658\ 2 & 1.000\ 0 & 0.590\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\gamma(j) = (0.521\ 2, 0.471\ 5, 0.724\ 4, 0.656\ 3, 0.754\ 6)^T$$

(2)根据式(5,6)确定各方案的灰关联度的灰度。

$$\gamma_g^o(j) = (0.521\ 2_{(0,10)}, 0.471\ 5_{(0,15)}, 0.724\ 4_{(0,10)}, 0.656\ 3_{(0,10)}, 0.754\ 6_{(0,10)})^T$$

最后,方案排序。

根据灰数与灰度的排序原则对方案进行排序。显然有 $A_5 > A_3 > A_4 > A_1 > A_2$ 。文献[12]的排序方案为: $A_5 > A_3 > A_4 > A_2 > A_1$ 。两种决策方法排序差别在于方案 A_2 ,根据以上计算得知方案 A_2 与 A_1 的核与灰度为 0.471 5_(0,15) 和 0.521 2_(0,10)。在 A_2 的灰度最大情况下,文献[12]利用悲观原则补齐了犹豫模糊元长度造成了信息失真的可能在所难免。

4 结束语

本文首先提出了 GHFS,并研究了利用核与灰度的灰关联度对灰色犹豫模糊的多属性决策方法,避免了传统补齐数据长度所带来的信息失真,方法更为简化。本文利用算例说明了方法的可行性,并给出了方法的对比分析。这对于拓展灰色系统的应用范围、丰富和完善灰色关联模型理论体系具有参考意义。

参考文献:

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1995,8(3):338-356.
 [2] Atanssov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems,1986,20(1):87-96.
 [3] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems,1989,31(3):343-349.
 [4] Torra V. Hesitant fuzzy sets [J]. International Journal of Intelligent Systems,2010,25(6):529-539.
 [5] Torra V, Narukawa Y. On hesitant fuzzy sets and decision [C] // IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Jeju Island, Korea; [s. n.]. 2009: 1378-1382.

- [6] Chen N, Xu Z S, Xia M M. Interval-valued hesitant preference relations and their applications to group decision making [J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 37(2):528-540.
- [7] Chen N, Xu Z S, Xia M M. Correlation coefficients of hesitant fuzzy sets and their applications to clustering analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(4): 2197-2211.
- [8] 朱丽,朱传喜,张小芝.基于粗糙集的犹豫模糊多属性决策方法[J].控制与决策,2014,29(7):1335-1339.
Zhu Li, Zhu Chuanxi, Zhang Xiaozhi. Method for hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on rough sets[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1335-1339.
- [9] 付超,赵敬.基于犹豫直觉模糊数的多属性决策方法[J].系统工程,2014,32(4):131-136.
Fu Chao, Zhao Jing. Multiple attribute decision making method based on hesitation institution fuzzy number[J]. Systems Engineering, 2014, 32(4): 131-136.
- [10] 陈大为.灰色模糊集合[J].黑龙江水利高等专科学校学报,2000,27(4):103-106.
Chen Dawei. Grey fuzzy sets [J]. Journal of Heilongjiang Water Conservancy College, 2000, 27(4): 103-106.
- [11] 卢英.灰色模糊多属性决策分析方法研究[D].杭州:浙江工商大学,2009:3-15.
Lu Ying. Grey fuzzy multiple attribute decision making analysis method[D]. Hangzhou: Zhejiang Gongshang University, 2009:3-15.
- [12] 胡丽芳,王晨熙.闭世界框架下灰色模糊多属性决策方法[J].控制与决策,2014,29(2):246-250.
Hu Lifang, Wang Chenxi. Approach for grey fuzzy MADA in closed world [J]. Control and Decision, 2014, 29(2):246-250.
- [13] 刘思峰,方志耕,谢乃明.基于核和灰度的区间灰数运算法则[J].系统工程与电子技术,2010,32(2):313-316.
Liu Sifeng, Fang Zhigeng, Xie Naiming. Algorithm rules of interval grey numbers based on the kernel and degree of greyness of grey numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2):313-316.
- [14] 曾波,孟伟,熊遥.基于核和灰度的灰色异构数据代数运算法则及其应用[J].统计与信息论坛,2014,29(4):18-22.
Zeng Bo, Meng Wei, Xiong Yao. Algebra algorithm rules of grey isomerism data based on kernel and grey degree and its applications[J]. Statistics & Information Forum, 2014, 29(4): 18-22.
- [15] Liu S F, Lin Y. Grey information theory and practical application [M]. London: Springer Verlag, 2006.
- [16] Xu Z, Zhang X. Hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS with incomplete weight information [J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 52(5): 53-64.
- [17] Xu Z S, Xia M M. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets [J]. Information Sciences, 2011, 181(11):2128-2138.
- [18] Kahraman C, Kaya I. A fuzzy multicriteria methodology for selection among energy alternatives[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(9): 6270-6281.

