

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.04.016

含孔层合板剩余强度估算的应力场强法工程简化模型

吴义韬¹ 姚卫星²

(1. 上海飞机设计研究院强度设计部,上海, 201210;
2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室,南京, 210016)

摘要:开孔的存在会显著地降低复合材料结构的强度。基于应力场强法的思想,提出了一个预测含圆孔复合材料层合板剩余强度的工程简化模型。采用大量试验数据,对本文提出的应力场强法模型与其他典型的特征距离法模型进行了评估分析。结果表明,应力场强法和平均应力准则法预测能力要优于点应力准则法和损伤区域准则法,应力场强法预测值与试验吻合程度略优于平均应力准则法。

关键词:复合材料;含孔层合板;剩余强度;应力场强法

中图分类号: V214.8 文献标识码:A 文章编号:1005-2615(2016)04-0551-07

Simplified Engineering Model for Predicting Residual Strength of Notched Laminates Based on Stress Field Intensity Method

Wu Yitao¹, Yao Weixing²

(1. Stress Design Department, Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai, 201210, China;
2. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The existence of holes can reduce the strength of composite material structure significantly. Based on the concept of stress field intensity method, a simplified engineering model for predicting the residual strength of notched composite laminates is proposed. A large amount of test data are adopted to evaluate the stress field intensity method and other representative characteristic distance methods. In summary, the stress field intensity method and the average stress criterion method have better prediction abilities than the point stress criterion and the damage zone criterion methods, and the stress field intensity method fits test results little better than the average stress criterion method.

Key words: composite; notched laminate; residual strength; stress field intensity method

复合材料结构应用中,在工艺分离面、零构件连接点和检修口盖等处不可避免地会出现各种形式的开孔。开孔的存在破坏了长纤维的连续性,改变了结构的传力路线,还会导致结构因局部刚度的突变而在孔边区域产生应力集中。因此,开

孔的存在严重影响着结构力学性能,尤其会明显降低结构的强度。

为了工程估算复合材料含孔层合板的剩余强度,前人已提出了一些以应力形式表达的缺口强度准则。这些准则都是基于等效正交各向异性板缺口

收稿日期:2015-07-12;修订日期:2015-12-05

通信作者:吴义韬,男,博士,E-mail:wuyitao@comac.cc

引用格式:吴义韬,姚卫星.含孔层合板剩余强度估算的应力场强法工程简化模型[J].南京航空航天大学学报,2016,48(4):551-557. Wu Yitao, Yao Weixing. Simplified engineering model for predicting residual strength of notched laminates based on stress field intensity method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016,48(4):551-557.

根部弹性应力场描述,采用特征距离来表达的,可统称为特征距离法。其中,工程应用最为广泛的是 Whitney 和 Nusmer^[1] 提出的点应力准则 (Point stress criterion, PSC) 和平均应力准则 (Average stress criterion, ASC)。Eriksson 等^[2] 在损伤区域模型的基础上,提出了损伤区域准则 (Damage zone criterion, DZC), 建立了缺口强度的解析表达式。姚卫星^[3-4] 考虑了缺口根部应力梯度的影响,提出了应力场强 (Stress field intensity, SFI) 分析方法,该方法是对点应力准则和平均应力准则分析方法的统一。Chen 等^[5] 认为纤维增强复合材料缺口强度可以通过预测 0° 层纤维断裂来评估,提出了损伤区纤维断裂准则,但该分析方法求解过程非常复杂。

应力场强分析方法对损伤物理机制有了较深层次的表述,但工程计算相对复杂。本文基于应力场强法,建立了含圆孔层合板剩余强度预测的工程解析表达。用从文献中收集到的大量试验数据对本文模型进行了验证,并与点应力准则模型、平均应力准则模型和损伤区域准则模型进行了对比分析。

1 应力场强法

应力场强法认为含应力集中的构件的破坏不仅仅取决于峰值应力,而是由应力集中区域的应力应变场造成。应力场强法考虑了缺口根部损伤区域内应力梯度的影响,通过对场强区域内所有材料点的应力矢量分配权函数,从而考虑了不同材料点的应力对缺口根部失效的综合贡献(图 1(a))。

应力场强法中,缺口场强函数 f_{RD} 表述为^[4]

$$f_{RD} = \frac{1}{S} \int_D f(\sigma) \varphi(r) ds \quad (1)$$

式中: D 为场强区域,是一个材料常数; S 为场强区域 D 的面积; $\varphi(r)$ 为权函数; $f(\sigma)$ 为破坏曲面函数。

对于单向板, $f(\sigma)$ 可取 Tsai-Hill 多项式;对于层合板,可将其作整体分析,按经典层合板理论确定层合板的各方向强度值后, $f(\sigma)$ 仍可近似取为 Tsai-Hill 多项式。

式(1)中,当 $f_{RD} = 1$ 时,意味着层合板发生最终破坏。

工程实践中,直接使用式(1)估算层合板缺口强度很不方便。按图 1(b)所示求积分,式(1)可改写为^[4]

$$f_{RD} = \frac{1}{S} \int_R^{R+L} \int_{-\theta(x)}^{\theta(x)} f(\sigma) \varphi(r) d\theta dx \quad (2)$$

式中: R 为缺口半径; L 为 $y=0$ 对称面上的场径长

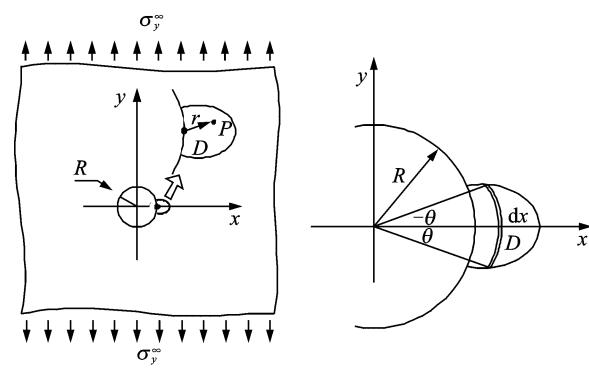


图 1 应力场强法

Fig. 1 Stress field intensity method

度; θ 为场强区域到 x 轴的最大偏角。

根据积分中值定理,式(2)进一步写为

$$f_{RD} = \frac{1}{d_s} \int_R^{R+d_s} f(\sigma) \psi(x) dx \quad (3)$$

式中: d_s 为特征长度; $\psi(x)$ 为权函数。因为在 $y=0$ 面上,主要应力为 $\sigma_y(x, 0)$, 所以可近似取 $f(\sigma) = \sigma_y(x, 0) / \sigma_0$, 其中 σ_0 为 y 方向无缺口层合板的强度。

2 含圆孔层合板剩余强度估算模型

式(3)中需要获得 $y=0$ 面上孔边应力分布 $\sigma_y(x, 0)$ 和权函数 $\psi(x)$, 分析如下。

将层合板等效为均质正交各向异性板。对于正交各向异性的含中心圆孔的无限宽板,孔边沿垂直加载方向轴线上的弹性应力分布可由 Lekhnitskii 公式导出^[6] 为

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{\sigma_h^\infty}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{R}{x} \right)^2 + 3 \left(\frac{R}{x} \right)^4 - (K_T^\infty - 3) \left[5 \left(\frac{R}{x} \right)^6 - 7 \left(\frac{R}{x} \right)^8 \right] \right\} \quad (4)$$

式中: σ_h^∞ 为远场应力; K_T^∞ 为无限宽板孔边应力集中系数,计算公式为^[7]

$$K_T^\infty = 1 + \left\{ 2 \left[\left(\frac{E_y}{E_x} \right)^{\frac{1}{2}} - \nu_{yx} \right] + \frac{E_y}{G_{yx}} \right\}^{\frac{1}{2}} = 1 + \left[\frac{2}{A_{22}} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - A_{12} + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{2A_{66}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中: E_x , E_y , G_{yx} 和 ν_{yx} 为有效弹性常数; A_{ij} 为层合板面内刚度系数。

权函数 $\psi(x)$ 表示 $y=0$ 截面上距离缺口根部 x 处应力对缺口根部发生破坏所作的贡献。作为权函数,应满足下述几个基本条件^[4]: (1) $0 \leq \psi(x) \leq 1$, 且 $\psi(x)$ 关于 x 广义单调降; (2) $\psi(0) = 1$; (3) 当 $K_T = 1$ 时, $\psi(x) \equiv 1$ 。

按照以上条件,可构造出无穷多个权函数。对于含中心圆孔层合板,可近似认为场强区内其他点对缺口根部的贡献只与该点到缺口根部的距离有关,故可构造以下的权函数形式

$$\psi(x) = 1 - \frac{x-R}{\frac{W}{2}-R} = \frac{W}{W-2R} - Cx \quad (6)$$

式中: W 为板宽; $C = \frac{1}{\frac{W}{2}-R}$ 为衰减系数, 只与板

宽和孔径有关。

将表示孔边应力分布的式(4)和表示权函数的式(5)代入式(3), 就可获得含中心圆孔层合板的缺口强度的解析表达式为

$$\sigma_h = \frac{2(1-\lambda)\sigma_0}{Y\lambda[m_1 + CR(m_1 - m_2)]} \quad (7a)$$

$$m_1 = 2\lambda^{-1} - \lambda - \lambda^3 + (K_T^\infty - 3)(\lambda^5 - \lambda^7) \quad (7b)$$

$$m_2 = \lambda^{-2} - \ln(\lambda) - \frac{3}{2}\lambda^2 + (K_T^\infty - 3)\left(\frac{5}{4}\lambda^4 - \frac{7}{6}\lambda^6\right) - \frac{K_T^\infty}{12} + \frac{3}{4} \quad (7c)$$

式中: $\lambda = \frac{R}{(R+d_s)}$; Y 为有限宽板修正系数。

对于含中心圆孔的有限宽板, 当孔径板宽比小于 $1/3$ 时, Y 的近似计算公式为^[8]

$$Y = \frac{3\left(1 - \frac{2R}{W}\right)}{2 + \left(1 - \frac{2R}{W}\right)^3} \quad \frac{2R}{W} \leqslant \frac{1}{3} \quad (8)$$

3 模型验证

从参考文献中收集了大量含中心圆孔层合板的拉伸强度试验数据, 对本文的应力场强法工程估算模型进行验证, 并与点应力准则、平均应力准则和损伤区域准则模型进行对比。所收集的试验数据包含板宽相同的试件试验数据和径宽比相同的试件试验数据。

3.1 板宽相同的含孔层合板试件

板宽相同的含中心圆孔层合板的试件信息以

及不同模型的预测结果列于表 1。表中, 第 1 列为材料体系; 第 2 列为层合板铺层顺序; 第 3 列为试件孔径大小的种数, 括号内为有效孔径的种数, 即径宽比不大于 $1/3$ 的孔径的种数; 第 4 列为无孔层合板的拉伸极限强度 σ_0 ; 第 5 列为由各模型计算得到的特征长度均值和相对均值误差。特征长度是根据各个含孔试件(有效孔径)的试验强度结合强度估算模型得出的; 特征长度均值定义为同类型(材料和铺层相同)的含孔试件的特征长度的平均值; 相对均值误差定义为同类型试件得到的特征长度值与特征长度均值的最大相对误差。

表 1 中, 特征长度的相对均值误差可作为评估不同方法优劣的一个指标。该值越小, 说明相同复合材料不同几何形式的开孔试件计算得到特征长度值越接近, 即意味着相对应的估算模型方法越准确。从表中数据看出, 应力场强法和平均应力准则法计算得到的特征长度相对均值比点应力准则法和损伤区域准则法明显要小, 说明这两种方法的预测更为准确。进一步对比发现, 相比于平均应力准则法, 应力强度法的预测能力略优。

表 1 中, 材料为 AS4/3501-6^a、铺层为 [±45]_{4S} 的层合板, 在不同孔径下由各特征距离法得出的特征长度值差异最为显著, 列于表 2。从表 2 中看出, 对于 PSC 和 SFI 方法, 不同孔径下得到的特征长度值的差别很大; 对于 ASC 和 DZC 方法, 孔径为 12.7 和 25.4 mm 的情形下得不到特征长度值, 即由这两种方法预测的特征长度超出了半板宽范围($W/2$)。以上分析说明各特征距离法无法用于合理预测这类不含 0° 层的角铺设含孔层合板的剩余强度。

图 2 为各特征距离法计算得到的含孔层合板(板宽 W 相同)的剩余拉伸强度曲线, 并与试验结果进行了对比。图中实验结果以均值和分散带的形式给出。从图中看出: 相比于其他两种方法, 平均应力准则法和应力场强法预测结果与试验结果更为吻合; 应力场强法比平均应力准则法吻合得更好些。

表 1 板宽相同的含中心圆孔层合板试件的特征长度均值和相对均值误差

Tab. 1 Mean value of characteristic distance and relative error of mean value for central notched laminate with same width

材料体系	铺层顺序	孔径种数 (有效种数)	无孔强 度/MPa	特征长度均值/mm (相对均值误差/%)			
				PSC	ASC	DZC	SFI
AS4/3501-6 ^{a[9]}	[45/0/-45/90] _{2S}	4(4)	702.9	1.032 (35.6)	2.892 (22.0)	1.146 (43.8)	2.261 (14.4)

(续表1)

材料体系	铺层顺序	孔径种数 (有效种数)	无孔强度/MPa	特征长度均值/mm (相对均值误差/%)			
				PSC	ASC	DZC	SFI
APC-2 ^[10]	$[0/90/\pm 45]_{2s}$	3(3)	710.0	1.242 (16.2)	2.902 (9.5)	1.401 (29.4)	2.425 (11.9)
	$[\pm 45]_{4s}$	3(3)	285.0	4.301 (43.5)	11.540 (24.6)	5.754 (67.5)	7.034 (9.3)
AS4/3501-6b ^[10]	$[0/90/\pm 45]_{2s}$	3(3)	749.0	1.099 (3.5)	2.569 (4.0)	1.234 (16.3)	2.183 (9.8)
	$[\pm 45]_{4s}$	3(3)	182.0				
T300/ QY8911 ^[11]	$[0/\overline{90}/05/\pm 45]_s$	4(3)	1369.0	0.803 (30.4)	3.172 (17.0)	1.015 (43.3)	2.286 (12.9)
	$[45/0_2/-45/0_2/90/0]_s$	4(3)	1145.4	0.926 (10.4)	3.317 (9.0)	1.170 (17.0)	2.311 (7.9)
	$[0/90/0_2/90/\overline{0_2}/\pm 45]_s$	4(3)	1238.6	0.789 (6.3)	2.943 (8.5)	0.954 (8.9)	2.146 (5.8)
	$[45/0/-45/02/90/0/\pm 45]_s$	4(3)	999.8	0.498 (42.8)	1.321 (38.1)	0.562 (52.9)	1.096 (28.8)
	$[45/0/-45/02/90/0/90]_s$	4(3)	857.8	0.889 (23.2)	2.923 (31.1)	1.114 (25.4)	2.085 (23.4)
	$[45/0/-45/0/45/0/-45/90]_s$	4(3)	886.8	0.582 (21.3)	1.485 (14.6)	0.661 (30.6)	1.196 (8.7)
	$[45/0/-45/(0/90)2/\pm 45]_s$	4(3)	833.5	0.669 (20.2)	1.819 (11.9)	0.771 (29.4)	1.434 (7.3)
	$[\pm 45/0/45/90/-45/0/90]_S$	4(3)	582.0	0.967 (23.1)	2.652 (13.6)	1.175 (35.6)	1.895 (5.4)
G34-700U/8225 ^[12]	$[45/0/-45/90_2/0/90_2]_s$	4(3)	476.8	1.097 (17.8)	3.372 (5.7)	1.397 (30.8)	2.275 (2.7)
	$[\pm 45/0/\pm 45/90]_s$	4(3)	354.6	1.516 (27.5)	4.451 (13.9)	2.130 (49.1)	2.655 (5.1)
	$[\pm 45/0/\pm 45/90_2/\pm 45]_s$	4(3)	392.4	1.593 (10.4)	5.084 (20.1)	2.239 (15.5)	2.850 (9.8)
	$[0/90]_{4s}$	5(3)	872.0	0.856 (22.0)	3.218 (21.1)	0.962 (25.2)	2.679 (17.2)
G34-700T/8225 ^[12]	$[0/90]_{4s}$	5(3)	926.0	0.574 (20.7)	1.671 (11.6)	0.611 (24.2)	1.511 (10.9)

表2 不同模型计算得出的 $[\pm 45]_{4s}$ 含孔层合板的特征长度值Tab. 2 Characteristic distance calculated from different models for notched $[\pm 45]_{4s}$ laminate

材料	铺层顺序	孔径 D/mm	板宽 W/mm	特征长度/mm			
				PSC	ASC	DZC	SFI
AS4/3501-6b ^[10]	$[\pm 45]_{4s}$	6.35	76.2	4.538	21.791	6.61	9.504
		12.7	76.2	8.457			12.945
		25.4	76.2	12.171			13.602

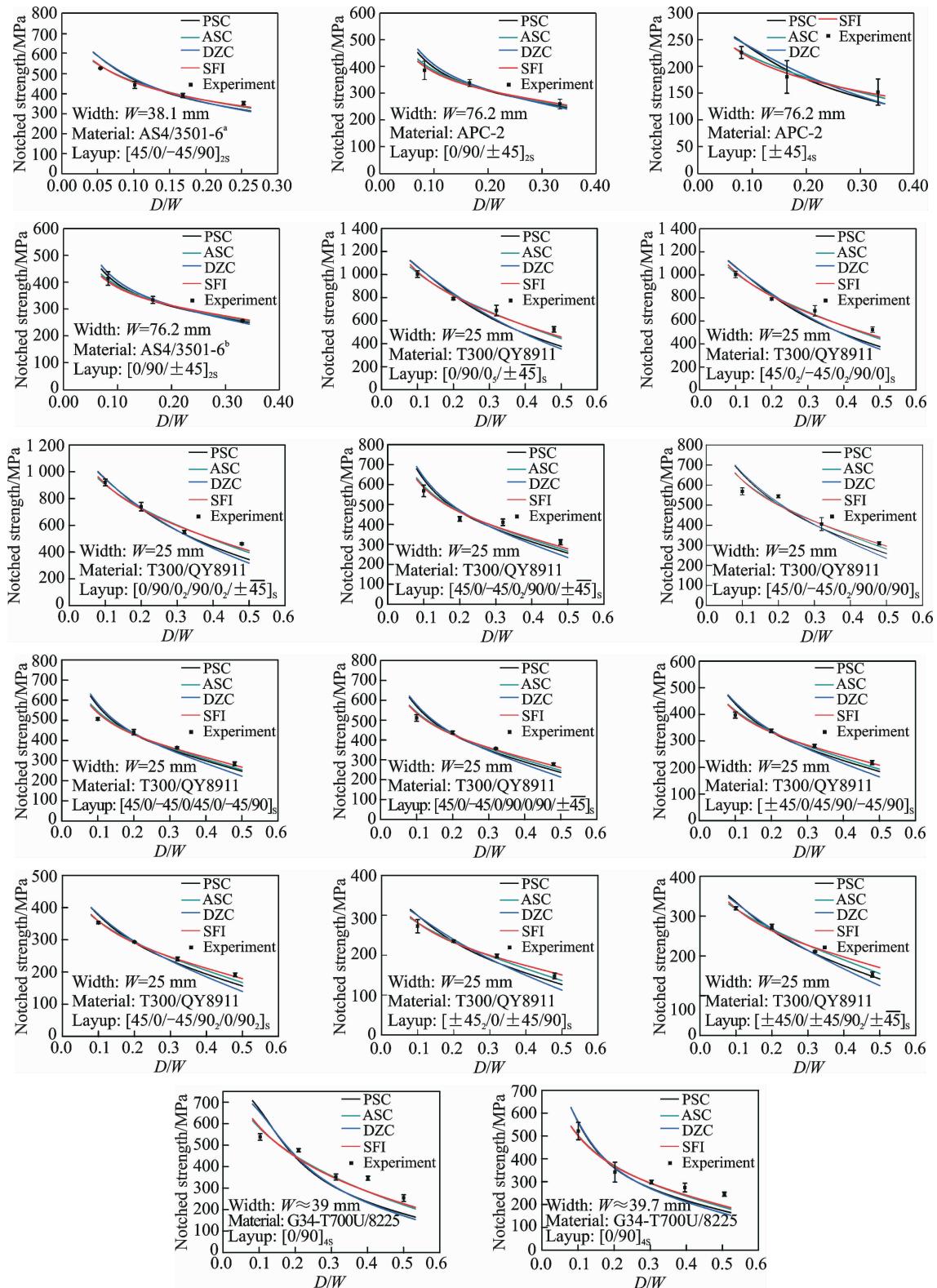


图2 不同模型计算得到的板宽相同的含中心圆孔层合板的剩余拉伸强度曲线

Fig. 2 Residual tensile strength curve calculated from different models for central notched laminate with same width

3.2 径宽比相同的含孔层合板试件

径宽比相同的含中心圆孔层合板的试件信息以及不同模型的预测结果列于表3,表中各列内容与表1的说明一致。表3中,材料为IM7/8552、铺

层为[45₄/90₄/-45₄/0₄]_s的层合板,在不同孔径下由各特征距离法得出的特征长度值差异最为显著,单列于表4。从表4可以看出,对于PSC和SFI方法,不同孔径下得到的特征长度值差别很

大;对于 ASC 和 DZC 方法,孔径为 12.7, 25.4 mm 的情形下预测的特征长度超出了半板宽范围($W/2$)。与 $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ 铺层对应,相同材料相同厚度的 $[45/90/-45/0]_{4s}$ 层合板,可根据不同特征距离法计算得出平均特征长度,且相对均值误差都在 18% 内。这说明各特征距离法无法用来合理预测单层多次连续铺设的含孔层合板的强度。表 3 中,对比材料为 T800/M21 的两种不同铺层试件的特征长度相对均值误差,也可以说明上述结论。

表 3 径宽比相同的含中心圆孔层合板试件的特征长度均值和相对均值误差

Tab. 3 Mean value of characteristic distance and relative error of mean value for central notched laminate with same radius-width ratio

材料体系	铺层顺序	孔径种数 (有效种数)	无孔强度/ MPa	特征长度均值/mm (相对均值误差/%)			
				PSC	ASC	DZC	SFI
T300/914C ^[2]	$[(\pm 45/0/90)_3/0/90/\pm 45]_s$	3(3)	548.0	1.418 (12.6)	3.762 (9.2)	1.559 (11.3)	2.954 (12.1)
IM7/8552 ^[13-14]	$[45/90/-45/0]_{4s}$	4(4)	926.0	0.630 (17.2)	1.426 (13.6)	0.685 (15.6)	1.206 (16.3)
	$[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$	4(4)	458.0				
T800/m21 ^[15]	$[90/+45/0/-45]_{3s}$	3(3)	1 053.5	0.695 (21.1)	1.740 (17.3)	0.816 (18.8)	1.285 (21.3)
	$[90_2/0_2/45_2/-45_2/90/0/45/-45]_s$	3(3)	972.8	0.941 (31.8)	2.536 (29.3)	1.170 (29.4)	1.728 (32.3)

表 4 不同模型计算得出的 $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ 含孔层合板的特征长度值Tab. 4 Characteristic distance calculated from different models for notched $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ laminate

材料	铺层顺序	孔径/mm	板宽/mm	特征长度/mm			
				PSC	ASC	DZC	SFI
IM7/8552 ^[13, 14]	$[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$	3.175	16	0.696	1.960	0.821	1.380
		6.350	32	1.536	4.479	1.861	3.030
		12.700	64	6.540			10.656
		25.400	128	31.996			28.222

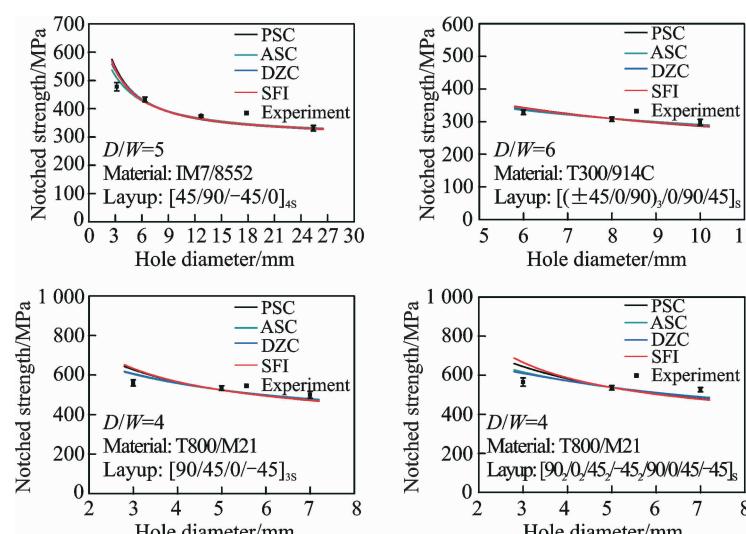


图 3 不同模型计算得到的径宽比相同的含中心圆孔层合板的剩余拉伸强度曲线

Fig. 3 Residual tensile strength curve calculated from different models for central notched laminate with same radius-width ratio

表 3 中还可以看出,4 种特征距离法得到的特征长度相对均值误差相差不大,说明针对这类试件,4 种特征距离法的预测能力相当。

图 3 为各特征距离法计算得到的含孔层合板(径宽比 D/W 相同)的剩余拉伸强度曲线,并与试验结果进行了对比。从图中看出:4 种特征距离法的预测结果非常接近;材料为 T800/M21 的两种层合板的剩余强度预测值与试验结果相差较大,其他层合板的预测值与试验结果吻合较好。

4 结 论

(1) 基于应力场强法,建立了含中心圆孔层合板的剩余强度工程估算模型。

(2) 用从文献中收集到的大量含中心圆孔层合板的拉伸试验数据,对本文模型以及点应力准则模型、平均应力准则模型和损伤区域准则模型进行了评估分析。结果表明:就总体而言,应力场强法和平均应力准则法预测能力要优于点应力准则法和损伤区域准则法,应力场强法预测结果与试验吻合程度略优于平均应力准则法;对少数含孔层合板试件,尤其是单层多次连续铺设的含孔层合板试件和不含0°层的角铺设含孔层合板试件,4种特征距离法均难以准确预测它们的剩余强度。

(3) 特征距离法虽未对含孔层合板的损伤机制和破坏模式进行深入研究,但由于避开了孔边区域非线性渐进损伤分析,在复合材料结构设计阶段常常为工程所应用。

参考文献:

- [1] Whitney J M, Nuismer R J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations[J]. Journal of Composite Materials, 1974, 8(3): 253-265.
- [2] Eriksson I, Aronsson C. Strength of tensile loaded graphite/epoxy laminates containing cracks, open and filled holes [J]. Journal of Composite Materials, 1990, 24(5): 456-482.
- [3] Weixing Y. On the notched strength of composite laminates[J]. Composites Science and Technology, 1992, 45(2): 105-110.
- [4] 姚卫星,颜永年,俞新陆. 预测复合材料缺口强度的场强法[J]. 复合材料学报, 1994, 11(1): 67-72.
Yao Weixing, Yan Yongnian, Yu Xinlu. The method of stress field intensity for predicting notched strength of composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 1994, 11(1): 67-72.
- [5] Chen P, Shen Z, Wang J Y. Prediction of the strength of notched fiber-dominated composite laminates[J]. Composites Science and Technology, 2001, 61(9): 1311-1321.
- [6] Konish H J, Whitney J M. Approximate stresses in an orthotropic plate containing a circular hole[J]. Journal of Composite Materials, 1975, 9 (2): 157-166.
- [7] Awerbuch J, Madhukar M. Notched strength of composite laminates: Predictions and experiments—A review [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 1985, 4(1): 3-159.
- [8] Tan S C. Finite-width correction factors for anisotropic plate containing a central opening [J]. Journal of Composite Materials, 1988, 22 (11): 1080-1097.
- [9] Wang J, Callus P J, Bannister M K. Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasi-isotropic laminates[J]. Composite Structures, 2004, 64(3/4): 297-306.
- [10] Carlsson L A, Aronsson C G, Cklund J B. Notch sensitivity of thermoset and thermoplastic laminates loaded in tension[J]. Journal of Materials Science, 1989, 24(5): 1670-1682.
- [11] 中国航空研究院. 复合材料飞机结构耐久性/损伤容限设计指南[M]. 北京: 航空工业出版社, 1995.
- [12] Ye L, Afaghi-Khatibi A, Lawcock G, et al. Effect of fibre/matrix adhesion on residual strength of notched composite laminates [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1998, 29 (12): 1525-1533.
- [13] Green B G, Wisnom M R, Hallett S R. An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, 38 (3): 867-878.
- [14] Wisnom M R, Khan B, Hallett S R. Size effects in unnotched tensile strength of unidirectional and quasi-isotropic carbon/epoxy composites [J]. Composite Structures, 2008, 84(1): 21-28.
- [15] Ercin G H, Camanho P P, Xavier J, et al. Size effects on the tensile and compressive failure of notched composite laminates [J]. Composite Structures, 2013, 96(4): 736-744.