DOI: 10. 16356/j. 1005-2615. 2016. 04. 005

翼伞-载荷系统多体动力学仿真分析

蒋万松 荣 伟 滕海山 刘 涛 李 春

(北京空间机电研究所,北京,100094)

摘要:翼伞具有良好的滑翔性、操纵性和稳定性,广泛应用于航天器精确着陆和定点回收。为进行归航控制算法设计,需对翼伞系统动力学特性进行深入研究。以一般翼伞-载荷系统为研究对象,采用拉格朗日乘子法建立了两体8自由度动力学仿真模型,对3个飞行工况进行了仿真分析,结果与相应的空投试验数据基本吻合,验证了仿真模型的有效性。

关键词:翼伞;多体动力学;拉格朗日乘子法;附加质量

中图分类号: V275 文献标识码:A 文章编号:1005-2615(2016)04-0474-07

Multibody Dynamical Simulation Analysis for Parafoil-Payload System

Jiang Wansong, Rong Wei, Teng Haishan, Liu Tao, Li Chun (Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, Beijing, 100094, China)

Abstract: The parafoil system is widely used in spacecraft recovery and precision airdrop because of its excellent gliding capability, controllability and stability. The dynamics of controllable parafoil system has been a hot spot issue in order to design the control algorithm. In this paper, a dynamical model with eight-degree-of-freedom for parafoil system is established based on Lagrange multiplier method. Based on this model, the motion of parafoil system in airdrop condition is simulated. The efficiency and accuracy of this model are verified by comparing calculation results with the airdrop test data.

Key words: parafoil; multibody dynamics; Lagrange multiplier method; apparent mass

符号说明

符号	物理意义	符号	物理意义	符号	物理意义
b	翼伞展长	T	动能	Q	拉格朗日方程广义力
С	翼伞弦长	V	速度	R	余项
e	翼伞百分比厚度	V_{∞}	自由来流速度	\boldsymbol{s}	坐标变换矩阵/选择矩阵
f_i	连接约束方程	Y	气动侧力	V	速度向量
i	实数序列	\boldsymbol{e}_i	基向量	λ	拉格朗日乘子
l	吊带长度	q	惯性系广义位移向量	α	攻角/参数
h	翼伞比高度	\dot{q}	惯性系广义速度向量	β	侧滑角/参数
q	动压	\ddot{q}	惯性系广义加速度向量	γ	翼伞展弦比
t	仿真时间	\bar{q}	本体系广义位移向量	δ	翼伞操纵量
A_i	翼伞连接点	$\frac{\dot{q}}{q}$	本体系广义速度向量	θ	俯仰角

收稿日期:2016-05-15;修订日期:2016-07-10

通信作者: 荣伟, 男, 研究员, 博士生导师, E-mail: rongweilxl@163.com。

引用格式:蒋万松,荣伟,滕海山,等. 翼伞-载荷系统多体动力学仿真分析[J]. 南京航空航天大学学报,2016,48(4): 474-480. Jiang Wansong, Rong Wei, Teng Haishan, et al. Multibody dynamical simulation analysis for parafoil-payload system[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,2016,48(4):474-480.

(续表)

					(安化)
符号	物理意义	符号	物理意义	符号	物理意义
B_i	载荷平台连接点	\ddot{q}	本体系广义加速度向量	$\theta_{ m r}$	翼伞安装角
C	气动力系数/参考点	r	向量	ρ	大气密度
C^u	气动力系数对变量 u 导数	и	向量	ρ	吊带约束向量
C_0	变量为 0 气动力系数	v	广义速度向量	θ	姿态角数组
D	气动阻力	x	载荷位置向量	ω	姿态角速度向量
Н	海拔高度	В	雅可比矩阵	$\Delta \alpha$	航向角偏差
L	翼伞左侧后缘/气动升力	F	外力	$\Delta \phi$	航向与风向角度差
M	气动俯仰力矩	Н	惯量交叉矩阵	()×	向量的反对称阵
N	气动偏航力矩	I	物体主轴惯量	() ^T	矩阵的转置
R	绳长/右侧/滚转力矩/距离	\boldsymbol{L}	气动力矩	() _p	翼伞
S	翼伞参考面积	M	物体惯量矩阵	() _c	载荷平台

翼伞具有良好的滑翔性能、操纵性和稳定性,能够实现"雀降"和无损着陆,克服了传统降落伞减速系统飞行轨迹"随风飘"、落点散布大的缺点,在航空航天飞行器的精确定点回收、军民用物资精确空投和人员装备空降等方面有着很高的应用价值和广阔的发展前景。载荷平台摄像机拍摄的相对偏航运动如图 1 所示。

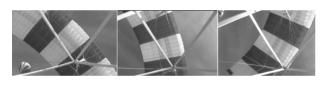


图 1 载荷平台摄像机拍摄的相对偏航运动
Relative varying motion from payload fixed car

Fig. 1 Relative yawing motion from payload-fixed camera

在翼伞系统的控制系统和控制算法设计时,首 先要对翼伞系统的运动特性进行深入研究。但翼 伞系统与传统航空器不同,翼伞与有效载荷之间一 般存在相对运动,因此要从多体系统动力学的角度 建立翼伞-载荷系统动力学模型。此外,翼伞是一 种超轻结构,在分析翼伞系统的运动特性时,需要 考虑翼伞的附加质量影响[1-2]。

对于翼伞系统的多体动力学研究,最早出现在 1968年 Wolf 翼伞系统稳定性研究论文^[3]。目前 翼伞系统的多体动力学分析模型归纳起来主要分 为3类:

- (1) "两体十弹簧",即将翼伞和有效载荷分别表示为两个独立的刚体,两体之间通过弹簧模型相连,弹簧参数设置依赖于设计和经验,而两体上的连接点的空间位置显式求解,这增加了求解自由度,以 Vishnyak^[4]、国防科技大学熊菁^[5]等为代表。
 - (2)"两体+约束方程",即将伞体和有效载荷

分别表示为两个独立的刚体,其连接点通过约束方程建立关系,这保证了连接点空间位置的一致性,且建模可以程式化,但增加了求解的自由度,以Wolf^[8]、Pillasch^[6]、Wise^[7]、Stricker^[8]和Christiaan^[9]等为代表。

(3) 采用"共铰点两体+扭簧"模型,是最小解集多体系统,不增加求解自由度,但扭簧参数设置依赖于实际系统设计和仿真经验,以 Barrows^[10]、Prakash^[11]、Muller^[12]、Mooij^[13]、Gorman^[14]、Slegers^[14]和 Costello^[15]等为代表。

本文采用拉格朗日乘子法对一般可控翼伞-载荷系统建立了8自由度多体动力学仿真模型,采用Barrows 表观质量估算方法[1-2]进行翼伞质量计算,对3种工况进行了仿真分析,并与相应的试验结果进行了对比分析,初步验证了动力学仿真模型的有效性。

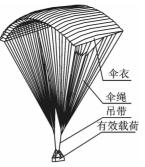
1 翼伞系统动力学模型

1.1 研究对象描述

本文主要开展翼伞系统滑翔飞行阶段直至雀降过程的飞行动力学行为研究。研究对象如图 2 所示,由翼伞(主要包括伞衣、伞绳和吊带)和有效载荷两大部分组成,控制系统设备通常布置在有效载荷上。根据该阶段的运动特性,动力学建模做如下基本假设:

- (1) 大地是水平的,忽略地球自转,且重力加速度恒定。
- (2) 翼伞完成充气张满后几何形状不变,左右对称,后缘操纵只影响气动力。
- (3) 翼伞和有效载荷均看作 6 自由度刚体,两体间通过刚性吊带连接约束。





(a) Parafoil-payload system

(b) Physical model

图 2 一般翼伞-载荷系统及物理模型

Fig. 2 General parafoil-payload system and its physical model

- (4) 有效载荷的质量特性始终不变,但翼伞的 附加质量特性随大气密度变化。
 - (5) 不考虑有效载荷的气动力。
 - (6) 忽略翼伞操纵过程的响应延迟。

1.2 动力学方程

本文动力学模型涉及到惯性坐标系、各物体本 体坐标系及气流坐标系,坐标系之间的关系可用 z-y-x 转序的转换矩阵描述,可参见飞行力学或多 体系统动力学教科书。一般翼伞系统动力学模型 见图 3。如图 3 所示, 翼伞和载荷可分别看作 6 自 由度刚体,两体间通过约束建立耦合运动关系,翼 伞系统的拉格朗日动力学方程[16]为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right)^{\mathrm{T}} \lambda = Q \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q} = (\boldsymbol{x}_{\mathrm{p}}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{p}}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{C}}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{C}})^{\mathrm{T}}$$
 (2)

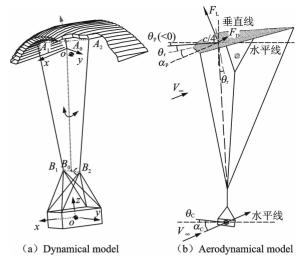


图 3 一般翼伞系统动力学及气动模型

Fig. 3 Dynamical and aerodynamic models of general parafoil-payload system

式中 a 为广义坐标,为 12×1 列阵,不能直接积 分。从本体系到惯性系的坐标转换矩阵为 S, 则有

$$\dot{x}_{p} = S_{p} v_{p}$$

$$\dot{x}_{C} = S_{C} v_{C} \tag{3}$$

物体(翼伞或载荷)的动能 T 可以表示为

$$2T = \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \boldsymbol{M} \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{I} \boldsymbol{\omega} + \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \boldsymbol{H} \dot{\boldsymbol{\omega}}$$
 (4)

式中 M 为物体的真实物理质量矩阵,对于翼伞 还应再加上附加质量项[5],后文说明其计算

根据式(1),可以推导得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{p} (\mathbf{M}_{p} \dot{\mathbf{V}}_{p} + \boldsymbol{\omega}_{p} \times (\mathbf{M}_{p} \mathbf{V}_{p} + \mathbf{H}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p}) + \mathbf{H}_{p} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{p}) \\ \mathbf{H}_{p}^{\mathsf{T}} \dot{\mathbf{V}}_{p} + \mathbf{V}_{p} \times (\mathbf{M}_{p} \mathbf{V}_{p} + \mathbf{H}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p}) + \mathbf{I}_{p} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{p} + \boldsymbol{\omega}_{p} \times (\mathbf{I}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p} + \mathbf{H}_{p}^{\mathsf{T}} \mathbf{V}_{p}) \\ \mathbf{S}_{C} (\mathbf{M}_{C} \dot{\mathbf{V}}_{C} + \boldsymbol{\omega}_{C} \times \mathbf{M}_{C} \mathbf{V}_{C} + \mathbf{H}_{C} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{C}) \\ \mathbf{H}_{C}^{\mathsf{T}} \dot{\mathbf{V}}_{C} + \mathbf{V}_{C} \times \mathbf{H}_{C} \boldsymbol{\omega}_{C} + \mathbf{I}_{C} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{C} + \boldsymbol{\omega}_{C} \times \mathbf{H}_{C}^{\mathsf{T}} \mathbf{V}_{C} \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

通过如下3个约束模型假设,建立翼伞与载荷 间的 4 个约束方程:

(1) 翼伞-平台连接特征线 A₀B₀ 与载荷平台 B_1B_2 正交,即约束 f_1 ,表达式为

$$\mathbf{S}_{\mathbf{C}}\mathbf{e}_{2} \cdot \mathbf{S}_{\mathbf{D}}\mathbf{\varepsilon} = 0 \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon} = (-\sin\theta_r, 0, -\cos\theta_r)^T$ 。

(2) 翼伞和载荷连接特征线 A₀B₀ 的 A₀ 点在 翼伞纵向对称面内,且相对翼伞坐标系 z 方向允许 相对位移,而x和y方向限制其位移,从而 f_2 和 f3分别为

$$(\boldsymbol{x}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{S}_{\mathrm{C}} \boldsymbol{r}_{B0} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{p}} \boldsymbol{e}_{1} = 0 \tag{7}$$

$$(\boldsymbol{x}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{S}_{\mathrm{C}} \boldsymbol{r}_{B0} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{p}} \boldsymbol{e}_{2} = 0 \tag{8}$$

式中 r_{B0} 为 B_0 点在载荷坐标系下的位置向量。

(3) 翼伞单个吊带长度假设不发生变化,即 f_4

表示为

$$(\mathbf{x}_{B1} + \mathbf{S}_{C}\mathbf{r}_{B1} - \mathbf{x}_{A1} - \mathbf{S}_{p}\mathbf{r}_{A1})^{T}(\mathbf{x}_{B1} + \mathbf{S}_{C}\mathbf{r}_{B1} - \mathbf{x}_{A1} - \mathbf{S}_{p}\mathbf{r}_{A1}) - l^{2} = 0$$
 (9)

式中 \mathbf{r}_{A1} 和 \mathbf{r}_{B1} 分别为单根吊带两端点在载荷和翼 伞本体坐标系下的位置向量。

通过以上约束,翼伞与载荷间允许相对俯仰和 偏航,但偏航运动耦合着相对重心位置运动和相对 滚动运动。

4个约束方程的一阶和二阶导数可以统一表示为

$$\begin{cases}
\dot{f} = f_{q}\dot{q} = B\dot{q} = 0 \\
\dot{f} = f_{q}\ddot{q} + \dot{f}_{q}\dot{q} = B\ddot{q} + R = 0
\end{cases} (10)$$

式中: \bar{q} 为本体系下表达的拉格朗日方程广义坐 标; $\bar{q} = (V_{\text{\tiny D}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{\tiny D}}, V_{\text{\tiny C}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{\tiny C}})^{\text{\tiny T}}$ 为本体系下表达的广义 速度; $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3, f_4)^{\mathrm{T}}$ 为约束方程; \mathbf{B} 为雅可 比矩阵; \mathbf{R} 为余项列向量, 分别表示为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & (\boldsymbol{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{2} \times \boldsymbol{\varepsilon})^{\mathrm{T}} & 0 & -(\boldsymbol{S}_{\Delta} \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{e}_{2})^{\mathrm{T}} \\ -\boldsymbol{e}_{1}^{\mathrm{T}} & -(\boldsymbol{S}_{p}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{x}_{C} + \boldsymbol{S}_{C} \boldsymbol{r}_{B0} - \boldsymbol{x}_{p}) \times \boldsymbol{e}_{1})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{S}_{\Delta} \boldsymbol{e}_{1})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{S}_{\Delta} \boldsymbol{e}_{1} \times \boldsymbol{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \\ -\boldsymbol{e}_{2}^{\mathrm{T}} & -(\boldsymbol{S}_{p}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{x}_{C} + \boldsymbol{S}_{C} \boldsymbol{r}_{B0} - \boldsymbol{x}_{p}) \times \boldsymbol{e}_{2})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{S}_{\Delta} \boldsymbol{e}_{2})^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{S}_{\Delta} \boldsymbol{e}_{2} \times \boldsymbol{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \\ -2\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{p} & -2\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{p} (\boldsymbol{\omega}_{p} \times \boldsymbol{r}_{p}) & 2\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{C} & 2\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}_{C} (\boldsymbol{\omega}_{C} \times \boldsymbol{r}_{C}) \end{bmatrix} \\ & \left[(11) \\ -(\dot{\boldsymbol{S}}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{2} \times \boldsymbol{\varepsilon})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{p} - (\dot{\boldsymbol{S}}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{e}_{2})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{C} \right]$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -(\dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_{2} \times \mathbf{\varepsilon})^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\omega}_{p} - (\dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^{\mathsf{T}} \mathbf{\varepsilon} \times \mathbf{e}_{2})^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\omega}_{C} \\ R_{2} \\ R_{3} \\ 2\dot{\boldsymbol{\rho}}^{\mathsf{T}} \dot{\boldsymbol{\rho}} + 2\boldsymbol{\rho}_{2}^{\mathsf{T}} \mathbf{S}_{p} (\boldsymbol{\omega}_{p} \times (\boldsymbol{v}_{p} + \boldsymbol{\omega}_{p} \times \boldsymbol{r}_{A0})) - \mathbf{S}_{C} (\boldsymbol{\omega}_{C} \times (\boldsymbol{v}_{C} + \boldsymbol{\omega}_{C} \times \boldsymbol{r}_{B0})) \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

式中 $\rho = x_{B1} + S_{C}r_{B1} - x_{A1} - S_{P}r_{A1}$, $\dot{\rho} = S_{C}(v_{C} + \omega \times r_{B1}) - S_{P}(v_{P} + \omega \times r_{A1})$, $S_{\Delta} = S_{C}^{T}S_{P}$, $\dot{S}_{\Delta} = S_{\Delta}\omega_{P}^{\times} - \omega_{C}^{\times}S_{\Delta}$.

$$R_{2} = (\mathbf{S}_{\Delta} \mathbf{e}_{2})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{v}_{\mathrm{C}}) + 2(\mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_{\mathrm{C}} - \mathbf{v}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \mathbf{e}_{2}) - (\mathbf{x}_{\mathrm{C}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{\mathrm{p}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times (\mathbf{e}_{2} \times \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}})) - \mathbf{e}_{2} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \mathbf{v}_{\mathrm{p}}) + ((\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \times \mathbf{S}_{\Delta} \mathbf{e}_{2})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} + (\mathbf{r}_{B0} \times \mathbf{S}_{\Delta} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \mathbf{e}_{2}))^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} - (\mathbf{e}_{2} \times \mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{r}_{B0}))^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} + ((\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \mathbf{e}_{2}) \times \mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}}$$

$$R_{3} = (\mathbf{S}_{\Delta} \boldsymbol{\varepsilon})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{v}_{\mathrm{C}}) + 2(\mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \mathbf{v}_{\mathrm{C}} - \mathbf{v}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \boldsymbol{\varepsilon}) - (\mathbf{x}_{\mathrm{C}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{\mathrm{p}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times (\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}})) - \mathbf{\varepsilon} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \mathbf{v}_{\mathrm{p}}) + ((\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \times \mathbf{S}_{\Delta} \boldsymbol{\varepsilon})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} + (\mathbf{r}_{B0} \times \mathbf{S}_{\Delta} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \boldsymbol{\varepsilon}))^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} - (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{C}} \times \mathbf{r}_{B0}))^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} + ((\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}} \times \boldsymbol{\varepsilon}) \times \mathbf{S}_{\Delta}^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{B0})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}}$$

则二体系统的动力学方程可以表示为

$$\begin{bmatrix}
\mathbf{M}_{p} & \mathbf{H}_{p} & 0 & 0 \\
\mathbf{H}_{p}^{T} & \mathbf{J}_{p} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \mathbf{M}_{c} & \mathbf{H}_{c} \\
0 & 0 & \mathbf{H}_{c}^{T} & \mathbf{J}_{c}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
\mathbf{\dot{V}}_{p} \\
\mathbf{\omega}_{p} \\
\mathbf{\dot{V}}_{c} \\
\mathbf{\dot{V}}_{c} \\
\mathbf{\dot{U}}_{c}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
\mathbf{F}_{p} - \boldsymbol{\omega}_{p} \times (\mathbf{M}_{p} \mathbf{V}_{p} + \mathbf{H}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p}) \\
\mathbf{L}_{p} - \boldsymbol{\omega}_{p} \times (\mathbf{I}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p} + \mathbf{H}_{p} \mathbf{V}_{p}) - \mathbf{V}_{p} \times (\mathbf{M}_{p} \mathbf{V}_{p} + \mathbf{H}_{p} \boldsymbol{\omega}_{p}) \\
\mathbf{F}_{c} - \boldsymbol{\omega}_{c} \times (\mathbf{M}_{c} \mathbf{V}_{c} + \mathbf{H}_{c} \boldsymbol{\omega}_{c}) \\
\mathbf{L}_{c} - \boldsymbol{\omega}_{c} \times (\mathbf{H}_{c} \mathbf{V}_{c}) - \mathbf{V}_{c} \times (\mathbf{H}_{c} \boldsymbol{\omega}_{c})
\end{bmatrix} - \mathbf{S}^{T} \mathbf{f}_{q}^{T} \boldsymbol{\lambda} \tag{13}$$

式(13)可以简写为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} - \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda} \tag{14}$$

式中

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S}_{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}^{T} \mathbf{f}_{q}^{T} = \mathbf{B}^{T}$$

$$(15)$$

将式(14)解出 \bar{q} ,并代入式(10),可以显式求解出拉格朗日乘子

$$\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})^{-1}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{F} + \boldsymbol{R}) \tag{17}$$

拉格朗日乘子具有物理意义,其模值表示约束

力的大小。从而得到系统动力学方程为

 $M_{q}^{-} = F - B^{T} (BM^{-1}B^{T})^{-1} (BM^{-1}F + R)$ (18) 本文采用亚当斯积分法[16] 进行数值求解,采用 Baumgarte 违约修正方法进行修正。

1.3 附加质量及气动模型

本文翼伞的附加质量采用 Barrows 估算方法^[1] 得到,如式(19)所示,翼伞附加质量矩阵中各项计算 见表 1,下标 c,p,r 分别表示翼伞弦长/伞绳汇交 点,翼伞俯仰运动中心,翼伞滚动中心。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & -\boldsymbol{M}(\boldsymbol{u}_{r}^{\times} + \boldsymbol{u}_{pr}^{\times} \boldsymbol{S}_{2}) \\ (\boldsymbol{u}_{r}^{\times} + \boldsymbol{S}_{2} \boldsymbol{u}_{pr}^{\times}) \boldsymbol{M} & \boldsymbol{J}_{c} \end{bmatrix}$$
(19)

翼伞气动力计算式及相关气动系数参考了 X-38 翼伞系统数据^[17-18],如表 2 所示。

表 1 附加质量矩阵各项

Tab. 1 Items of apparent mass matrix

$$J_{c} = I - u_{\kappa}^{\times} M u_{\kappa}^{\times} - u_{\rho r}^{\times} M u_{\rho r}^{\times} S_{2} - S_{2} u_{\rho r}^{\times} M u_{\kappa}^{\times}$$

$$m_{11} = \rho (1 + \frac{8}{3} h^{2}) k_{A} \pi \frac{e b^{2}}{4}$$

$$I_{11} = 0.055 \frac{\gamma}{1 + \gamma} b \rho S^{2}$$

$$u_{\kappa} = \frac{R^{2} m_{f22}}{R^{2} m_{f22} + I_{f11}} u_{\kappa}$$

$$m_{22} = \rho (1 + \frac{8}{3} h^{2}) k_{B} \pi \frac{e b^{2}}{4}$$

$$I_{22} = 0.030 8 \frac{\gamma}{1 + \gamma} c^{3} \rho S$$

$$I_{33} = 0.055 \rho b^{3} e^{2}$$

$$I_{33} = 0.055 \rho b^{3} e^{2}$$

表 2 翼伞气动力模型

Tab. 2 Aerial model of parafoil

气动力项	计算式	相应气动力系数
升力	$L = qSC_L$	$C_{\scriptscriptstyle L} = C_{\scriptscriptstyle L0}(\delta_{\scriptscriptstyle 0}) + C_{\scriptscriptstyle L}^{\scriptscriptstyle lpha} + C_{\scriptscriptstyle L}^{\scriptscriptstyle \delta} \delta$
阻力	$D = qSC_D$	$C_{\scriptscriptstyle D} = C_{\scriptscriptstyle D0}(\delta_{\scriptscriptstyle 0}) + C^{\scriptscriptstyle lpha}_{\scriptscriptstyle D}lpha + C^{\scriptscriptstyle \delta}_{\scriptscriptstyle D}\delta$
侧力	$Y = qSC_Y$	$C_Y = C_Y^{eta}eta + C_Y^{eta}oldsymbol{\delta}$
偏航力矩	$N=q\mathrm{S}bC_{\scriptscriptstyle N}$	$C_{\scriptscriptstyle N} = C_{\scriptscriptstyle N}^{\scriptscriptstyle eta}eta + C_{\scriptscriptstyle N}^{\scriptscriptstyle eta}\delta + C_{\scriptscriptstyle N}^{\scriptscriptstyle \omega_3}oldsymbol{\omega}_3 b/2V$
俯仰力矩	$M = qScC_M$	$C_{\scriptscriptstyle M} = C_{\scriptscriptstyle M0}\left(\delta_{\scriptscriptstyle 0} ight) + C_{\scriptscriptstyle Mlpha}^{\scriptscriptstyle lpha} + C_{\scriptscriptstyle M}^{\scriptscriptstyle eta}eta + C_{\scriptscriptstyle M}^{\scriptscriptstyle lpha}\delta + C_{\scriptscriptstyle M}^{\scriptscriptstyle lpha_2}\omega_{\scriptscriptstyle 2}b/2V$
滚转力矩	$R = qSbC_R$	$C_{\scriptscriptstyle R} = C_{\scriptscriptstyle R}^{\scriptscriptstyle eta} eta + C_{\scriptscriptstyle R}^{\scriptscriptstyle eta} \delta + C_{\scriptscriptstyle R}^{\scriptscriptstyle \omega_1} \omega_1 b/2V$

本文采用简单线性下偏操纵归航控制律,即翼 伞后缘下偏输出量 δ 与航向偏差量 $\Delta\alpha$ 成正比关系,如表 3 所示,航向偏差角是指测量的航向角与

目标航向角(地面投影位置-目标点连线的夹角)。 其中 H(t)和 R(t)分别为任意时刻 t,系统离目标 点高度和水平距离。

表 3 各飞行模式归航控制算法

Tab. 3 Homming control algorithm in flight modes

飞行模式	判断条件	控制输出量 δ		
定向归航	$H(t)>H_1 \exists R(t)>R_1$	$0^{\circ} < \Delta \alpha \leq 180^{\circ}$; $\delta_L = \Delta \alpha / 180$, $\delta_R = \delta_0$		
足 門归加	$\Pi(t) \nearrow \Pi_1 \coprod K(t) \nearrow K_1$	$180^{\circ} < \Delta \alpha \leqslant 360^{\circ}$; $\delta_L = \delta_0$, $\delta_R = \Delta \alpha / 180$		
		$0^{\circ} < \Delta \alpha \leq 90^{\circ}$: $\delta_L = \delta_0$, $\delta_R = (90 - \Delta \alpha)/180$		
61. <i>2/-: 86</i> : 7111	H(t) > H + D(t) < D	$90^{\circ} < \Delta \alpha \leq 180^{\circ}$; $\delta_L = (\Delta \alpha - 90)/180$, $\delta_R = \delta_0$		
盘旋管理	$H(t) > H_1 \perp R(t) \leq R_1$	$180^{\circ} < \Delta \alpha \leqslant 270^{\circ}$; $\delta_L = (270 - \Delta \alpha)/180$, $\delta_R = \delta_0$		
		$270^{\circ} < \Delta \alpha \leq 360^{\circ} : \delta_{R} = \delta_{0} , \delta_{L} = (360 - \Delta \alpha)/180$		
米口油料	H - H() - H - B - D() - B	$0^{\circ} \leq \Delta \phi < 180^{\circ} : \delta_{R} = (180 - \Delta \phi)/180$		
逆风调整	$H_2 < H(t) \leqslant H_1 \perp R(t) \leqslant R_2$	$180^{\circ} \leq \Delta \phi < 360^{\circ}$: $\delta_L = (\Delta \phi - 180)/180$		
雀降着陆	$H(t) \leqslant H_2$	$\delta_L = 1$; $\delta_R = 1$		

2 动力学仿真研究

2.1 仿真工况

翼伞的主要参数:翼型 Clark-Y, c=5.55 m, b=14.4 m, e=0.15, R=11.5 m, $\theta_r=6^\circ$ (不含剖面 4°); 翼伞净重 35 kg, 落点目标均为地面惯性坐标系下(0,0,1 244),各分析工况的其他初值输入条件如表 4 所示。

表 4 各仿真工况初值输入条件

Tab. 4 Initial inputs in all simulation cases

仿真工况	载重/	东向 $X/$	北向Y/	高度Z/	水平速度/
仍共工儿	kg	m	m	m	$(m \cdot s^{-1})$
工况 1	305	-733	1 345	2 196	13
工况 2	760	1 067	2 004	1 969	19
工况 3	305	1 264	-1737	2 112	16
仿真工况	下降速度/	航向/	俯仰角/	侧滑角/	
切具工机	$(m \cdot s^{-1})$	(°)	(°)	(°)	
工况 1	3	156	0	0	
工况 2	5	40	0	0	
工况 3	4	14	0	0	

注: 航向定义为东偏北为正, 角度范围为 $(-180^{\circ},180^{\circ})$, 高度Z为海拔高度。

2.2 仿真结果及分析

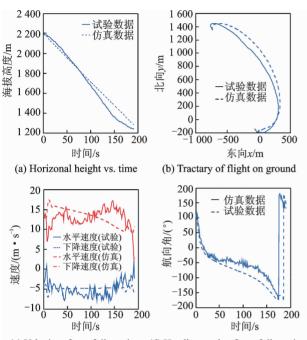
图 4~6 分别给出了工况 1~3 的试验数据与

仿真数据的对比分析结果,根据仿真结果,可以得出以下结论:

- (1) 3 个工况的系统高度随时间基本都是直线下降的,即下降速度基本维持在一个定值,伴随着不同程度的波动。这一特性可以应用于雀降机动的时机判断。
- (2) 尽管仿真所用气动参数可能与实际有偏差,但3个工况的仿真结果与试验结果均基本吻合,说明了仿真模型、控制律逻辑和仿真程序具有一定的可信度。
- (3) 工况 1 和 3 虽然初始条件接近,但试验和仿真数据显示飞行下降速度、水平速度都有较大差别,即图 4(c)中下降速度约为 5 m/s,而图 6(c)中则约 4.4 m/s。分析原因可能是操纵状态差异导致,工况 1 中因有航向偏差,不断执行较大的单边操纵,而工况 3 中则大部分时间操纵量较小,几乎处于自由直飞状态,如图 7 所示。
- (4) 工况 2 仿真与试验对比图中, 航迹和航向角随时间的变化有偏差, 试验结果不符合控制逻辑。分析原因是,图 5(d)显示试验第 $7\sim20$ s 出现导航数据中断, 翼伞向-X 向飞行一段(图 5(b)中(1 150,

2 000)~(1 050,2 000))后才转弯向目标飞行,因此 翼伞一直在初始点-目标点连线的右侧。

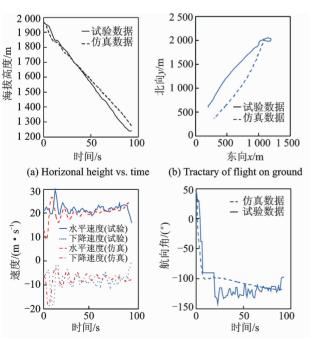
(5)图 8 为仿真得到的工况 1 和工况 2 中翼伞 姿态的动态变化情况,结果表明翼伞在工况 1 条件下比较稳定,而在工况 2 中出现较长时期的俯仰振荡运动,说明了有效载荷重量影响翼伞的配平攻角,并且翼伞存在多个平衡点,而有些平衡点不稳定。



(c) Velocity of parafoil vs. time (d) Heading angle of parafoil vs. time

图 4 工况 1 仿真数据与试验数据的对比

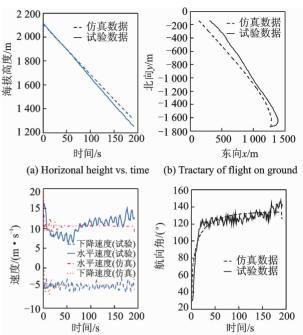
Fig. 4 Comparison between simulation and test data in case 1



(c) Velocity of parafoil vs. time (d) Heading angle of parafoil vs. time

图 5 工况 2 仿真数据与试验数据的对比

Fig. 5 Comparison between simulation and test data in case 2



(c) Velocity of parafoil vs. time (d) Heading angle of parafoil vs. time 图 6 工况 3 仿真数据与试验数据的对比

Fig. 6 Comparison between simulation and test data in case 3

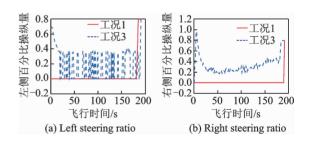


图 7 试验测量工况 1 和 3 操纵量随时间关系 Fig. 7 Comparisons of steering ratio vs. time from tests between case 1 and case 3

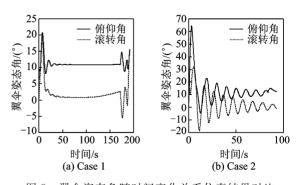


图 8 翼傘姿态角随时间变化关系仿真结果对比 Fig. 8 Comparisons of attitude angles from simulation between case 1 and case 2

3 结束语

本文采用拉格朗日乘子法对一般翼伞-载荷系统建立了两体 8DOF 动力学仿真模型,考虑了翼

伞附加质量特性。重建了某小型翼伞系统的3个工况飞行过程,并与相应的空投试验数据进行了对比,吻合度较好,发现并解释了试验过程中的某些运动特征,初步验证了仿真模型和仿真程序的有效性,说明仿真模型具有一定的可信度。获得更准确的气动参数将有助于提高仿真模拟的准确性。

参考文献:

- [1] Barrows T M. Apparent mass of parafoils with spanwise camber[R]. AIAA Paper 2001-2006,2001.
- [2] Lissaman B S, Brown G J. Apparent mass effects on parafoil dynamics [R]. AIAA Paper 93-1236,1993.
- [3] Yakimenko O A. On the development of a scalable 8-DoF model for a generic parafoil-payload delivery system[R]. AIAA Paper 2005-1665,2005.
- [4] Vishnyak A. Simulation of the payload-parachutewing system flight dynamics[R]. AIAA Paper 93-1250.1993.
- [5] 熊菁. 翼伞系统动力学与归航方案研究[D]. 长沙:国 防科技大学,2005. Xiong Jing. Research on dynamics and homming control of parafoil system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.
- [6] Pillasch D, Shen Y C, Valero N. Parachute/ submunition system coupled dynamics [R]. AIAA Paper 1984-0784,1984.
- [7] Wise K A. Dynamics of a UAV with parafoil under powered flight[R]. AIAA Paper 2006-6795,2006.
- [8] Stricker G, Witte L. Analysis of the relative motion in a parafoil-load system [R]. AIAA Paper 2001-

- 2013,2001.
- [9] Christiaan R. A flight simulation algorithm for a parafoil suspending an air vehicle [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30 (3): 791-803.
- [10] Barrows T M. Multibody parafoil model[R]. AIAA Paper 2009-2945,2009.
- [11] Prakash O, Ananthkrishnan N. Modeling and simulation of 9-DOF parafoil-payload system flight dynamics[R]. AIAA Paper 2006-6130, 2006.
- [12] Muller S, Wagner O, Sachs G. A high-fidelity nonlinear multibody simulation model for parafoil system[R]. AIAA Paper 2003-2120,2003.
- [13] Mooij E, Wijnands Q G, Schat B. 9 DOF parafoil/payload simulator development and validation [R]. AIAA Paper 2003-5459,2003.
- [14] Gorman C M, Slegers N J. Comparison and analysis of multi- body parafoil models with varying degrees of freedom[R]. AIAA Paper 2011-2615,2011.
- [15] Slegers N, Costello M. Aspects of control for a parafoil and payload system [R]. AIAA Paper 2004-4822,2004.
- [16] 洪嘉振. 计算多体动力学[M]. 北京: 高等教育出版 社, 1999. Hong Jiazhen. Computional multi-body dynamics [M]. Beijing: Advanced Education Press, 1999.
- [17] Nicolaides J D. Parafoil wind tunnel tests[R]. AD 731564, 1971.
- [18] Iacomini C S, Cerimele C J. Lateral-directional aero-dynamics from a large scale parafoil test program [R]. AIAA Paper 99-1731,1999.