

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.03.016

## 一种弹性支撑柔性转子模态动平衡方法

陈曦 廖明夫 刘展翅 李岩

(西北工业大学动力与能源学院,西安,710129)

**摘要:**针对目前模态平衡法难以高效平衡支承在弹性支承上的柔性转子,提出一种考虑弹性支承影响的柔性转子模态动平衡方法,建立转子的有限元模型,搭建转子试验平台,计算并实测临界转速与振型,进而借助动平衡测试系统进行模态动平衡。结果表明:临界转速计算与实测的相对误差仅为 0.36%,一阶计算振型与实测振型的模态置信度为 0.990 6。考虑弹性支撑的柔性转子模态动平衡方法合理,算法正确,在保证全正交平衡的前提下能够减少试重的个数。左弹支与右刚支的计算支承刚度组合符合转子结构的实际情况,减振百分比 CH1~CH3 高达 80%以上,CH4 可达 38%,总体减振效果明显,具有一定的工程应用前景,可为航空发动机柔性转子动平衡试验提供技术参考。

**关键词:**弹性支承;模态动平衡;振型;有限元;柔性转子

**中图分类号:** V231.1   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1005-2615(2016)03-0402-08

## Modal Balancing Method for Flexible Rotors with Elastic Supports

Chen Xi, Liao Mingfu, Liu Zhanchi, Li Yan

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710129, China)

**Abstract:** A new method of modal balancing for flexible rotors considering the impact of elastic supports is proposed since flexible rotors supported on elastic supports cannot be efficiently balanced using the current modal balancing method. A finite element model of a rotor is established and a rotor test rig is built up. After calculating and measuring critical speeds and vibration modes, modal balancing is conducted through the rotor testing system. Results suggest that the relative error between the calculated and measured critical speeds is only 0.36% and the modal assurance criterion of the first calculated and measured mode shapes is 0.990 6. The method of modal balancing for flexible rotors considering elastic supports is reasonable, the algorithms are correct and the number of trial mass can be reduced under the premise of ensuring fully orthogonal balance. A combination of calculated support stiffness, i. e., an elastic support at left end and a rigid support at right end, is accordant with the actual situation of rotor structure and the vibration reduction percentages from CH1 to CH3 reach more than 80% and CH4 up to 38%. As the overall damping effect is obvious, the modal balancing method considering elastic supports has a prospect in engineering application and it can provide technical reference for balance tests of flexible rotors in aero engines.

**Key words:** elastic support; modal balancing; mode shape; finite element; flexible rotor

收稿日期:2015-07-23;修订日期:2015-09-02

通信作者:廖明夫,男,教授,博士生导师,E-mail:mfliao@nwpu.edu.cn.

引用格式:陈曦,廖明夫,刘展翅,等.一种弹性支撑柔性转子模态动平衡方法[J].南京航空航天大学学报,2016,48(3):402-409. Chen Xi, Liao Mingfu, Liu Zhanchi, et al. Modal balancing method for flexible rotors with elastic supports[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(3): 402-409.

对于运转在一阶、二阶甚至三阶临界转速之上的航空发动机转子,一般的刚性转子动平衡工艺已经达不到平衡要求,因此有必要进行柔性转子的高速动平衡,减少转子的弹性变形以及轴承动反力。柔性转子动平衡会涉及平衡面选取、各阶模态确定、转子振动测量、加试重方法和组件平衡次序等诸多问题。目前国内并无标准的平衡机和平衡工艺来进行柔性转子动平衡<sup>[1]</sup>。

目前一般采用模态平衡法或影响系数法<sup>[2]</sup>对柔性转子实施平衡。但对于多平面多转速动平衡<sup>[3]</sup>情况,影响系数法动平衡的启停次数较多,平衡效率较低,要求技术人员具有丰富的平衡经验。对于模态全正交平衡法,平衡时加试重个数过多,当系统阻尼影响较大时,振型不易测准,也不易获得单一振型<sup>[4-5]</sup>,另外在使用模态平衡法时,临界转速、节点和主振型的判断都会对动平衡结果产生影响<sup>[6]</sup>。但是对于支承在滚动轴承上的转子,转子系统的阻尼很小,转子的振型可解耦。

本文根据柔性转子现场动平衡的实践需求,充分考虑弹性支承对转子振型的影响,研究弹支的柔性转子模态动平衡方法,并在 LabWindows/CVI 虚拟仪器软件开发平台下设计开发模态动平衡软件,再连接配套的信号调理器、转速传感器以及多个振动传感器,构建一套完整的动平衡测试系统。然后通过有限元法计算符合实际的试验转子前两阶模态振型,将其输入至模态动平衡测试系统中,并进行动平衡试验,以验证考虑弹支柔性转子动平衡方法的合理性以及动平衡减振的有效性。

## 1 弹支柔性轴的运动方程与模态

### 1.1 运动方程

为简单起见,但又不失一般性,假设支承在弹性支承上的是各向同性柔性轴。轴的刚度为  $EI(x) = B(x)$ , 单位长度的质量为  $U(x)$ 。左右支承的刚度分别为  $s_{b1}$  和  $s_{b2}$ 。考虑质量轴的质量中心  $S(W_s, V_s)$  和轴的几何中心  $(W, V)$  不重合,即存在质心偏移  $[\epsilon(x), \beta(x)]$ 。假设转轴稳态运转,角速度为  $\Omega$ 。在轴上取一微元段  $dx$ , 其受力如图 1 所示。

在  $z$  方向和  $y$  方向的运动方程<sup>[7-8]</sup>可表达为如下形式

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2}) + U(x) \ddot{W}(x,t) = \Omega^2 U(x) \epsilon(x) \cos[\Omega t + \beta(x)] \quad (1)$$

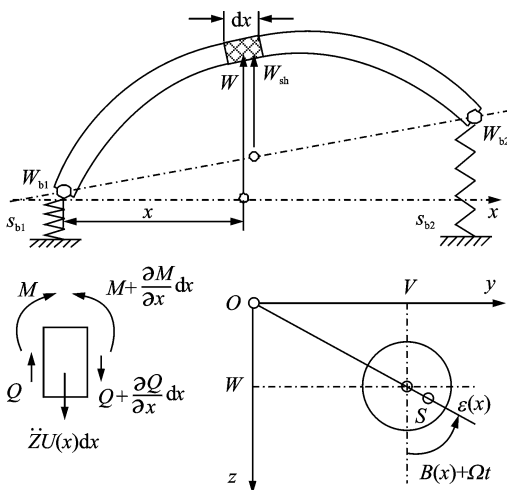


图 1 轴微元受力分析及横截面位移坐标  
Fig. 1 Force analysis of differential element and displacement coordinate of cross-section

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2}) + U(x) \ddot{V}(x,t) = \Omega^2 U(x) \epsilon(x) \sin[\Omega t + \beta(x)] \quad (2)$$

式(1,2)是关于转轴几何中心坐标  $(W, V)$  的运动方程。用几何中心坐标  $W$  和  $V$  来表示转轴的运动,便于测量。运动方程的解由两部分组成,包含齐次通解与非齐次特解。

### 1.2 振动模态

为确定转轴的模态,先求齐次方程的通解。不妨以  $z$  方向为例,假设转轴为等截面均质轴,运动在时间和空间上可分离,则齐次方程转化为<sup>[8]</sup>

$$W(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx} + Ce^{jkx} + De^{-jkx} \quad (3)$$

式中  $k^4 = \frac{\omega^2 U}{EI}$ 。

弹支柔性轴的边界条件为

$$x = 0, W(0) = W_{b1}, W''(0) = 0, EIW'''(0) = s_{b1} W_{b1} \quad (4)$$

$$x = L, W(L) = W_{b2}, W''(L) = 0, EIW'''(L) = s_{b2} W_{b2} \quad (5)$$

将式(3)代入边界条件后,写成矩阵形式

$$\mathbf{A}(k) \mathbf{\Gamma} = \mathbf{0} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{A}(k) =$

$$\begin{bmatrix} k^2 & k^2 & -k^2 & -k^2 \\ k^3 - \frac{s_{b1}}{EI} & -k^3 - \frac{s_{b1}}{EI} & -jk^3 - \frac{s_{b1}}{EI} & jk^3 - \frac{s_{b1}}{EI} \\ k^2 e^{kL} & k^2 e^{-kL} & -k^2 e^{jkL} & -k^2 e^{-jkL} \\ (k^3 + \frac{s_{b2}}{EI}) e^{kL} & (-k^3 + \frac{s_{b2}}{EI}) e^{-kL} & (-jk^3 + \frac{s_{b2}}{EI}) e^{jkL} & (jk^3 + \frac{s_{b2}}{EI}) e^{-jkL} \end{bmatrix}$$

$$\text{且 } \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix}.$$

由  $\det([\mathbf{A}(k)]) = 0$  解得  $k_i (i=1, 2, 3, \dots)$ , 进一步求出第  $i$  阶临界转速  $\omega_i$  与振型  $W_i(x)$ , 而转轴的自由振动由各阶模态组成。对于复杂的转子,  $\omega_i$  与  $W_i(x)$  可用数值解法(如有限元法)求得, 振型对转子模态平衡至关重要。

考虑不同支承方式, 柔性轴的前3阶振型如图2所示。其中, 两端刚支如图2(a)所示, 两端弹支如图2(b)所示, 左刚支与右弹支如图2(c)所示, 左弹支与右刚支如图2(d)所示。由图2可以看出, 不同的支承方式使同一柔性转轴产生不同的振型。

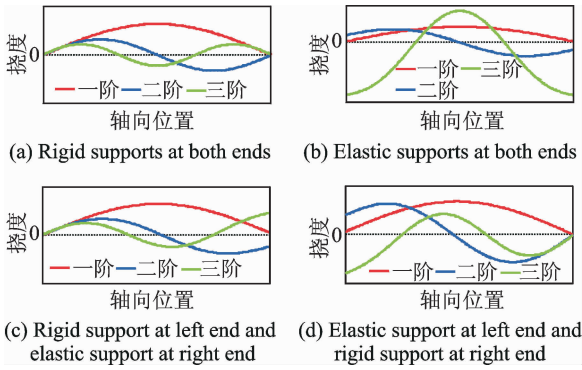


图2 不同支承方式的柔性轴前3阶振型

Fig.2 The first three modes of flexible shaft with different supporting types

## 2 弹支柔性转子模态平衡法

### 2.1 模态振型的确定

采用有限元法<sup>[9-11]</sup>建立了转子系统振动微分方程

$$[\mathbf{M}^s]\{\ddot{\mathbf{q}}^s\} + ([\mathbf{C}^s] - \Omega[\mathbf{G}^s])\{\dot{\mathbf{q}}^s\} + [\mathbf{K}^s]\{\mathbf{q}^s\} = \{\mathbf{Q}^s\} \quad (7)$$

式中:  $[\mathbf{M}^s]$  为系统质量矩阵,  $\{\mathbf{q}^s\}$  为系统广义位移矢量,  $\{\dot{\mathbf{q}}^s\}$  为系统广义速度矢量,  $\{\ddot{\mathbf{q}}^s\}$  为系统广义加速度矢量,  $[\mathbf{C}^s]$  为系统阻尼矩阵,  $\Omega$  为转子自转角速度,  $[\mathbf{G}^s]$  为系统陀螺矩阵,  $[\mathbf{K}^s]$  为系统刚度矩阵,  $\{\mathbf{Q}^s\}$  为系统外力矢量。

为计算机求解方程方便, 将二阶微分方程转化成一阶状态向量形式的特征值问题

$$\begin{bmatrix} -[\mathbf{M}^s]^{-1}([\mathbf{C}^s] - \Omega[\mathbf{G}^s]) - [\mathbf{M}^s]^{-1}[\mathbf{K}^s] \\ [\mathbf{I}] \end{bmatrix} \{\mathbf{h}_0\} = \alpha \{\mathbf{h}_0\} \quad (8)$$

$$\text{式中 } \{\mathbf{h}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{h}_0\} e^{\alpha t}.$$

求解特征值问题得到特征值后, 考虑到存在阻尼以及陀螺力矩, 转子具有正、反进动, 通过坎贝尔图可获得临界转速。将临界转速值回代至式(8), 求得对应的特征向量  $\{\mathbf{h}_0\}$ , 其子向量广义位移  $\{\mathbf{q}\}$  沿轴向的分布即为模态振型。

### 2.2 正交向量组的确定

模态平衡  $N$  平面法的平衡条件写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} R_1^*(x_1) & R_1^*(x_2) & \cdots & R_1^*(x_N) \\ R_2^*(x_1) & R_2^*(x_2) & \cdots & R_2^*(x_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_p^*(x_1) & R_p^*(x_2) & \cdots & R_p^*(x_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \vdots \\ \hat{U}_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_p \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $R_i(x)$  为前  $N$  阶振型,  $\hat{u}_i$  为转子的初始  $N$  阶不平衡量,  $\hat{U}_i$  为平衡校正量。

为解平衡校正量  $\hat{U}_i$ , 须事先确定  $\hat{u}_i$  和前  $N$  阶振型  $R_i(x)$ 。初始不平衡量  $\hat{u}_i$  需经适当的试验测量确定, 而转子的振型  $R_i(x)$  可通过有限元计算得到。考虑支承弹性后, 转子振型  $R_i(x)$  与刚支转子的振型差别会很大。因此, 由式(9)所解得的平衡校正量  $\hat{U}_i$  与由刚支转子所得结果显然不同。因此, 对转子进行模态平衡时必须考虑实际弹性支承的刚度与位移, 以获得准确的转子振型。

由于正交校正质量组只影响对应的转子振型不平衡, 不妨令式(9)的右端向量中某一振型对应的不平衡量为1, 而其余的全部为0, 即可求出校正质量组。根据全正交平衡条件<sup>[12]</sup>,  $N$  个正交校正质量组可由下列方程组求得

$$\begin{bmatrix} R_1^*(x_1) & R_1^*(x_2) & \cdots & R_1^*(x_N) \\ R_2^*(x_1) & R_2^*(x_2) & \cdots & R_2^*(x_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_N^*(x_1) & R_N^*(x_2) & \cdots & R_N^*(x_N) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1N} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N1} & t_{N2} & \cdots & t_{NN} \end{bmatrix} = -\mathbf{I} \quad (10)$$

由式(10)解得正交向量组

$$[\mathbf{T}_1 \ \mathbf{T}_2 \ \cdots \ \mathbf{T}_N] = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1N} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N1} & t_{N2} & \cdots & t_{NN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

平衡第  $k$  阶振型时, 必须选择对该阶振型较为

敏感的  $k$  个平衡校正面(如第  $i, j, \dots, m$  校正面)上加试重  $\hat{m}_k = M_k(t_{ik}, t_{jk}, \dots, t_{mk})$ ,而在  $N$  个平衡校正面上同时加配重,将校正质量  $\hat{U}_k$  根据正交向量组分解到各个校正面上,即最终平衡第  $k$  阶振型所加的校正质量组为

$$-\frac{\hat{r}_{k0}}{\hat{r}_{k1} - \hat{r}_{k0}} M_k [t_{1k}, t_{2k}, \dots, t_{Nk}]^T$$

如保留试重,则平衡第  $k$  阶振型时必须以第  $k-1$  阶振型为基准,此时为平衡第  $k$  阶振型所加的校正质量组为

$$-\frac{\hat{r}_{k-1}}{\hat{r}_{k1} - \hat{r}_{k-1}} M_k [t_{1k}, t_{2k}, \dots, t_{Nk}]^T$$

### 2.3 弹支柔性转子模态平衡法流程

弹支柔性转子模态平衡法的流程如图 3 所示。当使用位移传感器进行动平衡时,考虑到转子初始弯曲引起的振动无法通过动平衡消除,可以在低转速下测量转子初始弯曲时的振动响应。多次试验结果表明,去除初始弯曲影响后,转子动平衡减振效果更为明显,而且支座动反力减小<sup>[12]</sup>。

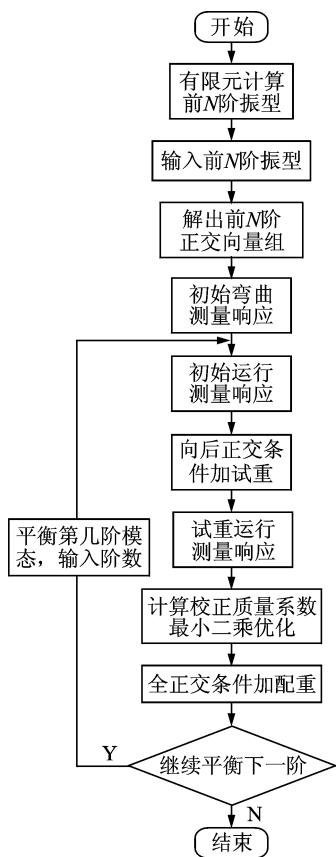


图 3 模态动平衡的流程图

Fig. 3 Flow chart of modal balancing

在程序设计中不仅考虑动平衡中涉及到的转子初始弯曲、保留试重等问题,还考虑到转子各平

衡面处各阶振型的存贮。向模态动平衡测试系统输入平衡面处的各阶振型,解出相应的各阶正交量,以便将校正质量根据正交向量组分解到各个平衡校正面上。

## 3 弹支柔性转子模态动平衡试验

### 3.1 试验模型

转子计算模型如图 4(a)所示,转子试验系统如图 4(b)所示。盘 1 与盘 2 均通过锥面配合,圆螺母拧紧的方式安装于轴上。支承 1 为滚棒轴承,通过折返式鼠笼弹性支承安装于试验台,支承 2 为深沟球轴承,通过轴承座近似刚性安装于试验台。转子通过三相异步电动机驱动,为减少转子和电机之间的不对中量,转轴和电机轴之间通过尼龙联轴器柔性连接。

试验过程中,采用光电传感器测量转速信号。为测振动信号,在盘 1 与盘 2 处各安装 1 个传感器支架,位移传感器分别安装于支架的水平和竖直位置,同时在支承 1 与支承 2 处各安装 2 个振动速度传感器(见表 1)。

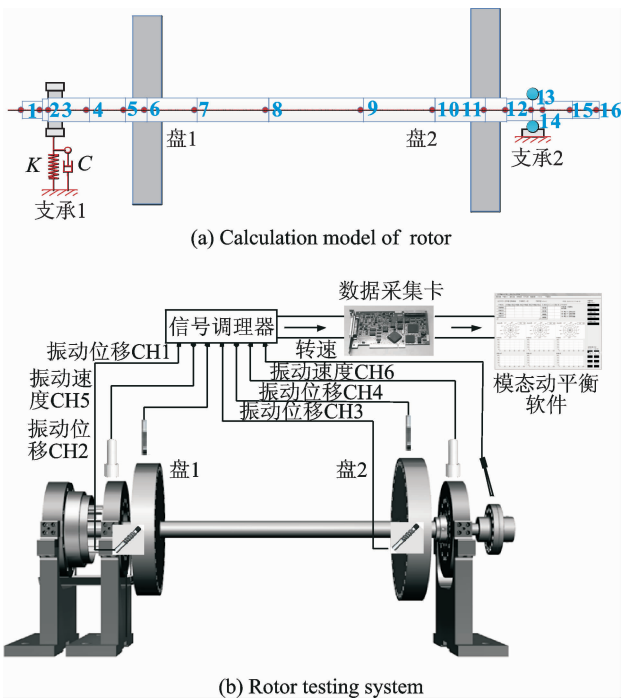


图 4 转子模型

Fig. 4 Rotor model

表 1 传感器安装位置

Tab. 1 Mounting position of sensors

电涡流位移传感器				速度传感器	
CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6
盘 1	盘 1	盘 2	盘 2	支承 1	支承 2
水平	垂直	水平	垂直	竖直	竖直

### 3.2 临界转速计算与测量

根据静力刚度试验结果,选取弹性支承的刚度为  $K_1=3.2 \times 10^6$  N/m,刚性支承的刚度为  $K_2=1 \times 10^8$  N/m。通过有限元法计算出转子临界转速的坎贝尔图如图 5 所示,一阶临界转速为  $\omega_{cr1}=3\,460.612\,6$  r/min,二阶临界转速为  $\omega_{cr2}=12\,105.227\,9$  r/min,基本满足设计参数要求。

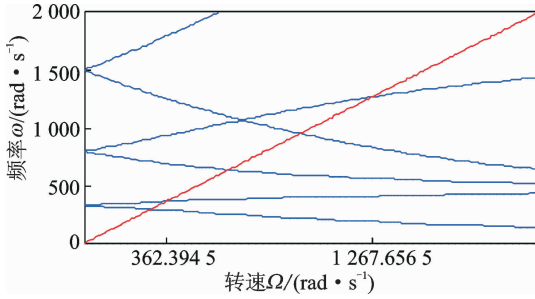


图 5 坎贝尔图

Fig. 5 Cambell diagram

通过实测试验转子增速 Bode 曲线,确定转子的 1 阶临界转速为 3 448 r/min,如图 6 所示。一阶临界转速实测值与计算值吻合,误差仅为 0.36%。由于受到试验条件限制,由变频器控制的电机所能提供转子的最高转速仅为 6 000 r/min,二阶临界转速超过转子的实际工作范围。

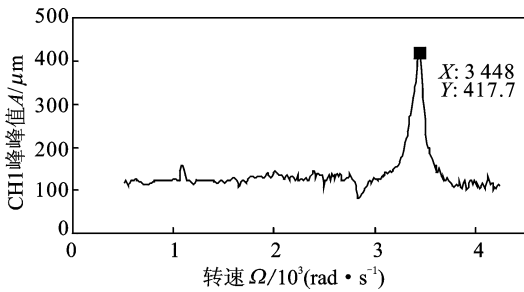


图 6 实测临界转速(盘 1 水平方向 CH1)

Fig. 6 Measured critical speed (in horizontal direction of disk 1, CH1)

### 3.3 振型计算与测量

测量振型的位移传感器轴向分布如图 7 所示,一阶振型的计算值与测量值如图 8 所示。由于实测的轴中段测点的位移最大,则以轴中段位移为基准,归一化其他 3 个测点的位移,得到实测的一阶振型。一阶计算振型与实测振型的模态置信度<sup>[13]</sup> (Modal assurance criterion, MAC)为 0.990 6,接近于 1,说明两者相关程度良好。由于二阶临界转速超过转子的实际工作范围,因此不再实测二阶振

型,二阶振型的计算值如图 9 所示。

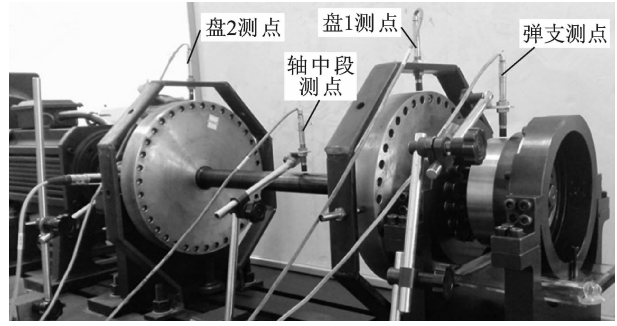


图 7 测量振型的位移传感器轴向分布

Fig. 7 Axial distribution of displacement sensors for vibration mode measurement

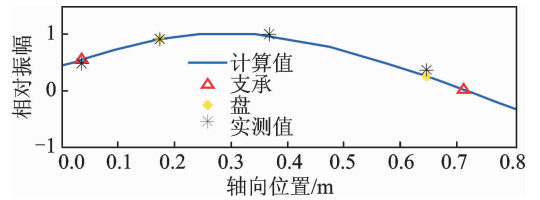


图 8 一阶振型

Fig. 8 The first mode shape

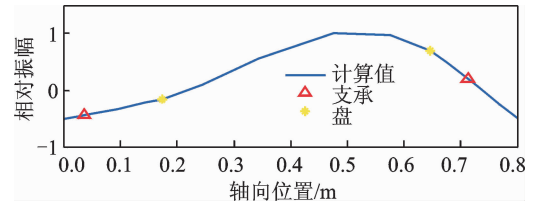


图 9 二阶振型

Fig. 9 The second mode shape

### 3.4 正交量计算

由于试验转子的 2 个盘可以作为平衡校正面,则根据双面模态动平衡的原理,向模态动平衡软件输入已知的前两阶振型,可以计算出相应的前两阶正交向量组,用于后续动平衡阶段将校正质量根据正交向量组分解到各个平衡校正面上,如图 10 所示。



图 10 前两阶振型与正交向量

Fig. 10 The first two modes and orthogonal vectors

### 3.5 计算支承刚度对模态动平衡效果对比

由于支承刚度是决定转子振型的重要因素之一,而模态动平衡减振效果的好坏很大程度上依赖于转子的振型,因此有必要验证不同支承刚度对振型乃至动平衡效果的影响程度。

按照 4 种不同的支承刚度组合(包括两端刚支,两端弹支,左刚支与右弹支,以及左弹支与右刚支)进行有限元法计算,然后将 4 种情况下的模态振型分别输入至模态动平衡测试系统,计算前两阶正交向量组,在确保初始运行、加试重以及试重运行等平衡步骤相一致的情况下,计算配重并检验运行,评估各自的动平衡效果。

#### 3.5.1 振型对比

不同支承刚度组合下的一阶振型计算值与测量值如图 11 所示。从图中可知,左弹支与右刚支的支承刚度组合(弹性支承刚度  $K_1 = 3.2 \times 10^6$  N/m,刚性支承刚度  $K_2 = 1 \times 10^8$  N/m)所对应的计算振型与实测振型吻合良好,而其他 3 种支承刚度组合(两端弹支、两端刚支以及左刚支与右弹支)的计算振型均与实测振型在支承处、盘处差异较大。

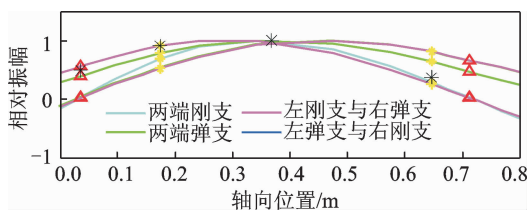


图 11 不同支承刚度组合下的一阶振型

Fig. 11 First modes with different supporting stiffness combinations

#### 3.5.2 模态动平衡效果对比

由于临界转速 3 448 r/min 各测点振动水平较大,不宜在临界转速过多停留。另外,由于试验的主要目的在于对比不同支承刚度组合下的动平衡效果,而选择一个平衡转速基本能够达到平衡一阶模态所需的减振效果,因此选择靠近临界转速的 3 330 r/min 作为平衡转速,避免采用多个平衡转速而导致转子启停次数与时耗的不必要增加。两端刚支的模态动平衡记录如表 2 所示,盘 1 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.30 g、120 mm 以及 60°;盘 2 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.12 g、130 mm 以及 60°。动平衡 CH1~CH4 减振百分比分别为 64.77%,65.77%,47.48%以及 65.58%。

两端弹支的模态动平衡记录如表 3 所示,盘 1 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.15 g、

表 2 两端刚支的模态动平衡记录

Tab. 2 Records of modal balancing with rigid supports at both ends

平衡过程	CH1	CH2	CH3	CH4	试/大小/相位/ 配重 (g · cm) (°)
	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	
初始运行	128.6/74.2	119.5/337.5	49.7/79.0	30.8/353.4	1 面 试重 0.797 60.0
试重运行	68.7/262.3	64.6/160.5	3.7/280.5	17.0/123.5	2 面 试重 0.000 0.0
检验运行	45.3/45.9	40.9/311.7	26.1/266.8	10.6/2.6	1 面加 配重 0.340 63.8
					2 面加 配重 0.130 63.8

表 3 两端弹支的模态动平衡记录

Tab. 3 Records of modal balancing with elastic supports at both ends

平衡过程	CH1	CH2	CH3	CH4	试/大小/相位/ 配重 (g · cm) (°)
	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	(幅值/ 相位)/ ( $\mu\text{m}/$ °)	
初始运行	128.6/74.2	119.5/337.5	49.7/79.0	30.8/353.4	1 面 试重 0.801 60.0
试重运行	68.7/262.3	64.6/160.5	3.7/280.5	17.0/123.5	2 面 试重 0.000 0.0
检验运行	74.7/64.1	71.0/329.1	343.1/73.8	18.8/375.3	1 面加 配重 0.150 63.8
					2 面加 配重 0.300 63.8

120 mm 以及 60°;盘 2 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.30 g、130 mm 以及 60°。动平衡 CH1~CH4 减振百分比分别为 41.91%,40.59%,30.99%以及 38.96%。

左刚支与右弹支的模态动平衡记录如表 4 所示,盘 1 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.20 g、120 mm 以及 60°;盘 2 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.30 g、130 mm 以及 60°。动平衡 CH1~CH4 减振百分比分别为 52.88%,50.21%,36.76%以及 40.16%。

左弹支与右刚支的模态动平衡记录如表 5 所示,盘 1 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.40 g、120 mm 以及 60°;盘 2 实加配重的大小、半径以及相位分别为 0.10 g、130 mm 以及 60°。动平衡 CH1~CH4 减振百分比分别为 89.04%,84.52%,83.10%以及 37.99%。

表4 左刚支与右弹支的模态动平衡记录

Tab. 4 Records of modal balancing with a rigid support at left end and an elastic support at right end

平衡过程	CH1	CH2	CH3	CH4	试/大小/相位/ 配重 (g·cm) (°)
	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	
	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	
初始运行	128.6/119.5/	49.7/30.8/	74.2/337.5/	79.0/353.4/	1面 试重 0.801 60.0
试重运行	68.7/64.6/	3.7/17.0/	262.3/160.5/	280.5/123.5/	2面 试重 0.000 0.0
检验运行	60.6/59.5/	31.43/18.43/	57.8/317.6/	71.2/358.3/	1面加 配重 0.190 63.8
					2面加 配重 0.360 63.8

表5 左弹支与右刚支的模态动平衡记录

Tab. 5 Records of modal balancing with an elastic support at left end and a rigid support at right end

平衡过程	CH1	CH2	CH3	CH4	试/大小/相位/ 配重 (g·cm) (°)
	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	(幅值/ 相位)/	
	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	( $\mu\text{m}/$ °)	
初始运行	128.6/119.5/	49.7/30.8/	74.2/337.5/	79.0/353.4/	1面 试重 0.804 60.0
试重运行	68.7/64.6/	3.7/17.0/	262.3/160.5/	280.5/123.5/	2面 试重 0.000 0.0
检验运行	14.1/18.5/	8.4/19.1/	306.5/33.8/	43.0/69.5/	1面加 配重 0.390 63.8
					2面加 配重 0.090 63.8

在同一个平衡盘的水平(CH3)和竖直(CH4)方向测得的减振百分比存在较大差别,这是由于存在刚度各向异性,实测水平刚度  $3.2 \times 10^6$  N/m 略大于实测竖直刚度  $2.3 \times 10^6$  N/m,导致水平临界转速(3 448 r/min)大于竖直临界转速(2 858 r/min)。对于平衡转速3 332 r/min,水平方向对不平衡量的敏感程度较大,初始运行 CH3 振幅较大,经过动平衡后,检验运行 CH3 振幅明显降低;而对于此平衡转速,竖直方向对不平衡量的敏感程度较小,因此 CH4 减振百分比比较小。

由表1~4可知,左弹支与右刚支的支承方式最符合实际转子的支承情况,与之对应的模态动平衡减振效果相对最佳。动平衡前后的增速 bode 曲线如图12所示,其中左弹支与右刚支的支承方式对应的动平衡后转子振动响应幅值最小,通过临界转速时较为安全。

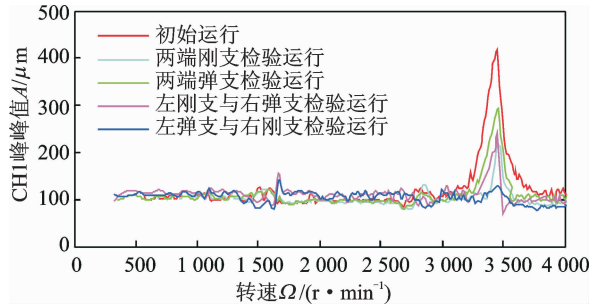


图12 动平衡前后幅频特性曲线

Fig. 12 Amplitude-frequency characteristic curves before and after balancing

### 3.5.3 适用范围讨论

综上所述,对柔性转子进行模态平衡时,必须考虑实际弹性支承的刚度与位移。当有限元仿真计算的假设符合转子的实际情况时,能够较为准确地计算出转子的振型,采用考虑弹支的模态平衡法对转子进行动平衡时减振效果明显,可避免实际测量振型带来的过多人力、物力、财力以及时间上的消耗。

对于工程排故阶段,若能准确测量出支承刚度,即使现场动平衡条件不允许测量振型,有限元计算依然能达到良好的实际振型估算效果。但如若转子测试条件受限,无法实测弹性支承的刚度以及转子的振型,则采用模态平衡法的平衡效果可能不太理想。

但是对于设计研发阶段,旋转机械的测试条件完备,可以实测支承的刚度与阻尼,有大量的部件试验数据作为支持,从而修正计算模型的假设,使其符合实际情况,如此能够准确地计算出转子的临界转速与振型;沿转子的轴向可分布多个测振传感器,亦能准确地测量转子的振型。因此,在设计研发阶段,采用考虑弹支的柔性转子模态平衡法对转子进行动平衡,可以达到良好的减振效果。

## 4 结 论

(1) 考虑弹支柔性转子模态动平衡方法采用向后正交法加试重组,并且采用全正交平衡法加配重组,可以适当减少加试重的次数,从而简化模态动平衡的操作。

(2) 通过静力试验测出准确的支承刚度,通过有限元计算转子临界转速与振型,一阶临界转速的计算与实测值误差仅为0.36%,一阶振型的计算与实测结果相吻合,说明在现场动平衡条件不允许振型测量的情况下,有限元计算依然能达到良好的

实际振型估算效果。

(3) 横向对比盘1水平方向(初始运行振幅最大)在不同计算支承刚度组合下的动平衡效果,两端刚支的减振百分比为64.77%,两端弹支的减振百分比为41.91%,左刚支与右弹支的减振百分比为52.88%,而左弹支与右刚支的减振百分比为89.04%。说明转子振型对模态动平衡的影响程度很大,尤其是平衡面处振动位移之比的准确与否,直接关系到模态动平衡的减振效果。

(4) 数值计算与试验结果表明:所建立的考虑弹支柔性转子模态动平衡方法合理,算法正确,在支承刚度较为准确的前提下,使用该方法对转子进行动平衡的减振效果明显,具有一定的工程应用价值,可为航空发动机柔性转子动平衡试验提供技术参考。

#### 参考文献:

- [1] 王四季. 发动机转子高速动平衡系统的设计与实现[D]. 西安:西北工业大学,2005.  
Wang Siji. Design and implementation of high-speed balancing system for engine rotors [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005.
- [2] 张春雷. 旋转机械状态监测与现场动平衡[D]. 西安:西北工业大学,2002.  
Zhang Chunlei. Condition monitoring of rotating machinery and rotor balancing in-situ [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2002.
- [3] 邓旺群,李上福,高德平,等. 细长柔性转子高速动平衡方法[J]. 航空动力学报,2004,19(4):506-511.  
Deng Wangqun, Li Shangfu, Gao Deping, et al. Method of high speed dynamic balance to balance a slender flexible rotor [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(4): 506-511.
- [4] 王四季,廖明夫. 转子现场动平衡技术研究[J]. 机械科学与技术,2005,24(12):1510-1514.  
Wang Siji, Liao Mingfu. Study of techniques for rotor balance in situ [J]. Mechanical Science and Technology, 2005, 24(12): 1510-1514.
- [5] 黄金平,任兴民,邓旺群. 混合平衡法的改进及其在柔性转子平衡中的应用[J]. 振动与冲击,2008,27(12):47-51.  
Huang Jinping, Ren Xingmin, Deng Wangqun. Improvement of unified balancing method and its application in balancing of flexible rotors [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(12): 47-51.
- [6] 张禄林. 无试重的现场动平衡技术研究[D]. 太原:太原理工大学,2013.  
Zhang Lulin. Research on technology of field dynamic balancing without trial weights [D]. Taiyuan: Tai Yuan University of Technology, 2013.
- [7] 顾家柳,丁奎元,刘启洲,等. 转子动力学[M]. 北京:国防工业出版社,1985.  
Gu Jialiu, Ding Kuiyuan, Liu Qizhou, et al. Rotor dynamics [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1985.
- [8] 廖明夫. 航空发动机转子动力学[M]. 西安:西北工业大学出版社,2015.  
Liao Mingfu. Aero engine rotor dynamics [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015.
- [9] Nelson H D, McVaugh J M. The Dynamics of rotor-bearing systems using finite elements [J]. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1976, 98(2): 593-600.
- [10] Nelson H D. A finite rotating shaft element using timoshenko beam theory [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1980, 102(4): 793-8030.
- [11] Ishida Y, Yamamoto T. Linear and nonlinear rotor-dynamics; A modern treatment with applications [M]. New York: John Wiley and Sons, 2012.
- [12] 王四季,廖明夫. 航空发动机柔性转子动平衡方法[J]. 噪声与振动控制,2011(6):91-94.  
Wang Siji, Liao Mingfu. Study of balancing method of aero-engine flexible rotors [J]. Noise and Vibration Control, 2011(6): 91-94.
- [13] 臧朝平,刘银超. 轴对称结构的模态振型描述和模型确认[J]. 南京航空航天大学学报,2012,44(5):725-733.  
Zang Chaoping, Liu Yinchao. Mode shape description and model validation of axisymmetric structure [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(5): 725-733.