

DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.02.019

## 磁流变弹性体隔振器的非线性滞回动力学模型

刘 星 夏品奇

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室,南京,210016)

**摘要:**根据磁流变弹性体隔振器的试验数据,利用 Bouc-Wen 模型,建立磁流变弹性体隔振器的非线性动力学模型。通过遗传算法对 Bouc-Wen 模型进行参数识别,验证了模型精度。同时提出了改进的 Bingham 模型,并对磁流变弹性体隔振器进行动力学建模和参数识别。比较了 Bouc-Wen 模型与改进的 Bingham 模型的优缺点。

**关键词:**磁流变弹性体;非线性;Bouc-Wen 模型;改进的 Bingham 模型;参数辨识

中图分类号:V211.1<sup>+</sup>2 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2016)02-0268-06

## Nonlinear Hysteresis Dynamics Model of Magnetorheological Elastomer Isolator

Liu Xing, Xia Pinqi

(National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics,  
Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:**Based on the experimental data of a magnetorheological elastomer isolator, the Bouc-Wen model is used to establish the nonlinear dynamics model of the magnetorheological elastomer isolator. The parameters of Bouc-Wen model are identified by using the genetic algorithm to verify the accuracy of the model. An improved Bingham model is proposed, the corresponding dynamics model of the magnetorheological elastomer isolator is established, and its parameters are identified. The advantages and disadvantages of the two models are compared with each other.

**Key words:** magnetorheological elastomer; nonlinear; Bouc-Wen model; improved Bingham model; parameter identification

磁流变弹性体由软铁磁性颗粒和聚合物基体组成,它的力学、电学诸多性能可以由外加磁场来控制。由于它兼有磁流变材料和弹性体的优点,响应快、可逆性好、可控性强,又克服了以往磁流变材料易沉降、稳定性差的缺点,因而成为磁流变材料领域的研究热点,可以广泛应用于机械传动、减振隔振、机器人和智能执行机构等领域<sup>[1]</sup>。对于磁流变弹性体,由于铁磁性颗粒被固化在弹性体基体里,其移动受到了限制,在加磁场前后不会发生相

变现象。它工作在材料的屈服强度之前,通过磁场改变材料的模量和阻尼来实现智能控制<sup>[2]</sup>。磁流变弹性体的磁流变效应是指其剪切或压缩模量随磁场的变化而变化。磁流变弹性体具有磁场可控的力学性能,它对磁场的响应是可逆、迅速(毫秒级)<sup>[3]</sup>的。

磁流变弹性体隔振器作为一种新型的用于半主动隔振的元件,其精确的动力学模型是取得良好减振性能的关键。磁流变弹性体的动力学模型具

收稿日期:2015-10-01;修订日期:2016-01-01

通信作者:夏品奇,男,教授,博士生导师,E-mail:xiapq@nuaa.edu.cn。

引用格式:刘星,夏品奇.磁流变弹性体隔振器的非线性滞回动力学模型[J].南京航空航天大学学报,2016,48(2):268-273. Liu Xing, Xia Pinqi. Nonlinear hysteresis dynamic model of magnetorheological elastomer isolator[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(2):268-273.

有高度的非线性、时滞性<sup>[4]</sup>。目前,国内外研究的磁流变阻尼器大多采用参数化模型,根据实验数据进行参数识别,即对磁流变阻尼器在一定电流、一定激励下,如果建立的参数模型能够较好地贴近实验数据,就表明该参数模型可以较好地表征磁流变材料的力学性能<sup>[5]</sup>。目前,对磁流变弹性体材料的动力学模型研究主要还在微观层面,例如,耦合场物理模型、偶极子模型,这些模型能够解释磁流变材料的磁致模量和磁致阻尼现象。但是,微观层面建立起来的模型无法用于工程应用,更难以应用于振动控制<sup>[6]</sup>。本文采用文献<sup>[7]</sup>的试验数据,利用 Bouc-Wen 模型和改进的 Bingham 模型对该磁流变弹性体隔振器进行动力学建模,采用遗传算法对隔振器动力学模型进行参数识别,并对其特性进行分析。

### 1 磁流变弹性体隔振器模型

文献<sup>[7]</sup>中利用 MTS 力学性能测试试验台测试一种叠层式磁流变弹性体隔振器,隔振器的下端固定在振动台上,随着振动台的水平方向的激励而振动,力传感器安装在隔振器的上端,用于测量隔振器的输出力,如图 1 所示。

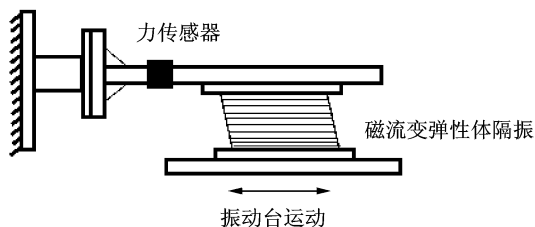


图 1 实验机构示意图<sup>[7]</sup>

Fig. 1 Schematic diagram of experimental mechanism

#### 1.1 Bouc-Wen 模型

为了能够解决双线性模型不够平滑的问题,Wen<sup>[8]</sup>改进了之前 Bouc<sup>[9]</sup>提出的滞回模型,由此提出了 Bouc-Wen 模型,如图 2 所示。从模型示意图可以看出,Bouc-Wen 模型包含一个阻尼元件,一个刚度元件,还有一个 Bouc-Wen 单元。该模型滞回曲线光滑,能够较好地反映材料的双粘特性和速度滞回特性。由于能够表征许多力学上的滞回特性,其在磁流变液阻尼器的建模上应用广泛。

采用 Bouc-Wen 模型对磁流变弹性体进行动力学建模,磁流变弹性体隔振器输出力的表达式为<sup>[7]</sup>

$$F = \alpha k_0 x + (1 - \alpha) k_0 z + c_0 \dot{x} \quad (1)$$

式中: $k_0$  代表弹簧单元的刚度系数; $c_0$  代表磁流变弹性体的阻尼性能; $\alpha k_0 x$  代表恢复力中弹性力部

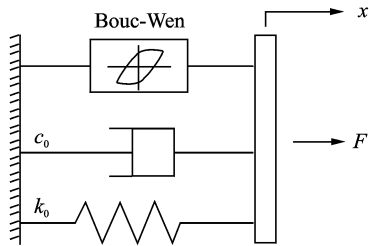


图 2 Bouc-Wen 模型

Fig. 2 Bouc-Wen model

分; $(1 - \alpha) k_0 z$  代表纯粹的迟滞的组成部分; $\alpha$  的大小反映了迟滞回线的非线性强弱程度。中间变量  $z$  表示为

$$\dot{z} = A \dot{x} - \beta |\dot{x}| |z|^{n-1} z - \gamma \dot{x} |z|^n \quad (2)$$

式中: $A, n, \beta$  和  $\gamma$  为量纲化的参数,它们会影响迟滞回线的形状和大小。参数  $A$  对输出力的最大值影响较大; $n$  控制曲线的光滑程度。为了减少参数辨识的未知参数的个数,假设  $n=1$ ,结果表明  $n$  取 1 可以满足拟合的要求。

#### 1.2 改进的 Bingham 模型

Stanway<sup>[10]</sup>在 1987 年提出磁流变阻尼器的 Bingham 塑性模型,Bingham 模型是描述磁流变阻尼器性能最简单的力学模型。磁流变弹性体不同于磁流变液,在外加磁场下材料的弹性模量发生变化,具有变刚度机理。本文在传统的 Bingham 模型上再并联一个可变刚度弹簧单元,用来表征磁流变弹性体的弹性模量可调机理,模型示意图如图 3 所示。它的输出力表达式为

$$F = f_y \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + k_0 x \quad (3)$$

式中: $c_0$  代表材料的黏性阻尼系数; $f_y$  为屈服后的阻尼力; $k_0$  代表弹簧单元的刚度系数。改进的 Bingham 模型表达式中第一项为库伦阻尼力,与激励速度的符号相关,通过改变磁流变液的剪切屈服强度控制其大小;第二项黏滞阻尼力,与速度的大小成正比;最后一项为弹簧单元提供的弹性力,与位移大小成正比。本文使用该模型对叠层式

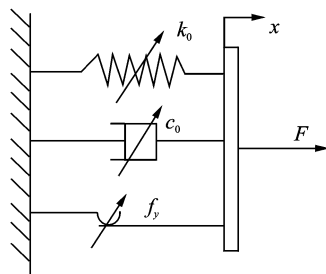


图 3 改进的 Bingham 模型

Fig. 3 Improved Bingham model

磁流变弹性体隔振器进行了动力学建模。

## 2 基于遗传算法的模型参数辨识

Bouc-Wen 模型待辨识的参数有  $A, \alpha, \beta, \gamma, k_0$  和  $c_0$  共 6 个,改进的 Bingham 模型的参数有  $k_0, c_0, f_y$  共 3 个。本文采用擅长多变量优化和全局搜索技术的遗传算法工具箱进行参数辨识。

遗传算法是一种随机搜索、逐渐寻优的算法,其结果具有随机性。对于一个任意的磁流变阻尼器来说,由于模型不存在真实解,也无法判断所识别的参数是否具有全局最优解,因此判断识别准确程度的唯一标准就是仿真结果和实验数据之间的吻合程度,即适应度的函数值<sup>[11]</sup>。本文定义模型的适应度函数为

$$\text{fitnessfunc} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (F_{\text{sim}} - F_{\text{exp}})^2 \quad (4)$$

式中: $m$  为数据量; $F_{\text{sim}}$  为模型仿真值; $F_{\text{exp}}$  为实验数据值。

通过仿真发现,保持其他参数不变的条件下,各参数的单调变化(单调递增或递减)会引起滞回环形状或输出力幅值的单调变化。这种特殊的单调特性使得目标函数足够小,得到的结果就应该在全局最优解附近。基于以上认识,本文采用逐渐缩小参数取值范围的方法来提高识别精度。

## 3 模型识别结果

### 3.1 Bouc-Wen 模型识别结果及性能分析

为了验证模型预测磁流变弹性体输出力性能的准确性,本文识别出在振幅为 8 mm,频率为 4 Hz 的正弦激励下,电流为 2 A 时 Bouc-Wen 模型的一系列参数,如表 1 所示。

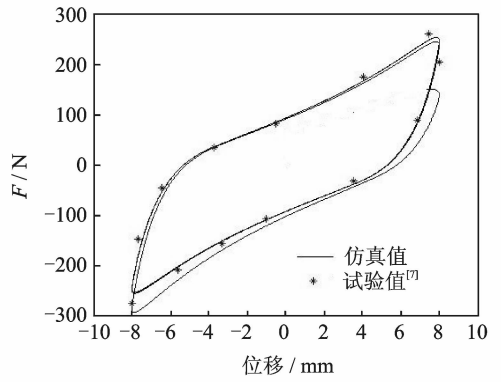
表 1 电流 2 A 下 Bouc-Wen 模型参数

Tab.1 Parameters of Bouc-Wen model under current 2 A

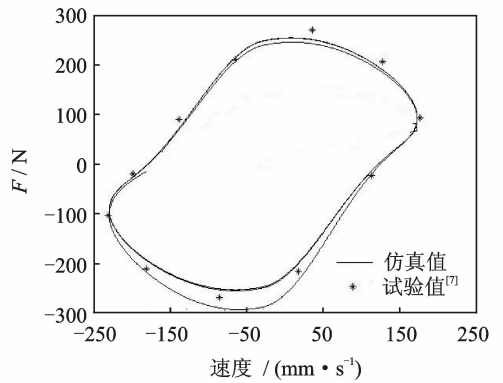
参数	$A$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$c_0 / (\text{N} \cdot (\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	$k_0 / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$
取值	0.62	0.409	0.30	-0.47	0.327	14.5

图 4 给出了参数模型的力-位移及力-速度曲线图。可以看出,本文采用的模型仿真数据与试验数据<sup>[7]</sup>吻合较好。由此可见,本文采用的 Bouc-Wen 参数模型能够表征磁流变弹性体的力学性质,所得到曲线拟合和参数辨识满足要求。

在此基础上本文又对磁流变弹性体隔振器在振幅为 8 mm,频率为 4 Hz 的正弦激励下,电流为 0,1 A 的情况下,对该模型进行了参数识别,参数



(a) Force versus displacement



(b) Force versus velocity

图 4 电流 2 A 下 Bouc-Wen 模型仿真值与试验值<sup>[7]</sup>拟合结果

Fig. 4 Fitting curves between simulation results by Bouc-Wen model and testing results<sup>[7]</sup> under current 2 A

值如表 2 所示。

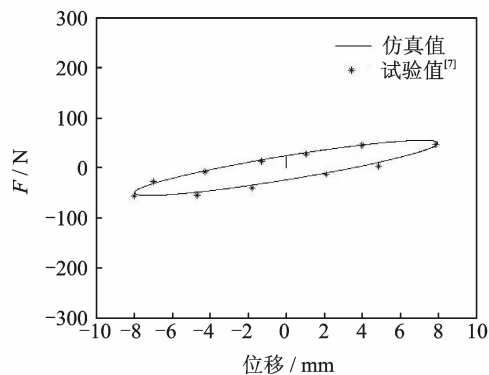
表 2 电流 0,1 A 下 Bouc-Wen 模型参数

Tab.2 Parameters of Bouc-Wen model under currents 0,1 A

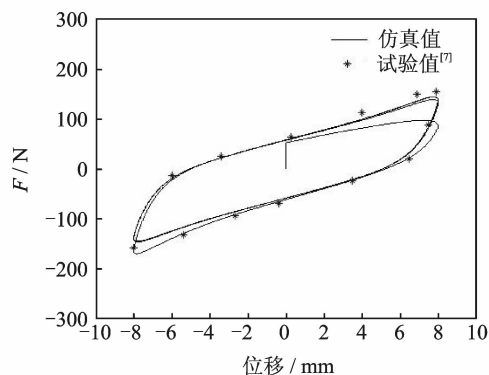
参数	电流/A	
	0	1
$A$	0.134	0.350
$\alpha$	0.99	0.73
$k_0 / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	6.25	10.2
$c_0 / (\text{N} \cdot (\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	0.12	0.26
$\gamma$	-0.47	-0.65
$\beta$	0.245	0.38

在 0,1 A 的电流下,Bouc-Wen 模型力-位移拟合结果如图 5 所示。图中显示,仿真值与试验值<sup>[7]</sup>非常贴近,识别的参数精度满足要求。

根据表 1,2,研究磁流变弹性体隔振器在电流 0,1,2 A 下 Bouc-Wen 模型的各个参数,发现  $A,$



(a) Current 0 A



(b) Current 1 A

图 5 电流 0,1 A 下力-位移曲线 Bouc-Wen 模型仿真值与试验值<sup>[7]</sup>拟合结果

Fig. 5 Fitting curves of force-displacement between simulation results by Bouc-Wen model and testing results<sup>[7]</sup> under currents 0,1 A

$\alpha, k_0, c_0$  这 4 个参数呈线性变化,因此可以估算不同电流下的这 4 个参数的值。但是,Bouc-Wen 模型的参数  $\gamma$  和  $\beta$  的值难以预测,而且模型的物理意义不明确,并由于  $\varepsilon$  项是不可观测的,在控制系统中难以处理,所以该模型适用于试验研究和理论计算分析,在工程应用上缺少通用性。

### 3.2 改进的 Bingham 模型识别结果

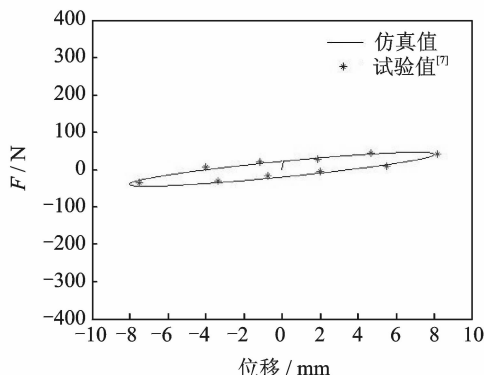
为了验证改进的 Bingham 模型预测磁流变弹性体隔振器出力性能的准确性,本文识别出振动幅值为 8 mm,频率为 2 Hz 的正弦激励下,电流分别为 0,1,2 A 时,改进的 Bingham 模型的参数,如表 3 所示。模型的仿真结果和试验数据<sup>[7]</sup>拟合结果如图 6~8 所示。

由图 6~8 可以看出:由于改进的 Bingham 模型较为简单,该模型仅能够反应磁流变弹性的基本动力学性质;由于磁流变弹性体具有较强的非线性与滞回性,速度-力曲线中低速性能与实际的试验数

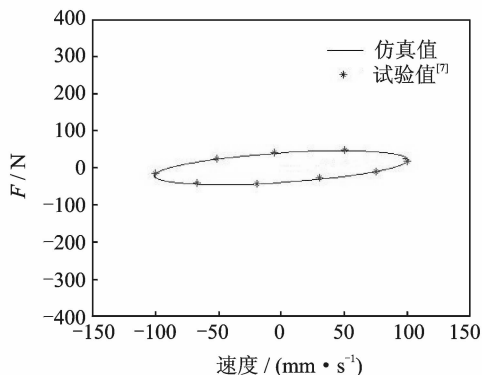
表 3 改进的 Bingham 模型参数

Tab. 3 Parameters of improved Bingham model

参数	电流/A		
	0	1	2
$k_0/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	5.0	14.5	28.0
$c_0/(\text{N} \cdot (\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	0.2	0.5	0.6
$f_y/(\text{N} \cdot (\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})^{-1})$	1	16	36



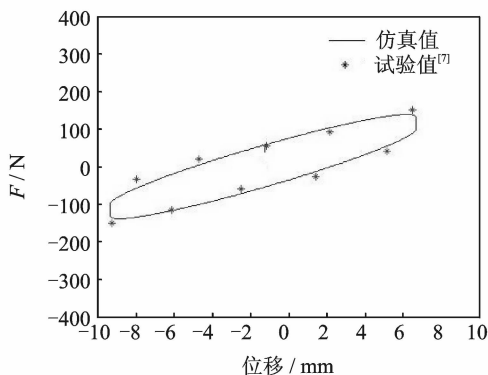
(a) Force versus displacement



(b) Force versus velocity

图 6 电流 0 A 下改进的 Bingham 模型仿真值与试验值<sup>[7]</sup>拟合结果

Fig. 6 Fitting curves between simulation results by improved Bingham model and testing results<sup>[7]</sup> under current 0 A



(a) Force versus displacement

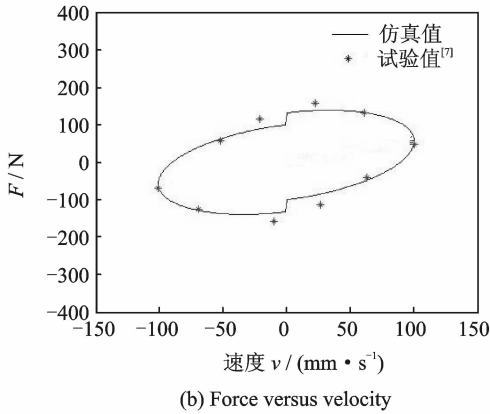
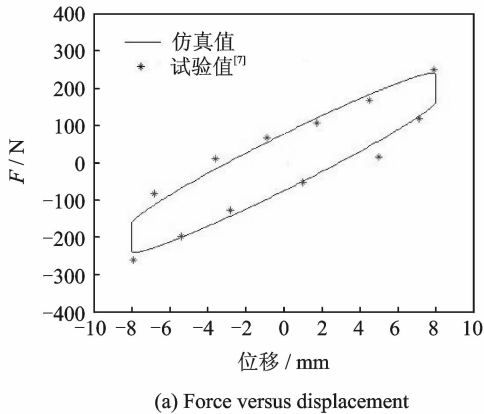
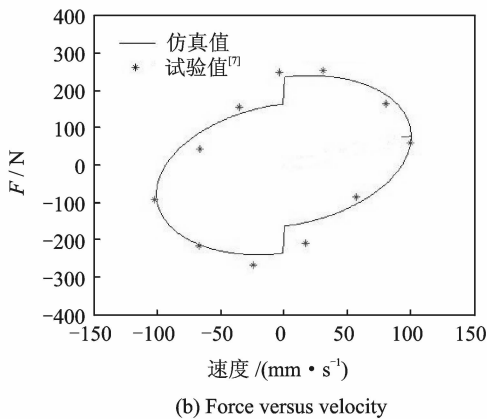


图7 电流1 A下改进的Bingham模型仿真值与试验值<sup>[7]</sup>拟合结果

Fig. 7 Fitting curves between simulation results by improved Bingham model and testing results<sup>[7]</sup> under current 1 A



(a) Force versus displacement



(b) Force versus velocity

图8 电流2 A下改进的Bingham模型仿真值与试验值<sup>[7]</sup>拟合结果

Fig. 8 Fitting curve between simulation results by improved Bingham model and testing results<sup>[7]</sup> under current 2 A

确,更方便用于实际工程中。

## 4 结束语

本文采用 Bou-Wen 模型对一种磁流变弹性体隔振器进行动力学建模,采用遗传算法对 Bou-Wen 模型的参数进行识别,并验证了模型的精度。采用 Bou-Wen 模型的仿真数据和试验数据能够很好地吻合,滞回曲线光滑,但是它的物理意义不明确,并由于  $z$  项是不可观测的,在控制系统中难以处理,所以该模型适用于试验研究和理论计算分析,在工程应用上缺少通用性。

鉴于此,文中根据磁流变弹性体的变刚度特性,提出了一种在传统 Bingham 模型的基础上增加一个弹簧单元的改进模型,并对该模型进行了参数识别。结果显示,该模型结构简单,物理意义明确,方便应用于工程应用中。

## 参考文献:

- [1] 黄龙. 新型可调刚度粘弹性阻尼器的有限元分析和试验研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2013.  
Huang Long. Finite element analysis and experimental study of a novel adjustable stiffness viscoelastic damper[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2013.
- [2] 陈琳. 磁流变弹性体的研制及其力学行为的表征[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.  
Chen Lin. The development and mechanical characterization of magnetorheological elastomers [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014.
- [3] 廖国江. 磁流变弹性体的力学性能及其在振动控制中的应用[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.  
Liao Guojiang. Mechanical property of magnetorheological elastomer and its application in vibration control [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014.
- [4] 欧进萍. 结构振动控制-主动, 半主动和智能控制[M]. 北京: 科学出版社, 2003.  
Ou Jinping. Structural vibration control - active, semi active and intelligent control [M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [5] 刘中良. 磁流变阻尼器动力学模型的建立和数值模拟研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012.  
Liu Zhongliang. Research on establishing new MRD dynamic model and numerical analysis [D]. Changsha: Central South University, 2012.
- [6] Spencer B, Dyke S, Sain M, et al. Phenomenological model of a magnetorheological damper[J]. Journal of

据<sup>[7]</sup>具有较大的差距,尤其在电流较大的情况下,但是改进的Bingham模型结构简单,物理概念明

- Engineering Mechanics, 1997, 123(3):230-238.
- [7] Yang J, Du H, Li W, et al. Experimental study and modeling of a novel magnetorheological elastomer isolator[J]. *Oecologia*, 2013, 22(1):45-54.
- [8] Wen Y K. Equivalent linearization for hysteretic system under random excitation [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(1):150-154.
- [9] Bouc R. Forced vibration of mechanical system with hysteresis[C] // *Proceedings of 4th Conference on Nonlinear Oscillation*. Prague:[s. n.], 1967.
- [10] Stanway R, Sproston J L, Stevens N G. Non-linear modeling of an electrorheological vibration damper [J]. *Journal of Electrostatics*, 1987, 20(2):167-184.
- [11] 王小平, 曹立明. 遗传算法——理论, 应用和软件实现 [M]. 西安:西安交通大学出版社, 2000.
- Wang Xiaoping, Cao Liming. *Genetic algorithm—Theory, application and software implementation* [M]. Xi'an: Xi'an Jiao Tong University Press, 2000.

