

DOI:10.16356/j.1005-2615.2015.06.009

## 基于广义动态尾迹倾转旋翼飞行器数学建模

鲁可<sup>1,2</sup> 刘春生<sup>1</sup> 汪正中<sup>2</sup> 杨永飞<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京, 210016;

2. 中国直升机设计研究所旋翼动力学国家级重点实验室, 景德镇, 333001)

**摘要:** 为了进一步提高倾转旋翼飞行器的建模精度, 采用广义动态尾迹理论建立旋翼的诱导速度模型, 进而建立了旋翼气动力计算模型; 考虑旋翼尾流对机翼的影响, 建立了机翼气动力模型; 考虑旋翼和机翼对其他升力面的气动干扰, 建立相应的气动力计算模型; 最后以 XV-15 倾转旋翼飞行器为例, 对建立的模型进行验证。仿真结果表明: 建立的飞行动力学模型可以很好地反映飞行器的物理特性, 适用于倾转飞行器的飞行动力学研究。

**关键词:** 倾转旋翼飞行器; 飞行动力学; 广义动态尾迹; 气动干扰; 配平

**中图分类号:** V211 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2015)06-0848-08

## Mathematical Modeling for Tilt Rotor Aircraft Based on Generalized Dynamic Wake Theory

Lu Ke<sup>1,2</sup>, Liu Chunsheng<sup>1</sup>, Wang Zhengzhong<sup>2</sup>, Yang Yongfei<sup>2</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics, China Helicopter Research and Development Institute, Jingdezhen, 333001, China)

**Abstract:** To improve the modeling precision of the tilt rotor aircraft, the rotor induce velocity model is set up by using the generalized dynamic wake theory, and then a rotor aerodynamic force calculation model is established. Moreover, considering the effect of the rotor wake on the wing, a wing aerodynamic model is established, and considering the effect of the rotor wake and wing interference on other lifting surfaces, the corresponding aerodynamic calculation model is also established. The XV-15 tilt rotor aircraft is taken as an example to verify the modeling method. The simulation results show that the flight dynamics model can well reflect the physical properties of the aircraft and can be applied to flight dynamics research.

**Key words:** tilt rotor aircraft; flight dynamics; generalized dynamic wake; aerodynamic interference; trim

由于前行桨叶激波和后行桨叶失速的影响, 严重限制了普通直升机的飞行速度。为了突破直升机的飞行速度限制, 倾转旋翼飞行器是一个很好的

解决方案。倾转旋翼飞行器兼顾直升机的悬停和垂直起降性能与固定翼飞机高速飞行的优势, 在军用和民用都有广阔的应用前景。

**基金项目:** 国家高技术研究发展计划(“八六三”计划)(2012AA112201)资助项目; 国家航空科学基金(20115702002)资助项目。

**收稿日期:** 2014-12-09; **修订日期:** 2015-01-06

**通信作者:** 刘春生, 女, 教授, 博士生导师, E-mail: liuchsh@nuaa.edu.cn。

倾转旋翼飞行器具有 3 种飞行模式:悬停和小速度前飞的直升机飞行模式、巡航高速前飞固定翼模式及直升机飞行模式向固定翼飞机飞行模式转换的倾转飞行模式。悬停和小速度飞行时,机翼处于旋翼的尾迹中,旋翼和机翼之间的强烈气动干扰作用产生机翼的向下载荷,这直接影响了飞行器的性能以及有效载荷,随着速度的增加气流逐渐脱离机翼,干扰逐渐消失。过渡飞行过程中由于气动环境更加复杂造成气动力及力矩求解变得更加困难,因此建立倾转旋翼飞行器的飞行动力学数学模型比较困难。国外较早地对倾转旋翼飞行器进行了相应的研究,确定了倾转旋翼飞行器的过渡走廊及飞行包线<sup>[1]</sup>,并分别建立了 Bell 301<sup>[2]</sup>及 XV-15<sup>[3]</sup>的数学模型,文献[2]给出了 Bell 301 的建模过程,其中建模方法以半经验方法为主,旋翼气动力计算不够精确,文献[3]给出了 XV-15 的建模过程,由于该模型主要是用于控制增稳系统设计,在飞行力学建模方面考虑得较少,建模精度较差。国内的倾转旋翼飞行器的研究起步较晚但也有一定成果,李春华等用自由尾迹方法分析了机翼的向下载荷<sup>[4]</sup>和小速度时的旋翼尾迹形状<sup>[5]</sup>,但计算方法复杂、耗时大实时性差,不适合用于飞行动力学模型的计算。曹芸芸等利用半经验算法建立了倾转旋翼机气动干扰模型<sup>[6]</sup>,并讨论了过渡状态的操纵策略和配平方法<sup>[7]</sup>,给出了倾转旋翼飞行器的飞行包线<sup>[8]</sup>。文献[9]给出了倾转旋翼飞行器飞行动力学建模的过程,利用动态入流模型计算旋翼的气动力和力矩,取得了较好的效果。本文利用广义动态尾迹理论计算旋翼气动力及力矩以进一步提高计算精度,采用半经验方法建立机翼干扰模型计算机翼载荷,最后建立了倾转旋翼飞行器飞行动力学模型并将配平计算结果与相关数据进行对比分析。

## 1 旋翼气动力及力矩计算

倾转旋翼飞行器旋翼桨叶和普通直升机旋翼桨叶差别较大,比如 XV-15 的桨叶负扭转达到了 40°,这远大于普通直升机的桨叶。常规的计算方法会造成比较大的计算误差,为进一步提高计算精度本文采用广义动态尾迹方法计算入流及气动力和气动力矩<sup>[10-11]</sup>。由 He & Peters 等发展的广义动态尾迹理论(GDWT)是一种适合于旋翼气动分析的理论,它不仅具有良好的分析精度,而且相对

于自由尾迹模型和 CFD 方法而言具有更高的计算效率。

### 1.1 广义动态尾迹理论

广义动态尾迹理论是建立在势流函数基础之上。对于不可压势流,流场内诱导速度分量满足连续方程和动量方程

$$q_{i,i} = 0 \quad (1)$$

$$V_{\infty} q_{i,\xi} - q_{i,0} = \Phi_{,i} \quad (2)$$

式中: $q_i$  和  $q_{i,0}$  分别为扰动速度分量及其时间导数; $q_{i,i}$  表示扰动速度分量在其方向的导数; $V_{\infty}$  表示无穷远处来流速度; $q_{i,\xi}$  表示沿自由来流方向的导数; $\Phi$  表示压力。

由式(2)得出,空间中的压力分布由两部分组成:自由来流方向上的速度梯度和当地不稳定的流场。现将压力分成两个部分

$$\Phi_{,i} = \Phi_{,i}^V + \Phi_{,i}^A \quad (3)$$

定义

$$\Phi_{,i}^V = V_{\infty} q_{i,\xi} \quad (4)$$

$$\Phi_{,i}^A = -\dot{q}_i \quad (5)$$

函数  $\Phi$  满足 Laplace 方程并且可分离成  $\Phi^V$  和  $\Phi^A$  两部分,且每一分量均满足 Laplace 方程<sup>[11]</sup>,可得到

$$\Phi_{,ii} = \Phi_{,ii}^V = \Phi_{,ii}^A = 0 \quad (6)$$

通过分离变量法进行求解,其解的形式在椭圆坐标系中可以表达成

$$\Phi(v, \eta, \bar{\varphi}, \bar{t}) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} P_n^m(v) Q_n^m(i\eta) [C_n^m(\bar{t}) \times \cos(m\bar{\varphi}) + D_n^m(\bar{t}) \sin(m\bar{\varphi})] \quad (7)$$

式中: $P_n^m(v)$  和  $Q_n^m(i\eta)$  分别为第一类和第二类勒让德函数; $C_n^m$  和  $D_n^m$  为要确定的系数; $v, \eta$  和  $\bar{\varphi}$  为椭圆坐标系坐标。

在椭圆坐标系中,在桨盘平面处存在以下关系成立: $\eta=0, v=\sqrt{1-r^2}$ ,且坐标  $v$  在桨盘上和桨盘下符号相反,因此桨盘平面上下表面的压力差可以用式(8)表示

$$\Delta P(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{t}) = -2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} P_n^m(v) Q_n^m(i0) \times [C_n^m(\bar{t}) \cos(m\bar{\varphi}) + D_n^m(\bar{t}) \sin(m\bar{\varphi})] \quad (8)$$

为了后续方便计算将式(8)变换成式(9)

$$\Delta P(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{t}) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} \bar{P}_n^m(v) \times [\tau_n^{mc}(\bar{t}) \cos(m\bar{\varphi}) + \tau_n^{ms}(\bar{t}) \sin(m\bar{\varphi})] \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{P}_n^m(\nu) = (-1)^m \frac{P_n^m(\nu)}{\rho_n^m} \\ (\rho_n^m)^2 = \frac{1}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \\ \tau_n^{mc} = (-1)^{m+1} 2Q_n^m(i0) \rho_n^m C_n^m \\ \tau_n^{ms} = (-1)^{m+1} 2Q_n^m(i0) \rho_n^m D_n^m \end{cases} \quad (10)$$

按照式(10)中的定义,式(7)可以变换成

$$\Phi(\nu, \eta, \bar{\varphi}, \bar{t}) = -\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} \bar{P}_n^m(\nu) \times \bar{Q}_n^m(i\eta) [\tau_n^{mc}(\bar{t}) \cos(m\bar{\varphi}) + \tau_n^{ms}(\bar{t}) \sin(m\bar{\varphi})] \quad (11)$$

由于 $\Phi$ 的每一个分量都满足 Laplace 方程,所以每个分量可以由下面的表达式描述

$$\Phi^V = -\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} \bar{P}_n^m(\nu) \bar{Q}_n^m(i\eta) [(\tau_n^{mc})^V \times \cos(m\bar{\varphi}) + (\tau_n^{ms})^V \sin(m\bar{\varphi})] \quad (12)$$

$$\Phi^A = -\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m+1, m+3, \dots}^{\infty} \bar{P}_n^m(\nu) \bar{Q}_n^m(i\eta) [(\tau_n^{mc})^A \times \cos(m\bar{\varphi}) + (\tau_n^{ms})^A \sin(m\bar{\varphi})] \quad (13)$$

由 $\Phi^V$ 和 $\Phi^A$ 的定义,建立桨盘平面内诱导速度和势函数的关系

$$\begin{cases} \omega = -\frac{1}{V_\infty} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi^V}{\partial z} d\xi = L[\Phi^V] \end{cases} \quad (14a)$$

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\partial \Phi^V}{\partial z} \Big|_{\eta=0} = E[\Phi^A] \end{cases} \quad (14b)$$

式中: $L$ 和 $E$ 分别积分和微分线性算子。

将式(14)代入方程(3),得到时域中的诱导速度方程为

$$\mathbf{E}^{-1} \left[ \frac{d\omega}{dt} \right] + \mathbf{L}^{-1} [\omega] = \Phi^V + \Phi^A \quad (15)$$

诱导入流在桨尖轨迹平面的分布可以用方位角谐波函数和半径型函数的组合形式表达

$$\omega(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{t}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{j=r+1, l+3, \dots}^{\infty} \phi_j^r(\bar{r}) [\alpha_j^r(\bar{t}) \cos(l\bar{\varphi}) + \beta_j^r(\bar{t}) \sin(l\bar{\varphi})] \quad (16)$$

式中: $r$ 表示谐波次数; $j$ 为型函数的阶次; $\bar{r}$ 代表桨叶径向位置; $\bar{\varphi}$ 为方位角; $\phi_j^r(\bar{r})$ 为径向型函数; $\alpha_j^r(\bar{t})$ 和 $\beta_j^r(\bar{t})$ 表示入流模型中的状态变量。

$$\phi_j^r(\bar{r}) \equiv \frac{1}{\nu} \bar{P}_j^r(\nu) \quad (17)$$

利用式(6,7,16)将式(15)以矩阵形式表达如下

$$[\mathbf{M}^C] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\alpha_j^r\} \\ \vdots \end{Bmatrix} + [\mathbf{L}^C]^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\alpha_j^r\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\tau_n^{mc}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$[\mathbf{M}^S] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\beta_j^l\} \\ \vdots \end{Bmatrix} + [\mathbf{L}^S]^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\beta_j^l\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\tau_n^{ms}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (19)$$

式(18,19)左边第一项系数 $\mathbf{M}$ 称为质量矩阵,第二项中的 $\mathbf{L}$ 称为影响系数矩阵,方程右边的 $\tau_n^m$ 称为力函数。下面给出这3项的求解方法。

## 1.2 质量矩阵

椭圆坐标系和几何坐标系存在以下关系

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{\nu^2 + \eta^2} [\eta(1 - \nu^2) \frac{\partial}{\partial \nu} + \nu(1 + \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta}] \quad (20)$$

在桨盘平面处,有以下等式成立

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{\nu} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (21)$$

将 $\Phi^A$ 方程(13)、诱导速度表达式(16)和坐标变换式(21)代入(14b),得到如下关系

$$\alpha_n^m * = -\frac{dQ_n^m(i\eta)}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{1}{2} (\tau_n^{mc})^A \quad (22)$$

$$\beta_n^m * = -\frac{dQ_n^m(i\eta)}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{1}{2} (\tau_n^{ms})^A \quad (23)$$

其中

$$\begin{cases} (K_n^m)^{-1} \equiv -\frac{dQ_n^m(i\eta)}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{\pi}{2} (H_n^m)^{-1} \\ H_n^m = \frac{(n+m-1)!! (n-m-1)!!}{(n+m)} \end{cases} \quad (24)$$

由此可以得到质量矩阵为

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & K_n^m & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

## 1.3 影响系数矩阵

将势函数 $\Phi^V$ 表达式(12)和诱导速度表达式(16)代入式(14a),并利用勒让德多项式正交性做化简,得到

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\beta_j^l\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{V_\infty} \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots & [\hat{L}_n^{lm}]^c & \dots \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \frac{1}{2} \{\tau_n^{mc}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\alpha_j^l\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{V_\infty} \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots & [\hat{L}_n^{lm}]^s & \dots \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \frac{1}{2} \{\tau_n^{ms}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (26)$$

由此可获得 $\mathbf{L}$ 矩阵的一种表达形式。

$$\hat{L}_{jn}^{0mc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{P}_j^0(\nu_0) \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial z} [\bar{P}_n^m(\nu) \bar{Q}_n^m(i\eta)] \times$$

$$\cos(m\bar{\varphi})d\xi d\nu_0 d\varphi \quad (27)$$

$$\hat{L}_{jn}^{mc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{P}_j^0(\nu_0) \cos(r\varphi) \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial z} [\bar{P}_n^m(\nu) \bar{Q}_n^m(i\eta)] \times \cos(m\bar{\varphi}) d\xi d\nu_0 d\varphi \quad (28)$$

$$\hat{L}_{jn}^{ms} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{P}_j^0(\nu_0) \sin(r\varphi) \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial z} [\bar{P}_n^m(\nu) \times \bar{Q}_n^m(i\eta)] \sin(m\bar{\varphi}) d\xi d\nu_0 d\varphi \quad (29)$$

为了便于计算,现在将 $[\hat{L}]$ 进行归一化

$$[\tilde{L}] = \bar{B}^{-1} [\hat{L}] \quad (30)$$

式中

$$\bar{B}_{jn}^r = \int_0^1 \bar{P}_n^r(\nu) \frac{1}{\nu} \bar{P}_j^r(\nu) d\nu$$

至此,得到最终计算方程

$$[\mathbf{M}] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\alpha_j^r\} \\ \vdots \end{Bmatrix}^* + V[\tilde{L}^c]^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\alpha_j^c\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\tau_n^{mc}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$[\mathbf{M}] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\beta_j^r\} \\ \vdots \end{Bmatrix}^* + V[\tilde{L}^s]^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\beta_j^s\} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \{\tau_n^{ms}\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (32)$$

#### 1.4 力函数

求解方程式,需要将入流模型与升力模型耦合,即需要将力函数 $\tau_n^{mc}$ 和 $\tau_n^{ms}$ 与桨叶升力 $L_q$ 建立联系

$$\tau_n^{0c} = \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^K \left[ \int_0^1 \frac{L_q}{\rho\Omega^2 R^3} \phi_n^0(\bar{r}) d\bar{r} \right] \quad (33)$$

$$\tau_n^{mc} = \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^K \left[ \int_0^1 \frac{L_q}{\rho\Omega^2 R^3} \phi_n^m(\bar{r}) d\bar{r} \right] \cos(m\phi_q) \quad (34)$$

$$\tau_n^{ms} = \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^K \left[ \int_0^1 \frac{L_q}{\rho\Omega^2 R^3} \phi_n^m(\bar{r}) d\bar{r} \right] \sin(m\phi_q) \quad (35)$$

式中: $K$ 为叶片数。环量升力 $L_q$ 可以表示为

$$\frac{L_q(\bar{r}, \phi_q, \bar{t})}{\rho\Omega^2 R^3} = \frac{1}{2} a\bar{c}(\bar{r} + \mu \sin\phi_q)^2 \left\{ \theta_q - \frac{[\tau(\bar{r}, \phi_q, \bar{t}) + \lambda_f]}{(\bar{r} + \mu \sin\phi_q)} \right\} \quad (36)$$

式中: $\theta_q$ 为第 $q$ 片桨叶的变距角。拉力系数,力矩系数和力函数有以下关系

$$\begin{cases} C_T = \frac{2}{\sqrt{3}} \tau_1^{0c} \\ C_L = -\sqrt{\frac{2}{15}} \tau_2^{1s} \\ C_M = -\sqrt{\frac{2}{15}} \tau_2^{1c} \end{cases} \quad (37)$$

## 2 机翼及干扰模型

由于倾转旋翼两端安装了两副可以倾转的旋

翼,这种构型使得旋翼和机翼之间的气动干扰作用十分复杂,尤其是悬停及小速度前飞时,旋翼的气流会直接作用于机翼表面,产生较大的下洗载荷,悬停时机翼的下洗载荷能达到旋翼拉力的10%~15%<sup>[12]</sup>,直接影响悬停性能和有效载荷。

为考虑机翼受旋翼尾流的影响,将机翼的气动力建模分为两个部分:一部分是受旋翼尾流影响的机翼气动力,另一部分是不受旋翼尾流影响的机翼气动力<sup>[2,7]</sup>。机翼的气动力可以表示为两者的叠加,即

$$F_w = F_{wss} + F_{wfs} \quad (38)$$

式中: $wss, wfs$ 分别表示机翼受旋翼尾流和不受旋翼尾流影响的部分。

受旋翼尾流影响部分的气动力计算分为干扰面积计算和机翼实际迎角计算两部分<sup>[2,6]</sup>。干扰面积和飞机的速度及短舱的倾转角 $i_n$ 有关<sup>[2]</sup>,也可以按照下面的经验公式进行计算<sup>[13]</sup>

$$S_{wss} = S_{ssmax} \left[ \sin 1.386 \left( \frac{\pi}{2} - i_n \right) + \cos 3.114 \left( \frac{\pi}{2} - i_n \right) \right] \frac{\mu_{max} - \mu}{\mu_{max}} \quad (39)$$

受旋翼尾流作用部分的机翼速度为

$$\begin{bmatrix} v_{x,wss} \\ v_{y,wss} \\ v_{z,wss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_i v_i \sin i_n \\ \eta_i v_i \cos i_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

式中: $v_i$ 为旋翼平均诱导速度; $\eta_i$ 为诱导速度影响系数,这里取值为1.6<sup>[2]</sup>。

受旋翼尾流影响部分的当地迎角为

$$\alpha_{wss} = \arctan \left( \frac{v_{y,wss}}{v_{x,wss}} \right) \quad (41)$$

受旋翼尾流作用部分的力和力矩为

$$\begin{cases} D_{wss} = q_{wss} S_{wss} C_{D,\alpha_{wss}} \\ L_{wss} = q_{wss} S_{wss} C_{L,\alpha_{wss}} \\ M_{wss} = q_{wss} S_{wss} b C_{M,\alpha_{wss}} \end{cases} \quad (42)$$

式中: $q_{wss}$ 为受旋翼尾流影响部分的机翼动压; $b$ 为机翼展长; $S_{wss}$ 为计算面积, $C_{D,wss}$   $C_{L,wss}$   $C_{M,wss}$ 为机翼阻力、升力和俯仰力矩系数。

不受旋翼尾流影响的机翼部分,计算方法和上面相同,只是当地迎角不同,去掉了旋翼尾流的影响。在计算机翼气动力时还要考虑襟副翼的影响<sup>[3]</sup>,最后经过坐标变换将机翼上的气动力从风轴系转换到体轴系上以方便后续的分析。

### 3 其他升力面气动力模型

#### 3.1 机身气动模型

机身的气动力计算一般需要通过风洞实验进行确定。气动力和力矩一般认为是迎角和侧滑角的函数。因此倾转旋翼飞行器在风轴系下机身的气动力和力矩可以通过式(43)进行计算

$$\begin{cases} D_f = q_f S_f C_{D_f} \\ L_f = q_f S_f C_{L_f} \\ M_f = q_f S_f l_f C_{M_f} \end{cases} \quad (43)$$

式中:  $C_{D_f}$ ,  $C_{L_f}$ ,  $C_{M_f}$  分别为机身阻力系数、升力系数及力矩系数。

#### 3.2 平尾气动模型

由于受到旋翼尾流和机翼下洗的影响,平尾受到的干扰也相当严重。旋翼尾迹在平尾处的速度为

$$v_{ih} = [c_0 + c_1 i_n + c_2 i_n (c_3 V_x + c_4 i_n + c_5)^2] v_i \quad (44)$$

式中:  $v_i$  为旋翼平均诱导速度; 常系数  $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$  由吹风实验得到<sup>[2]</sup>。

平尾处的速度为

$$\begin{cases} V_{xh} = V_x + v_{ih} \cos i_n \\ V_{yh} = V_y + v_{ih} \sin i_n \end{cases} \quad (45)$$

机翼对平尾的下洗角可以按照文献[3]中实验数据进行插值处理。综合考虑旋翼尾迹和机翼的下洗影响可以计算出平尾的气动力。

#### 3.3 垂尾气动模型

垂尾处的动压和有效迎角受机身阻塞效益、发动机短舱倾角、旋翼尾迹等影响。垂尾处的空气速度、侧滑角和动压可以由式(46~48)求出

$$\begin{cases} V_{x,v} \\ V_{y,v} \\ V_{z,v} \end{cases} = \begin{cases} V_x + v_{iv} \cos i_n \\ V_y + v_{iv} \sin i_n \\ V_z \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 & z_{cr} & -y_{cr} \\ -z_{cr} & 0 & x_{cr} \\ y_{cr} & -x_{cr} & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{cases} \quad (46)$$

$$\beta_v = \arctan(V_{z,v} / \sqrt{V_{x,v}^2 + V_{y,v}^2}) \quad (47)$$

$$q_v = \frac{1}{2} \rho (V_{x,v}^2 + V_{y,v}^2 + V_{z,v}^2) \quad (48)$$

垂尾的侧向力系数  $C_{Z_v}$  和阻力系数  $C_{D_v}$  由风

洞实验得到,垂尾面积为  $S_v$ ,则垂尾上的气动力为

$$\begin{cases} Z_v = q_v S_v C_{Z_v}(\beta_v, \delta_r) \\ D_v = q_v S_v C_{D_v}(\beta_v, \delta_r) \end{cases} \quad (49)$$

### 4 动力学模型配平与验证

配平计算就是根据平衡条件确定倾转旋翼飞行器稳定飞行所需要的操纵量和飞行器的飞行姿态角。在飞行器配平的基础上,可以进行飞行品质分析并为动态响应计算提供初始值。配平结果也是验证飞行动力学模型准确性的一个重要依据。

配平分析时倾转旋翼飞行器在空中做定常直线平飞,飞行器的角速度、角加速度和线加速为零,即

$$\begin{cases} \omega_x = \omega_y = \omega_z = 0 \\ \dot{\omega}_x = \dot{\omega}_y = \dot{\omega}_z = 0 \\ \dot{V}_x = \dot{V}_y = \dot{V}_z = 0 \end{cases} \quad (50)$$

本文采用 MATLAB 中优化软件包进行配平计算并将计算结果与 GTRS 模型结果和文献[3]的结果进行对比。GTRS 模型是由 NASA 和 STI 公司开发的倾转旋翼飞行器飞行仿真模型,已经经过飞行数据进行了验证,数据可靠。

现在选取直升机模式、短舱前倾  $15^\circ$ 、短舱前倾  $30^\circ$  及短舱前倾  $60^\circ$  四组状态进行对比。结果如图 1~8 所示,从计算结果分析,本文采用方法计算结果更加接近 GTRS 模型,精度有所提升。

#### 4.1 直升机模式

图 1 为直升机模式下不同飞行速度时旋翼配平总距,从图中看出本文所建立的模型在配平总距上更加接近 GTRS 模型,尤其是悬停时,文献[3]由于没有考虑旋翼的下洗载荷造成数据差别较大。图 2 为直升机模式下不同速度配平的机身俯仰角,

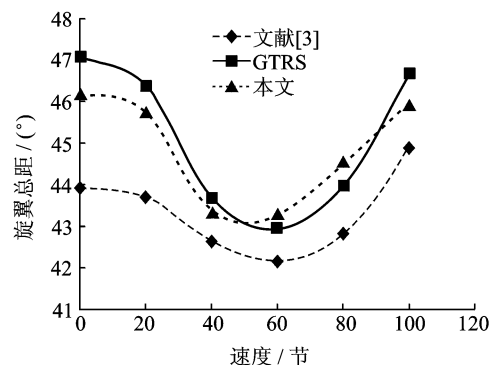


图 1 直升机模式配平总距

Fig. 1 Trimmed collective pitch of helicopter model

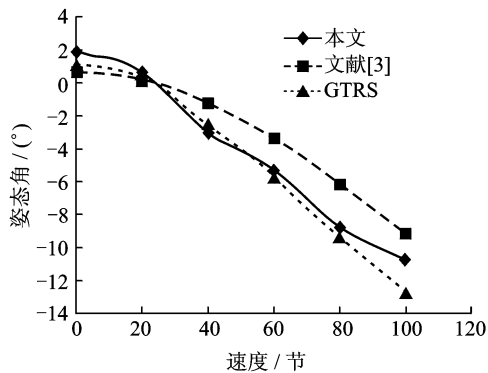


图 2 直升机模式配平姿态角

Fig. 2 Trimmed attitude angle of helicopter model

由于本文建模考虑了旋翼对机翼的下洗影响、旋翼对尾翼的下洗影响及机翼对尾翼的下洗影响,在整个直升机飞行包线内姿态角的配平值和 GTRS 模型均比较相近。

### 4.2 倾转 15°

图 3 为短舱前倾 15° 过渡飞行模式下不同飞行速度时旋翼配平总距,随着速度的增加旋翼尾流逐渐偏离机翼表面,3 种模型的总距配平值相差不大,随着速度的增加,入流增加,文献[3]线性入流模型开始出现偏差,本文模型和 GTRS 模型吻合较好。图 4 为短舱前倾 15° 过渡飞行模式下不同飞行速度时配平姿态角,从图中看出 3 种模型在姿态角的变化趋势上一致,高速段本文模型更为精确,这是因为本文建立的飞行力学模型考虑了机翼对尾翼的下洗影响及旋翼对尾翼的下洗影响,这种影响在高速段表现得更为明显。

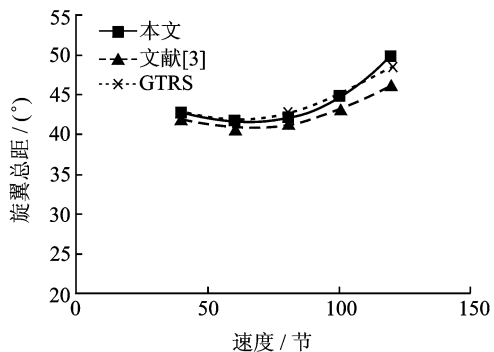


图 3 短舱前倾 15° 配平总距

Fig. 3 Trimmed collective pitch of 15° nacelle forward model

### 4.3 倾转 30°

图 5 为短舱前倾 30° 过渡飞行模式下不同飞行速度时旋翼配平总距,3 种模型变化趋势相同,从

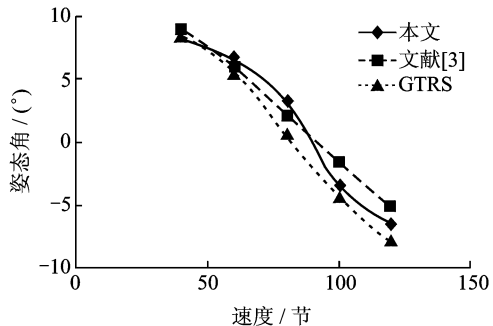


图 4 短舱前倾 15° 配平姿态角

Fig. 4 Trimmed attitude angle of 15° nacelle forward model

量值上看,本文模型和 GTRS 模型更为接近。图 6 为短舱前倾 30° 过渡飞行模式下不同飞行速度时配平姿态角,从图中看出,3 种模型在姿态角的变化趋势上一致,考虑了旋翼/尾翼干扰及机翼/尾翼干扰的本文模型更加接近真实情况。

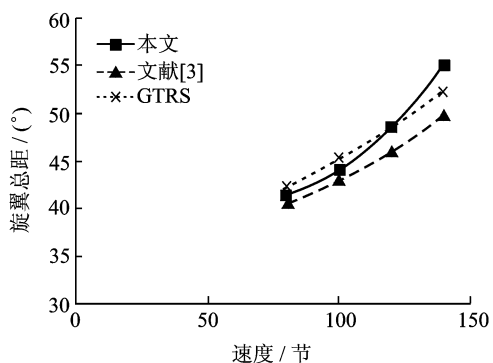


图 5 短舱前倾 30° 配平总距

Fig. 5 Trimmed collective pitch of 30° nacelle forward model

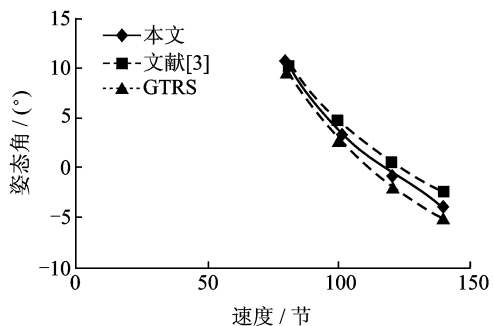


图 6 短舱前倾 30° 配平姿态角

Fig. 6 Trimmed attitude angle of 30° nacelle forward model

### 4.4 倾转 60°

图 7 为短舱前倾 60° 过渡飞行模式下不同飞行

速度时旋翼配平总距,3种模型变化趋势相同,从量值上看,3种模型相差不大。图8为短舱前倾 $30^\circ$ 过渡飞行模式下不同飞行速度时配平姿态角,从图中看出,3种模型在姿态角的变化趋势上一致,考虑了旋翼/尾翼干扰及机翼/尾翼干扰的本文模型和GTRS模型更为接近。

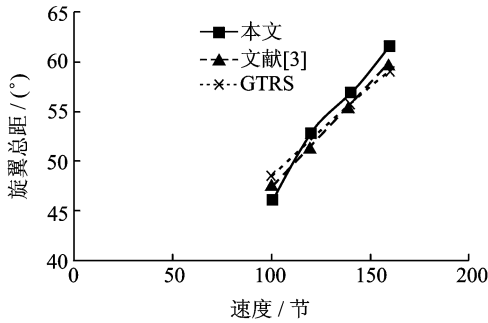


图7 短舱前倾 $60^\circ$ 配平总距

Fig. 7 Trimmed collective pitch of  $60^\circ$  nacelle forward model

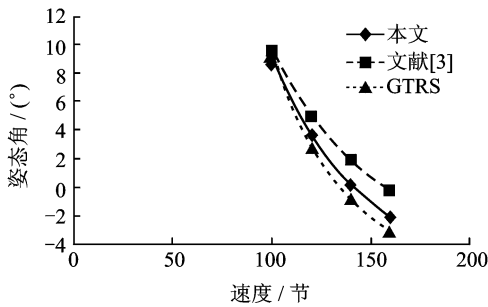


图8 短舱前倾 $60^\circ$ 配平姿态角

Fig. 8 Trimmed attitude angle of  $60^\circ$  nacelle forward model

通过对3种模型过渡过程中的配平数据进行对比分析,本文所建立的飞行动力学模型旋翼配平总距在中低速段相比文献[3]更为准确,在高速段数值相差不大,但有偏大的趋势。考虑了旋翼/尾翼干扰及机翼/尾翼干扰的本文模型在配平姿态角方面较文献[3]更为准确。

## 5 结束语

本文采用广义动态尾迹模型建立机翼的诱导速度模型,并建立了旋翼的非定常气动力模型。考虑旋翼尾流的气动干扰建立了机翼的气动力模型,并建立了其他升力面气动力计算模型,建立了倾转旋翼飞行器六自由度非线性动力学数学模型;最后以GTRS模型的数据对建立的数学模型进行验证。

整个倾转旋翼飞行动力学建模相当复杂,需要考虑的因素很多,总体思路可以总结为以下方面:旋翼气动力建模部分,采用广义动态尾迹理论建立旋翼诱导速度和力函数之间的函数关系,求取质量矩阵及影响系数矩阵,至此旋翼气动力数学方程封闭;其他升力面借助风洞实验数据,通过相应的坐标变换建立气动力计算模型。最终建立六自由度非线性飞行动力学模型。

通过仿真验证,结果表明建立的飞行动力学模型可以很好地反映飞行器的物理特性,适用于倾转飞行器的飞行动力学研究。倾转旋翼飞行器的飞行品质及飞行控制系统设计等将是下一步的研究内容。

## 参考文献:

- [1] Masiel M D, Giulianetti D J. The history of the XV-15 tilt rotor aircraft: From concept to flight [R]. NASA SP-2000-4517, 2000.
- [2] Harendra P B, Joglekar M J. A mathematical model for real time flight simulation of the Bell model 301 tilt rotor research aircraft [R]. NASA CR-114614, 1973.
- [3] Kleinhesselink K M. Stability and control modeling of tiltrotor aircraft [D]. Maryland: University of Maryland, College Park, 2007.
- [4] 李春华, 黄水林, 徐国华. 倾转旋翼机机翼向下载荷的计算方法及参数影响分析[J]. 实验流体力学, 2007, 21(1): 13-18.  
Li Chunhua, Huang Shuilin, Xu Guohua. Calculated method and parametric effect investigation of wing download of tiltrotor aircraft [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2007, 21(1): 13-18.
- [5] 李春华, 徐国华. 悬停和前飞状态倾转旋翼机的旋翼自由尾迹计算方法[J]. 空气动力学学报, 2005, 23(2): 152-156.  
Li Chunhua, Xu Guohua. The rotor free-wake analytical method for tiltrotor aircraft in hover and forward flight [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2005, 23(2): 152-156.
- [6] 曹芸芸, 陈仁良. 倾转旋翼飞行器旋翼对机翼向下载荷计算模型[J]. 航空动力学报, 2011, 26(2): 468-474.  
Cao Yunyun, Chen Renliang. Mathematical model for calculating wing download of tiltrotor aircraft [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 468-474.

- [7] 曹芸芸,陈仁良. 倾转旋翼飞行器的操纵策略和配平方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(1): 6-10.  
Cao Yunyun, Chen Renliang. Control strategy for tilt-rotor aircraft trimming in steady level flight[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(1): 6-10.
- [8] 曹芸芸,陈仁良. 倾转旋翼飞行器发动机短舱倾转角度-速度包线分析[J]. 航空动力学报, 2011, 26(10): 2174-2180.  
Cao Yunyun, Chen Renliang. Investigation on nacelle conversion envelope analysis method of tiltrotor aircraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(10): 2174-2180.
- [9] 曹芸芸. 倾转旋翼飞行器飞行动力学数学建模方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2012.  
Cao Yunyun. Research on mathematical modeling method for tilt rotor aircraft flight dynamics[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [10] He Chengjian. Development and application of a generalized dynamic wake theory for lifting rotors[D]. Georgia: Georgia Institute of Technology, 1989.
- [11] Peters D A, He Chengjian. Finite state induced flow models part II: Three dimensional rotor disk[J]. Journal of Aircraft, 1995, 32(2): 323-333.
- [12] McCroskey W J, Spalart P R. Air loads on bluff bodies with application to the rotor induced downloads on tilt rotor aircraft[J]. Vertica, 1985, 9(1): 1-11.
- [13] Carlson E B, Zhao Y Y, Robert T N. Optimal tilt rotor runway operations in one engine inoperative [R]. AIAA-99-3961, 1999.



