

DOI:10.16356/j.1005-2615.2015.02.018

## 吊挂物为刚体模型的直升机外吊挂飞行 平衡与稳定性分析

王照瑞 曹义华

(北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京,100191)

**摘要:**基于外吊挂刚体假设,建立直升机-刚体吊挂耦合非线性动力学模型,刚体模型的外吊挂引入了额外的自由度和额外约束,使原来的 9 阶直升机非线性动力学方程增加到 19 阶,并通过小扰动假设进行线性化。利用延拓方法对直升机-刚体吊挂系统在不同的飞行速度下进行配平,与直升机单体飞行的实验数据以及直升机-质点吊挂系统的计算结果进行对比,分析带刚体外吊挂的直升机与无吊挂和质点吊挂模型平衡状态的差别。采用差分法计算刚体吊挂假设下直升机的运动模态,并分析加入外吊挂后对直升机稳定性的影响。结果表明,刚体外吊挂给系统引入 5 个新的运动模态,其中吊索摆动的两个运动模态是稳定的,而吊挂姿态运动的 3 个运动模态不稳定,同时吊挂的引入使得直升机运动的短周期模态和滚转模态变得不稳定,严重影响了直升机的飞行品质。

**关键词:**直升机;刚体吊挂;配平;稳定性;模态

中图分类号:V211.3

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2015)02-0296-08

## Equilibrium Characteristics and Stability Analysis of Helicopter with Rigid-Body Modeling Slung-Load

Wang Zhaorui, Cao Yihua

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing, 100191, China)

**Abstract:** Based on rigid-body modeling slung-load hypothesis, a nonlinear dynamics model of the helicopter with slung-load coupling system is presented, and the rigid-body modeling slung-load brings in extra degrees of freedom and constraints, which makes the nonlinear equations of helicopter motion increase from 9 orders to 19 orders. The nonlinear equations are linearized by small perturbation hypothesis and trimmed by continuation. Then the trimmed results are compared with the experimental data of helicopter flight and the calculation results of helicopter with mass-point modeling slung-load. The motion modes of helicopter with rigid-body modeling slung-load hypothesis are calculated with difference method, and the impact on stability of helicopter by extra slung-load is analyzed at the same time. Results show that the rigid-slung-load adds five new motion modes to the system, two of which about sling swinging are stable, three of which about slung-load attitude motion are unstable. Meanwhile, the introduction of slung-load makes the short period mode and the roll mode of helicopter unstable, which has a strong impact on the flight quality of helicopter.

**Key words:** helicopter; rigid-body modeling slung-load; trim; stability; mode

直升机的一个特性就是能够通过绳索运输比较笨重的货物,这种能力在许多方面有着重要的应

用,但是吊挂运输的可操作性受困于系统的稳定性和操纵性问题,对直升机和吊挂系统而言,为了解决这些问题选择一个好的动力学模型是必要的,因此本文对直升机吊挂模型的建模、配平和稳定性分析进行了详细的研究。

国外对直升机外吊挂的研究起步较早,而且成果丰硕。1965年,文献[1]首次展开了直升机吊挂飞行自动控制问题的研究,其吊挂物的动力学模型基于拉格朗日方程。1973年,Polj<sup>[2-3]</sup>等人开展了单点吊挂形式下的直升机吊挂飞行稳定性研究,考虑了集装箱和圆柱体两种吊挂外形,给出了吊挂气动模型,对吊挂的动力学方程进行了小扰动线性化处理并带入数据进行分析,采用经典的 Rououth-Hurwitz 判据进行稳定性判断。1980年, Maryland 大学 Sampath 的博士论文<sup>[4]</sup>中,完成了纵列式直升机吊挂飞行的建模、仿真以及吊挂风洞实验等工作。1986年,Ronen<sup>[5-6]</sup>等人用一种新的思路以3种不同的单点吊挂形式对直升机吊挂进行建模,模型的推导过程和数值处理都在一定程度上得到了简化,其推导出完整的非线性动力学模型,然后进行小扰动线性化处理,并带入气动导数数据得到线性化模型。从1990年开始,直升机吊挂飞行研究工作的系统性、多样性和集成性有了很大的加强,Cicolani 团队工作的深度、广度和时间跨度都堪称本领域之最,文献[7]中建立了一般吊挂形式的通用飞行动力学模型,考虑了十几种不同的吊挂构型,其建模过程的广义坐标的选取方法也非常巧妙。2001年,文献[8]提出了一个基于刚性吊索和质点吊挂的直升机吊挂飞行动力学模型,该模型的优点是在较强简化假设下有足够高的精度,其建模思路对本文的研究工作有很大的影响。

国内直升机吊挂飞行力学方面的研究起步较晚,而且在很长一段时期内停留在概念设计和理论分析阶段。经过多年的研究,不同的研究者根据不同的吊挂假设建立直升机-吊挂耦合系统动力学模型<sup>[9-11]</sup>,其中崔瑛<sup>[9]</sup>在文献[8]的基础上对直升机引入吊挂之后直升机本体气动导数所受到的影响进行研究分析。文献[11,12]在文献[9]的基础上对弹性吊索、操稳特性以及吊挂的构型等进行了深入研究。曹义华<sup>[13]</sup>等人对直升机-吊索-吊挂物之间的气动流场进行了分析,从流体力学角度对三者的耦合气动力学进行了详细的研究。

本文直升机吊挂运动模型是在文献[14]的基础上,将质点吊挂模型假设变为刚体假设,而且增加了吊索所在直线通过吊挂质心这一假设。本模

型假设比质点假设更加贴近于实际情况,考虑了因为吊挂物姿态变化所引起的气动力变化以及吊挂物姿态运动对直升机稳定性的影响,不仅考虑了吊挂所受到的准静态阻力,同时计入了吊挂物所受到的侧向力和升力以及相应的力矩。文中给出了直升机-刚体吊挂耦合系统动力学模型,同样进行了配平、稳定性和运动模态分析,与之前的质点吊挂模型<sup>[14]</sup>的结果进行了对比,并进行了相应的分析。

## 1 直升机-刚体吊挂动力学模型

### 1.1 直升机本体模型

本文的重型直升机模型采用的是文献[15]中的 CH53A/D 直升机模型,通过一定的准静态假设将直升机模型简化为9阶,直升机整体模型被分为以下几个子模型:机身空气动力、旋翼系统、发动机和调速器、控制系统。在机身空气动力子模型中,采用的是文献[15]附录所提供的风洞实验数据。在旋翼系统子模型中,旋翼的力以及力矩是采用经典的叶素理论计算得到的。

### 1.2 直升机-吊挂耦合系统动力学模型

本文的吊挂动力学模型采用的是刚体动力学模型,所受气动力为当地准静态力,包括空气阻力、升力和侧力以及由此产生的力矩。吊索的假设是刚性、无重力、无空气阻力,最重要的是吊索所在的直线总是通过刚体吊挂的质心而且吊索处于绷紧状态。

#### 1.2.1 吊挂动力学分析

吊挂的广义坐标包括吊索的后摆角  $\theta_l$ ,侧摆角  $\phi_l$ ,吊挂物的姿态角  $(\theta_s, \phi_s, \psi_s)$ (其中  $\theta_s$  为吊挂的俯仰角,  $\phi_s$  为吊挂的滚转角,  $\psi_s$  为吊挂的偏航角)。吊索摆角的正方向与坐标轴的方向不遵守右手法则,而吊挂的姿态角与坐标轴方向是遵守右手法则的。这里记  $\boldsymbol{\theta}_l = (\theta_l, \phi_l)$ ,吊索摆动角速度为  $\boldsymbol{\omega}_l = (\dot{\theta}_l, \dot{\phi}_l)$ ,吊挂的姿态角  $\boldsymbol{\theta}_s = (\phi_s, \theta_s, \psi_s)$ ,吊挂的姿态角速度  $\boldsymbol{\omega}_s = (p_s, q_s, r_s)$ 。

吊挂质心在直升机机体坐标系中的坐标为

$$\boldsymbol{r}_L = \boldsymbol{r}_l + \boldsymbol{r}_h = \begin{bmatrix} -l \sin \theta_l \cos \phi_l \\ l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ l \cos \theta_l \end{bmatrix} + \boldsymbol{r}_h \quad (1)$$

式中:  $\boldsymbol{r}_l$  为吊挂质心相对于直升机上吊挂点的位移;  $\boldsymbol{r}_h$  为直升机上吊挂点相对于直升机质心的位移。

吊挂质心在直升机机体坐标系中的速度为

$$\boldsymbol{V}_s = \boldsymbol{V}_{cg} + \dot{\boldsymbol{r}}_l + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_L \quad (2)$$

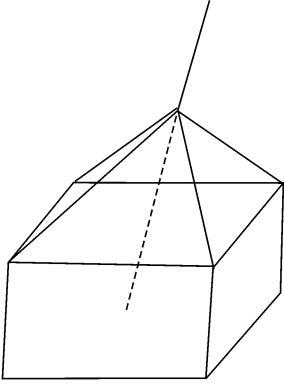


图1 吊挂物刚体模型(吊索总是通过质心)

Fig.1 Model of rigid-body modeling slung-load (sling always through center of mass)

式中: $\mathbf{V}_{cg}$ 为直升机质心速度; $\boldsymbol{\omega}$ 为直升机角速度。

吊挂质心在直升机机体坐标系中的加速度为

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_{cg} + \ddot{\mathbf{r}}_L + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_L + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_L + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_L) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{a}_{cg}$ 为直升机质心加速度。

吊挂所受到的空气动力和力矩为准静态的,这样它们在直升机机体坐标系中的表达式为

$$\mathbf{F}_{as} = \frac{1}{2} \rho V_{as}^2 S_s [C_X C_Y C_Z]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_{as} = \frac{1}{2} \rho V_{as}^2 S_s d_s [C_L C_M C_N]^T \quad (5)$$

式中: $\rho$ 为空气密度; $V_{as}$ 为吊挂空速; $S_s$ 为吊挂迎风面积; $[C_X C_Y C_Z]^T$ 为风洞实验数据中吊挂的阻力、侧力和升力力矩系数(与吊挂的欧拉角有关); $d_s$ 为吊挂的长度; $[C_L C_M C_N]^T$ 为风洞实验数据中吊挂的滚转、俯仰和偏航力矩系数(与吊挂的欧拉角有关)。

由于吊索所在的直线总是通过吊挂的质心,所以吊挂的配平时要求所受到的空气动力力矩为零,即 $\mathbf{M}_{as} = \mathbf{0}$ ,根据3个空气动力力矩与吊挂的姿态角的关系,得出吊挂的平衡姿态。而一般状况下,吊挂自身的空气动力力矩并不为零,吊挂自身会产生角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_s$ ,而吊挂绕其质心的转动微分方程为

$$\mathbf{M}_{as} = \mathbf{I}_s \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_s + \boldsymbol{\omega}_s \times (\mathbf{I}_s \boldsymbol{\omega}_s) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{I}_s$ 为吊挂的转动惯量。

吊挂物姿态角变化率与吊挂物角速度之间可以通过欧拉矩阵联系起来,两者之间满足如下的关系

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{C}_{\text{Euler}}(\boldsymbol{\theta}_s) \cdot \boldsymbol{\omega}_s \quad (7)$$

式中: $\mathbf{C}_{\text{Euler}}(\boldsymbol{\theta}_s)$ 为欧拉转换矩阵,其具体的形式参

考文献[15]。

吊挂物平动动力学方程为

$$\mathbf{F}_l + \mathbf{F}_{as} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}_s \quad (8)$$

式中: $\mathbf{F}_l$ 为吊索拉力(也就是吊挂作用在直升机上的合力),文献[14]中已经给出了吊挂质心在直升机机体坐标系中加速度 $\mathbf{a}_s$ 的表达式。

吊挂作用在直升机上的力矩为

$$\mathbf{M}_l = \mathbf{r}_L \times (-\mathbf{F}_l) \quad (9)$$

### 1.2.2 直升机-刚体吊挂非线性系统的全量方程

得到封闭的、形式统一而又便于求解的模型方程,需要对文献[14]中的公式以及式(3)进行变形处理。

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_{cg} + \ddot{\mathbf{r}}_L + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_L + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_L + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_L) \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} -l \cos \theta_l \cos \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ l \cos \theta_l \sin \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ -l \sin \theta_l & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_l \quad (11)$$

$$(m + m_s) \dot{\mathbf{V}}_{cg} - m_s \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_l + m_s \cdot \begin{bmatrix} -l \cos \theta_l \cos \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ l \cos \theta_l \sin \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ -l \sin \theta_l & 0 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_l =$$

$$(m + m_s) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{aero}} - m \mathbf{a}_s + \mathbf{F}_{as} - m \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_{cg} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{F}_{\text{aero}}$ 为直升机所受到的空气动力。

此处的变形原则就是把所有广义速度的一阶导数项移到等号左边,余下的都放到右边。同样如此,对力矩方程变形可以得到

$$m_s \dot{\mathbf{V}}_{cg} \times \mathbf{r}_h + (\mathbf{I} - m \mathbf{r}_l \times \mathbf{r}_h) \dot{\boldsymbol{\omega}} + m_s \cdot \begin{bmatrix} -l \cos \theta_l \cos \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ l \cos \theta_l \sin \phi_l & l \sin \theta_l \sin \phi_l \\ -l \sin \theta_l & 0 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_l \times \mathbf{r}_h =$$

$$\mathbf{M}_{\text{aero}} - m_s \mathbf{r}_h \times \mathbf{a}_{L2} + \mathbf{r}_h \times \mathbf{F}_{as} + m_s \mathbf{r}_h \times \mathbf{g} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega}) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{M}_{\text{aero}}$ 为直升机所受到的空气动力力矩。

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{C}_{\text{Euler}}^{-1} \boldsymbol{\omega} \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_l = \boldsymbol{\omega}_l \quad (15)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_s = \frac{\mathbf{M}_{as}}{\mathbf{I}_s} \quad (16)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_s = \mathbf{C}_{\text{Euler},s}^{-1} \boldsymbol{\omega}_s \quad (17)$$

$$\mathbf{a}_{L2} = \begin{bmatrix} l \sin \theta_l \cos \phi_l \cdot (\dot{\theta}_l^2 + \dot{\phi}_l^2) + 2l \cos \theta_l \sin \phi_l \cdot \dot{\theta}_l \dot{\phi}_l \\ -l \cos \theta_l \sin \phi_l \cdot (\dot{\theta}_l^2 + \dot{\phi}_l^2) + 2l \cos \theta_l \cos \phi_l \cdot \dot{\theta}_l \dot{\phi}_l \\ -l \sin \theta_l \cdot \dot{\theta}_l^2 \end{bmatrix} +$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_{cg} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_l + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_L) \quad (18)$$

加入直升机的4个操纵量(在直升机主旋翼和

尾桨的力和力矩中体现),这样就可以得到新的一阶微分方程组

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{cg} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_l \\ \dot{\theta}_l \\ \dot{\omega}_s \\ \dot{\theta}_s \end{pmatrix} = f(V_{cg}, \omega, \theta, \omega_l, \theta_l, \omega_s, \theta_s, \theta_{0m}, A', B', \theta_{0t}) \quad (19)$$

CH-53 的部分参数来自于文献[15],本文所采用的吊挂物的参数如表 1 所示。

表 1 刚体吊挂模型的部分参数

Tab. 1 Parameters of rigid body slung-load model

参数	数值
吊挂质量/kg	8 000
吊挂绳索长度/m	40
长方体刚体吊挂物 长、宽、高/(m×m×m)	6.096×2.384×2.384
直升机上吊挂点质心下方位置/m	1.94
吊挂物转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	7 577.1
吊挂物转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	28 562.7
吊挂物转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	28 562.7
吊挂物转动惯量 $I_{xz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	3 789.4

## 2 配平计算结果

式(19)中,令等式的左边为零,求出状态方程的各个状态变量的值,这样就得到直升机-刚体吊挂系统的配平结果。直升机所进行的是平飞运动,前进范围为 0~80 m/s。将直升机-刚体吊挂系统的配平计算结果与直升机本体飞行试验结果<sup>[16]</sup>、直升机无吊挂飞行模拟结果<sup>[14]</sup>、直升机-质点吊挂系统模拟结果<sup>[14]</sup>进行比较,得到配平曲线如图 2~8 所示,图例中  $\beta$  为直升机的侧滑角。

在低速时,吊挂物主要在直升机的纵向面内部,其对直升机滚转角的影响很小,所以在低速时加入吊挂与直升机本体飞行的滚转角相差不大;在高速阶段,吊挂的摆动幅度比较大,此时吊挂对直升机滚转角的影响开始增大,所以高速时直升机在有无吊挂两种状态下的滚转角相差较大。

在低速状态下,直升机抬头,此时吊挂的加入会使其产生一个低头力矩,减小直升机的俯仰角;而在高速状态下,直升机为低头状态,此时吊挂的

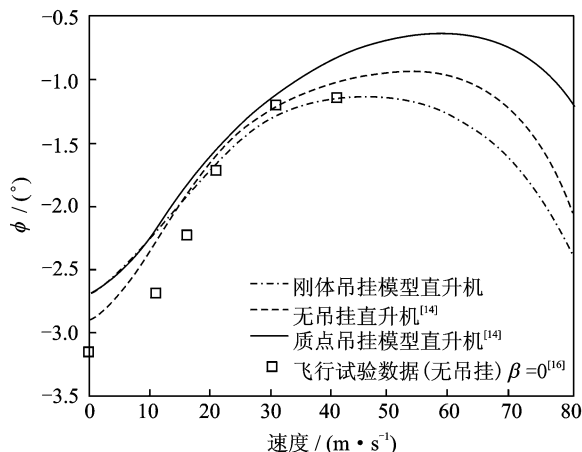


图 2 滚转角配平计算结果

Fig. 2 Trim result of roll angle

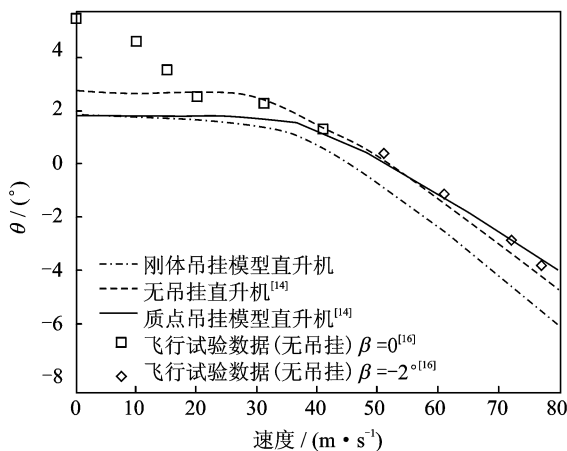


图 3 俯仰角配平计算结果

Fig. 3 Trim result of pitch angle

加入会使其产生一个抬头力矩,从而增大直升机的俯仰角。所以图 3 中给出的质点吊挂模型会有一个这样的效果,而当吊挂模型换为刚体模型时,在高速时刚体吊挂受到的向上的力增大,减弱前面所讲的效果。所以直升机在 3 种模型下的俯仰角如图 3 所示,模拟的结果与飞行试验的结果比较吻合。

由于加上外吊挂之后直升机总载荷增大,需要增大主旋翼总距来提供足够的拉力,因此加入外吊挂使得总距增大相应的量。外吊挂质点模型和刚体模型两者增加的载荷几乎相同,只是在高速情况下所加载荷稍有不同,所以两者的总距图像几乎完全重合。从图 4 中可以看出,直升机本体飞行的总距与试验数据几乎吻合,而加入外吊挂之后的总距差距也固定在一个相应的常值。

根据前面分析,加入吊挂后,直升机主旋翼总距需要增大,此时主旋翼产生的扭矩也相应地增

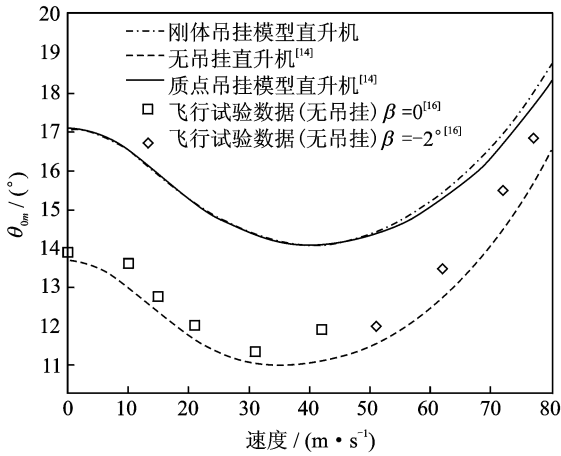


图4 主旋翼总距配平计算结果

Fig. 4 Trim result of main rotor collective pitch

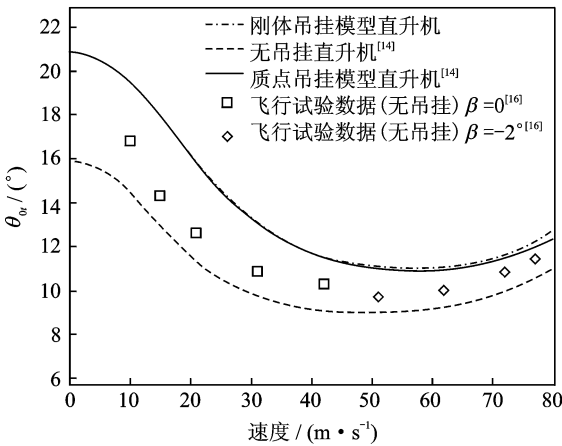


图5 尾旋翼总距配平计算结果

Fig. 5 Trim result of tail rotor collective pitch

大,需要更大的尾桨总距来克服主旋翼产生的扭矩,因此尾旋翼总距也会增大相应的值。相同的原因会使得质点模型外吊挂与刚体模型对应的尾旋翼总距相差不大,只是在速度非常大的状态下会有微小不同。

通过图6,7发现,所建立的直升机模型的配平的周期变距与试验数据差距较大。但是总体的变化趋势与试验数据变化趋势吻合,随着速度的增大,周期变距变大。

因为刚体模型不仅考虑了吊挂的阻力,而且考虑了吊挂的侧力和升力,在高速情况下刚体吊挂模型受力与质点模型有很大区别,所以配平结果有很大的区别。由图8可以看出,刚体吊挂模型下吊索摆动的后摆角更大,这是因为刚体模型考虑了由于刚体姿态变化产生的后向力,导致刚体吊挂模型中吊索后摆角大于质点吊挂模型;刚体吊挂模型考虑

了侧向力,前飞过程中吊挂物的侧摆角也大于质点吊挂模型的模拟结果。

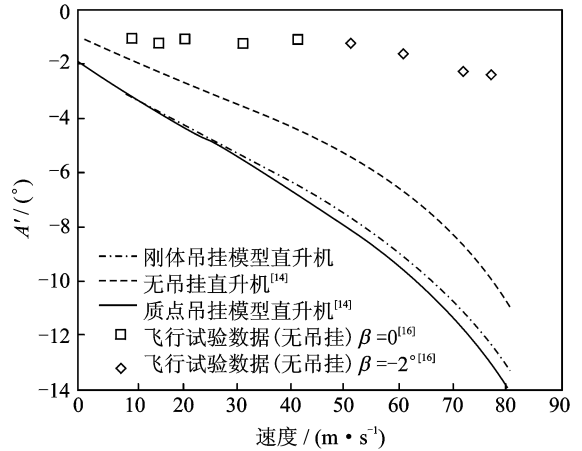


图6 横向周期变距配平计算结果

Fig. 6 Trim result of lateral cyclic control

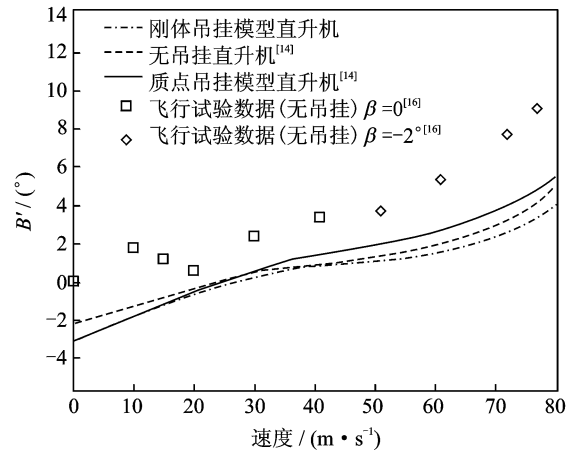


图7 纵向周期变距配平计算结果

Fig. 7 Trim result of longitudinal cyclic control

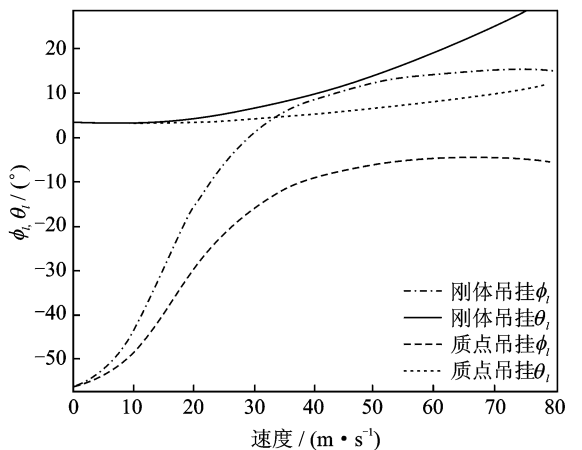


图8 吊索后摆角和侧摆角配平计算结果

Fig. 8 Trim result of longitudinal and lateral swing angles of sling

整体来看,直升机配平模拟数据中除了因为模型简化导致的直升机旋翼横向周期变距和纵向周期变距差别较大外,与直升机的试验配平数据基本吻合,所建立的模型相对合理。加入刚体吊挂之后,直升机各个状态变量的配平结果出现少许变化,整体上与直升机本体飞行的配平结果趋势吻合。

### 3 刚体吊挂模型的直升机运动模态及稳定性分析

#### 3.1 直升机本体飞行以及带质点和刚体模型吊挂的运动模态

文献[16]中给出了 CH-53 直升机本体飞行时

的运动模态,文献[14]中给出了外吊挂物为质点的直升机-吊挂系统的运动模态,本文给出外吊挂物为刚体假设下的直升机-刚体吊挂的运动模态。本文的计算结果是基于直升机-刚体吊挂非线性全量方程有限差分近似的小扰动线性化模型。直升机-刚体吊挂模型相对于直升机本体模型额外引入了 10 个状态变量,即  $\theta_l, \phi_l, \dot{\theta}_l, \dot{\phi}_l, \theta_s, \phi_s, \psi_s, \dot{\theta}_s, \dot{\phi}_s, \dot{\psi}_s$ 。因此,模型提高了 10 阶,相应地也会多出 10 个特征根和相应的运动模态,表 2 中给出前飞速度为 60 节时直升机本体飞行、质点吊挂和刚体吊挂下直升机的运动模态的特征根。

表 2 直升机本体飞行和外吊挂为质点、刚体模型的直升机运动模态

Tab. 2 Eigenvalues of dynamical modes of motion of helicopter without/with slung-load

模态	单体飞行试验数据	外吊挂为质点模型的模拟数据	外吊挂为刚体模型的模拟数据
长周期	0.073 4±0.297 1i	0.048 4±0.222 8i	0.046 1±0.219 2i
短周期	-0.683 9±0.075 3	0.115 0±1.0239 i	0.264 6±0.812 9i
荷兰滚	-0.203 9±1.009 6i	-0.178 3±0.792 1i	-0.180 1±0.879 0i
滚转	-1.63	-0.356 9	-0.324 2
螺旋	-0.121	1.389 6	1.616 8
偏航	0	0	0
吊索侧摆与高度耦合		-2.023 0±1.248 5i	-2.269 3±1.626 6i
吊索后摆与高度耦合		-0.179 8±0.1044 i	-0.123 5±0.127 9i
吊挂物俯仰模态			0.026 9±1.549 1i
吊挂物滚转模态			0.030 0±0.558 6i
吊挂物偏航模态			0

通过表 2 中直升机单体飞行与刚体吊挂直升机的飞行模态比较,外加吊挂物后直升机的长周期运动模态的周期稍微变长,频率稍微减小,对直升机的纵向周期震荡的影响不是太大;而短周期运动模态由原来的稳定状态变为不稳定状态,直升机的俯仰运动变得不稳定;而对于荷兰滚模态,加入刚体吊挂模型以后,相应地运动模态的阻尼减小,运动周期稍微变长,带来荷兰滚模态稳定性降低;滚转模态的阻尼严重减小,虽然仍然是稳定模态,但是收敛速度变慢;同时螺旋模态也由之前的稳定状态变为了不稳定状态,而且发散的速度加快。从前面的几种直升机本体也有的运动模态来看,外加吊挂给直升机的稳定性带来负面影响,直升机需要采取相应的增稳措施。

刚体模型的外吊挂所引入的 10 个状态变量所对应的 10 个特征根均为共轭的复数根,也就是增

加了 5 个运动模态,其中吊索的摆动与高度的耦合模态为稳定的运动模态,都有比较好的阻尼特性,但是却使得直升机本体的短周期和螺旋模态变得发散。吊挂物自身姿态运动对应的模态也不稳定,这个不难理解,一个没有任何气动操纵面的长方体自身滚转必然是不稳定的。由 3 个姿态状态变量对应的特征根可知,吊挂物俯仰运动模态和滚转模态都是发散的,同时与直升机平飞运动耦合在一起,吊挂物的偏航模态与直升机的偏航运动模态近似。

总体来看,吊挂物的引入增强了直升机的不稳定性,严重影响了直升机的飞行品质。

#### 3.2 前飞速度对带刚体吊挂的直升机飞行模态的影响

本文计算了带刚体模型外吊挂的直升机在不同的前飞速度下基本运动模态特征根的变化情况,

如图9所示。

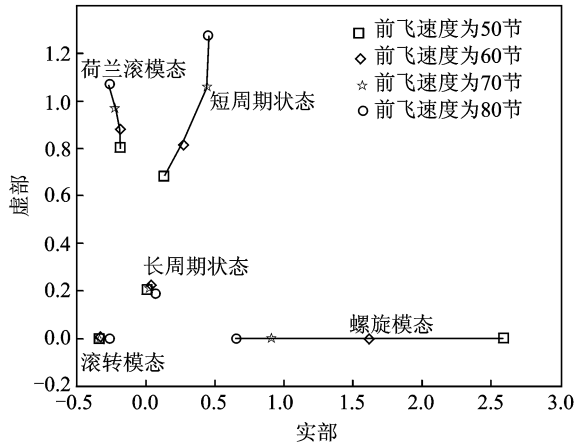


图9 运动模态特征根随前飞速度变化

Fig. 9 Eigenvalues of dynamical modes of motion of helicopter with forward speed changing

由图9可以看出,直升机的长周期模态随着前飞速度变化差别不大,阻尼略微减小,频率几乎没有变化;短周期模态随前飞速度增大不稳定性增强,频率增大,发散速度加快;对荷兰滚模态而言,随着前速度的增大,阻尼增大,收敛速率加快,稳定性得到改善;对于螺旋模态,其发散减慢,有利于稳定,对外加操纵修正的要求降低;而滚转模态随前飞速度增大变化不大。通过对直升机-刚体吊挂模型的稳定性随前飞速度的变化分析,可以找到稳定性相对较好的前飞速度来进行吊运,保证飞行的安全性。

## 4 结 论

本文基于刚体外吊挂模型假设,在已经很成熟的CH-53重型直升机数学模型<sup>[15]</sup>的基础上,建立了直升机-刚体外吊挂耦合系统的非线性动力学方程,并且通过小扰动假设和有限差分的方法进行线性化处理得到线性方程。

在直升机-刚体外吊挂耦合系统的配平工作过程中,本文利用了延拓的数学方法,以某一平衡点为延拓起点,以某个状态变量为延拓变量,得到整个速度范围内的所有配平点,同时将得到的直升机-刚体吊挂系统的配平结果与已有的飞行实验数据进行比较,除了周期变距之外,模拟结果与试验数据基本吻合。

在配平的基础上,对直升机-刚体外吊挂耦合系统的稳定性进行了一定的分析和研究。通过模

拟数据可以看到,刚体外吊挂的引入不仅引入吊挂物自身姿态运动的3个不稳定的运动模态,同时引入的吊索摆动的2个稳定模态也严重影响了直升机自身的短周期和滚转模态的稳定性,在直升机吊挂飞行过程中新引入的运动模态会通过吊索将激励传递给直升机从而对直升机的飞行品质带来严重的影响。

## 参考文献:

- [1] Wolkovitch J, Johnston D. Automatic control considerations for helicopter and VTOL aircraft with and without sling loads[R]. Technical Report 138-1. [S. 1.]; Systems Technology Inc, 1965.
- [2] Polit C, Cromack D. Dynamics of slung bodies using a single-point suspension system[J]. Journal of Aircraft, 1973, 10(2): 80-86.
- [3] Micale E C, Polit C. Dynamics of slung bodies utilizing a rotating wheel for stability[J]. Journal of Aircraft, 1973, 10(12): 760-763.
- [4] Sampath P. Dynamics of a helicopter-slung load system [D]. City of College Park: University of Maryland, 1980.
- [5] Ronen T. Dynamics of a helicopter with a sling load [D]. Stanford: Stanford University, 1986.
- [6] Ronen T. Dynamics of a helicopter with a sling load [J]. Dissertation Abstracts International Part B: Science and Engineering [DISS. ABST. INT. PT. B-SCI. & ENG. ], 1986, 47(5).
- [7] Cicolani LS, Kanning G. Equations of motion of slung-load systems with results for dual lift [R]. NASA-TM-102246, A-89270, NAS 1. 15: 102246. [S. 1.]; NASA, 1990.
- [8] Fusato D, Guglieri G, Celi R. Flight dynamics of an articulated rotor helicopter with an external slung load[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2001, 46(1): 3-13.
- [9] 崔瑛. 直升机吊挂飞行稳定性分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.  
Cui Ying. Stability analysis of helicopter with an external slung load [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [10] 吴鹏, 马成江, 朱国民. 直升机吊挂飞行动力学建模与分析[J]. 直升机技术, 2010, 165(4): 33-36.  
Wu Peng, Ma Chengjiang, Zhu Guomin. Flight dynamics modeling and handling quality analysis of helicopter with slung-load [J]. Helicopter Technique, 2010, 165(4): 33-36.

- [11] 齐万涛,陈仁良. 直升机吊挂飞行稳定性和操纵性分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(3): 406-412.
- Qi Wantao, Chen Renliang. Stability and control characteristic analysis for flight of helicopter with slung-load [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 43(3): 406-412.
- [12] 崔利,曹义华,李国知. 直升机吊挂飞行平衡、稳定性与操纵性研究[J]. 航空动力学报, 2010, 25(10): 2307-2311.
- Cui Li, Cao Yihua, Li Guozhi. Studies on trims, stability, and controllability of helicopter with slung-load [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10): 2307-2311.
- [13] Yihua Cao, Ming Zhao, Li Hu. Numerical simulation of rotor-fuselage-cylinder interaction in forward flight[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(4): 1426-1430.
- [14] 曹龙,曹义华,李春华. 直升机-吊挂耦合系统平衡特性和稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0561.html>.
- Cao Long, Cao Yihua, Li Chunhua. Equilibrium characteristics and stability analysis of helicopter-slung-load coupling system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0561.html>.
- [15] Sturgeon W R. A mathematical model of the CH-53 helicopter [R]. NASA TN-D-81238, 1980.
- [16] Heffley R K, Jewell W F, Lehman J M, et al. A compilation and analysis of helicopter handling qualities data, volume one: Data compilation[R]. NASA-CR-3144, 1980.