

DOI:10.16356/j.1005-2615.2015.01.019

考虑实际齿面的功率四分支传动系统动态分析

董皓¹ 马晨² 方舟¹ 赵晓龙¹

(1. 西安工业大学机电学院, 西安, 710021; 2. 中国兵器工业第 203 研究所, 西安, 710065)

摘要:针对功率四分支传动系统的动态特性,考虑实际齿面的啮合状况,通过采用集中质量法,建立了该系统的弯-扭耦合动力学微分方程,求解得到系统的频域和时域响应,利用齿面承载接触仿真技术(Loaded tooth contact analysis, LTCA)得到时变啮合刚度激励。结果表明:通过真实齿面拟合和 LTCA 技术的结合,可以得到更准确的齿轮在不同工况和齿面条件下的力学特性;轮齿修形后,可以减小传递误差,改善齿面的接触状况,使系统的动载荷波动明显减小。

关键词:功率四分支传动系统;实际齿面;修形;动态分析

中图分类号: TH132.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2015)01-0132-07

Dynamic Analysis of Power Four-Branching Transmission Considering Actual Tooth Surface Features

Dong Hao¹, Ma Chen², Fang Zhou¹, Zhao Xiaolong¹

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, 710021, China;
2. No. 203 Research Institute, China Ordnance Industries, Xi'an, 710065, China)

Abstract: Based on the error and the actual tooth surface modification, a dynamic mechanics model of dual power split transmission system is established. The concentration of quality standard is used to establish the bend-torsion coupling dynamics differential equation of the system, and the equation is solved to get the frequency domain and time domain responses of the system. The results show that: through a combination of the real tooth surface fitting and the loaded tooth contact analysis(LTCA) technology, the more accurate mechanical properties of gear in different working conditions and tooth surface conditions can be gotten; the gear tooth modification can reduce the transmission error, improve the tooth surface contact, and significantly reduce the dynamic load fluctuation of the system.

Key words: power four-branching transmission system; real tooth surface; gear modification; dynamic analysis

功率四分支传动系统在国内外尚属较为先进的传动装置,由于其结构紧凑,可满足高速重载的要求,在舰船、航天领域有较好的应用前景。对于具有功率分流特点的传动系统的振动特性一直为国内、外学者所关注,并获得了大量的成果^[1-5],但是对功率四分支传动系统性能的研究,目前还很少见,仅能参考相似类型的传动进行设计。Kahraman^[6]分析了间隙条件下的行星齿轮系统动态特

性。Bartelmus^[7]研究了可变载荷条件下的行星轮系动载荷。Ambarisha^[8]利用有限元方法分析了行星轮系的非线性动态特性。Kiracofe^[9]分析了行星轮系的固有特性。刘琳辉等^[10]就双重功率分支机构应用于船舶传动装置进行了研究。李发家等^[11]就行星齿轮系的动力学特性进行了分析并进行了相关的试验研究。还有一些学者对齿轮传动系统进行了研究^[12-13]。但是,以往研究中较少考虑

基金项目:国家自然科学基金(51375384)资助项目;陕西省教育厅专项科研计划资助项目。

收稿日期:2014-03-24; **修订日期:**2014-08-07

通信作者:董皓,男,讲师, E-mail: donghaofane@sina.com。

齿轮本身是实际齿面这一特性,所谓实际齿面,即不同于标准渐开线齿面,工程实际中应用的齿面都是带有加工误差或齿面修形,对于这样的实际齿面,需要应用空间曲面拟合理论、空间曲面啮合理论和齿面接触分析技术来进行准确的表达和计算^[14]。两级齿轮副的啮合刚度与齿面误差、修形都有直接关系,啮合刚度大小的变化对系统动态特性会产生不同的影响。

本文基于轮齿几何接触分析和承载接触分析,将整个啮合过程离散为有限的啮合点,对每个啮合位置进行力学特性分析,可准确计算得到时变刚度引起的内部激励。同时,为获得具有良好动力学性能的功率四分支传动系统,使用集中参数法建立了系统弯-扭耦合动力学模型与动力学微分方程,并对该微分方程进行求解,得到了系统的频域和时域响应特性,为功率四分支传动系统的设计和制造提供了理论依据。

1 动力学微分方程建立

图 1 是功率四分支传动系统的三维结构示意图,其特点是输入功率在两级减速齿轮传动装置中的第 I 级小齿轮采用功率两分支,第 II 级各小齿轮再采用两分支,实现双重功率分支,功率最终由第 II 级惰轮汇流到 II 级大齿轮输出。

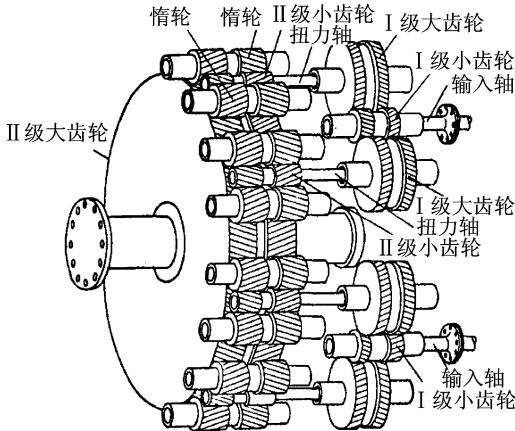


图 1 功率四分支传动系统的三维模型

Fig. 1 3D model of dual-power-split transmission system

系统的弯-扭耦合动力学模型如图 2 所示。其中,输入扭矩为 T_{in} ,输出扭矩为 T_{out} ; K_{ij} ($i=1, 4, 5$; $j=2, 3, 6, \dots, 10$) 为时变啮合刚度; C_{ij} 为啮合阻尼; φ_i 和 φ_j 为各组件的扭转角; $e(t)_{ij}$ 为综合误差; I_i ($i=1, 2, \dots, 10$) 为各组件的转动惯量; M_i 为各组件集中质量; k_{24} 和 k_{35} 分别为两扭力轴的扭转刚

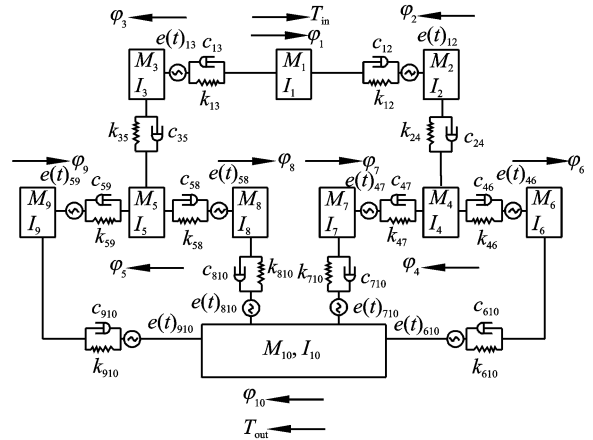


图 2 系统动力学模型

Fig. 2 Dynamics model of system

度; c_{24} 和 c_{35} 分别为两扭力轴的扭转阻尼。

各齿轮副的啮合作用力和阻尼力可表示为

$$\begin{cases} P_{ij} = K_{ij} (r_{bi}\varphi_i - r_{bj}\varphi_j + (x_i - x_j)\cos\zeta_{ij} + (y_i - y_j)\sin\zeta_{ij} + (\Delta Ax_i - \Delta Ax_j)\cos\zeta_{ij} + (\Delta Ay_i - \Delta Ay_j)\sin\zeta_{ij} - e_{ij}(t)) \\ D_{ij} = C_{ij} (r_{bi}\dot{\varphi}_i - r_{bj}\dot{\varphi}_j + (\dot{x}_i - \dot{x}_j)\cos\zeta_{ij} + (\dot{y}_i - \dot{y}_j)\sin\zeta_{ij} + (\Delta \dot{A}x_i - \Delta \dot{A}x_j)\cos\zeta_{ij} + (\Delta \dot{A}y_i - \Delta \dot{A}y_j)\sin\zeta_{ij} - \dot{e}_{ij}(t)) \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_i, y_i 和 x_j, y_j 分别为齿轮 i, j 沿 x, y 向的轴心变形量; $\Delta Ax_i, \Delta Ax_j$ 分别为齿轮 i, j 的 x 向误差幅值; $\Delta Ay_i, \Delta Ay_j$ 分别为齿轮 i, j 的 y 向误差幅值; ζ_{ij} 为齿轮副啮合线与 x 轴正向夹角; r_{bi}, r_{bj} 分别为齿轮 i, j 的基圆半径。

将齿轮处理成集中参数元件,建立系统弯-扭耦合动力学模型,定义量纲一时间 $t = \tau\omega_n$, 给定一个位移标称尺度 b_c , 将方程进行量纲归一化处理, 则有各齿轮之间的啮合作用力产生的相对位移 ΔY_{Kij} 和啮合阻尼力产生的相对位移 $\Delta \dot{Y}_{Dij}$ 的量纲一形式为

$$\begin{cases} \Delta Y_{Kij} = (U_i - U_j + (X_i - X_j)\cos\zeta_{ij} + (\Delta AX_i - \Delta AX_j)\cos\zeta_{ij} + (Y_i - Y_j)\sin\zeta_{ij} + (\Delta AY_i - \Delta AY_j)\sin\zeta_{ij} - e_{ij}(t)) \\ \Delta \dot{Y}_{Dij} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j + (\dot{X}_i - \dot{X}_j)\cos\zeta_{ij} + (\Delta \dot{A}X_i - \Delta \dot{A}X_j)\cos\zeta_{ij} + (\dot{Y}_i - \dot{Y}_j)\sin\zeta_{ij} + (\Delta \dot{A}Y_i - \Delta \dot{A}Y_j)\sin\zeta_{ij} - \dot{e}_{ij}(t)) \end{cases} \quad (2)$$

可以得到系统量纲一微分方程如下所示

$$\ddot{X}_1 + 2\frac{C_{r1}}{2M_1\omega_n}\dot{X}_1 + \frac{K_{r1}}{M_1\omega_n^2}X_1 + 2\frac{C_{12}}{2M_1\omega_n}\Delta \dot{Y}_{D12}\cos\zeta_{12} + \frac{K_{12}}{M_1\omega_n^2}\Delta Y_{K12}\cos\zeta_{12} + 2\frac{C_{13}}{2M_1\omega_n}\Delta \dot{Y}_{D13}\cos\zeta_{13} +$$

$$\begin{aligned}
& \frac{K_{13}}{M_1 \omega_n^2} \Delta Y_{K13} \cos \zeta_{13} = 0 \\
\dot{Y}_1 + 2 \frac{C_{y1}}{2M_1 \omega_n} \dot{Y}_1 + \frac{K_{y1}}{M_1 \omega_n^2} Y_1 + 2 \frac{C_{12}}{2M_1 \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D12} \sin \zeta_{12} + \\
& \frac{K_{12}}{M_1 \omega_n^2} \Delta Y_{K12} \sin \zeta_{12} + 2 \frac{C_{13}}{2M_1 \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D13} \sin \zeta_{13} + \\
& \frac{K_{13}}{M_1 \omega_n^2} \Delta Y_{K13} \sin \zeta_{13} = 0 \\
\ddot{U}_1 + 2 \frac{C_{12}}{2m_{eq,1} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D12} + \frac{K_{12}}{m_{eq,1} \omega_n^2} \Delta Y_{K12} + 2 \frac{C_{13}}{2m_{eq,1} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D13} + \\
& \frac{K_{13}}{m_{eq,1} \omega_n^2} \Delta Y_{K13} = \frac{T_{in}}{m_{eq,1} b_c r_1 \cos a_n \omega_n^2} \\
& \vdots \\
\ddot{X}_{10} + 2 \frac{C_{x10}}{2M_{10} \omega_n} \dot{X}_{10} + \frac{K_{x10}}{M_{10} \omega_n^2} X_{10} - \\
& 2 \frac{C_{610}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D610} \cos \zeta_{610} - \frac{K_{610}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K610} \cos \zeta_{610} - \\
& 2 \frac{C_{710}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D710} \cos \zeta_{710} - \frac{K_{710}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K710} \cos \zeta_{710} - \\
& 2 \frac{C_{810}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D810} \cos \zeta_{810} - \frac{K_{810}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K810} \cos \zeta_{810} - \\
& 2 \frac{C_{910}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D910} \cos \zeta_{910} - \frac{K_{910}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K910} \cos \zeta_{910} = 0 \\
\dot{Y}_{10} + 2 \frac{C_{y10}}{2M_{10} \omega_n} \dot{Y}_{10} + \frac{K_{y10}}{M_{10} \omega_n^2} Y_{10} - \\
& 2 \frac{C_{610}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D610} \sin \zeta_{610} - \frac{K_{610}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K610} \sin \zeta_{610} - \\
& 2 \frac{C_{710}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D710} \sin \zeta_{710} - \frac{K_{710}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K710} \sin \zeta_{710} - \\
& 2 \frac{C_{810}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D810} \sin \zeta_{810} - \frac{K_{810}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K810} \sin \zeta_{810} - \\
& 2 \frac{C_{910}}{2M_{10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D910} \sin \zeta_{910} - \frac{K_{910}}{M_{10} \omega_n^2} \Delta Y_{K910} \sin \zeta_{910} = 0 \\
\ddot{U}_{10} - 2 \frac{C_{610}}{2m_{eq,10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D610} - \frac{K_{610}}{m_{eq,10} \omega_n^2} \Delta Y_{K610} - \\
& 2 \frac{C_{710}}{2m_{eq,10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D710} - \frac{K_{710}}{m_{eq,10} \omega_n^2} \Delta Y_{K710} - \\
& 2 \frac{C_{810}}{2m_{eq,10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D810} - \frac{K_{810}}{m_{eq,10} \omega_n^2} \Delta Y_{K810} - \\
& 2 \frac{C_{910}}{2m_{eq,10} \omega_n} \Delta \dot{Y}_{D910} - \frac{K_{910}}{m_{eq,10} \omega_n^2} \Delta Y_{K910} = \\
& - \frac{T_{out}}{m_{eq,10} b_c r_{10} \cos a_n \omega_n^2} \quad (3)
\end{aligned}$$

采用变步长四阶 Runge-Kutta 法对方程进行求解^[12]。

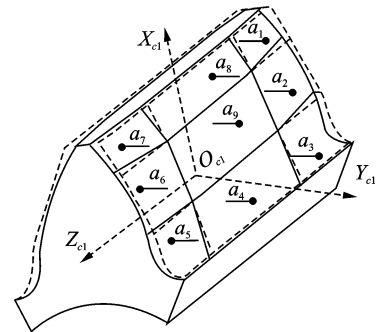
2 接触分析理论和啮合刚度求解

2.1 实际齿面的接触分析理论

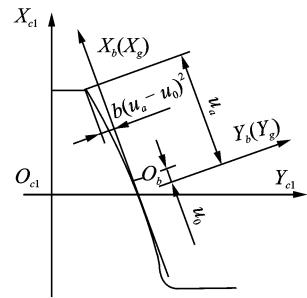
经过齿顶、齿根修缘后在单对齿和双对齿啮合交替过程中,冲击载荷降低,使运转趋于平稳,减小

了噪声和振动^[14]。以前研究中虽对修形作用机理和修形参数选取原则方面已经达成共识,但大多数以静力学状态下的齿轮传动为假设前提,少数研究考虑了动态条件。本文考虑了功率四分支传动系统中各齿轮副在准静态载荷下所得到的减振效果。

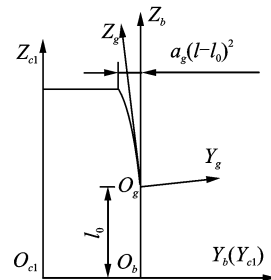
齿面修形机理如图3所示,其中图3(a)划分的9个区域, a_1, a_3, a_5, a_7 区域为了避免边缘接触既有齿向又有齿廓修形,修形量较大; a_4, a_8 区域仅齿廓修形, a_2, a_6 区域仅齿向修形修形量较小; a_9 区域不修形。图3(b,c)分为齿廓齿向修形齿条刀具法界面齿廓。这里以小轮为例,讨论其真实齿面:理论齿面与修形曲面叠加,这里的理论曲面指可以是刀具无修形,也可修形,通过齿条刀具展成而成。采用非线性规划对离散点进行多项式拟合,



(a) 修形3D



(b) 齿廓修形法向齿廓



(c) 齿向修形齿廓

图3 修形原理示意图

Fig. 3 Diagram of modification mechanism

非标准抛物面最高 4 次,标准抛物面最高次数为 8 次,表达式为

$$R_{1e}(u_a, L_a) = a_1 u_a^4 + a_2 u_a^3 L_a + a_3 u_a^2 L_a^2 + a_4 u_a L_a^3 + a_5 L_a^4 + a_6 u_a^3 + a_7 u_a^2 L_a + a_8 u_a L_a^2 + a_9 L_a^3 + a_{10} u_a^2 + a_{11} u_a L_a + a_{12} L_a^2 + a_{13} u_a + a_{14} L_a + a_{15} u_a^5 + a_{16} u_a^6 + a_{17} u_a^7 + a_{18} u_a^8 + a_{19} L_a^5 + a_{20} L_a^6 + a_{21} L_a^7 + a_{22} L_a^8 + a_{23} \quad (4)$$

对于齿廓齿向修形多项式拟合修形曲面,一般可以满足设计要求,多项式修形曲面的优点是表达式为显式表达,便于求解误差的偏导数,构造真实齿面法矢^[15]。

2.2 啮合刚度求解

一对齿轮受到外载荷作用时,产生弯曲变形、剪切变形和接触变形等弹性变形,某一瞬时同时参与啮合的几对轮齿刚度叠加称为轮齿在此时刻的综合啮合刚度。多级分支传动系统中,两级齿轮副的啮合刚度与齿面误差、修形都有直接关系,啮合刚度大小的变化对系统动态特性的分析计算会产生不同的影响。因此,本文将齿轮修形技术与轮齿承载接触分析 (Loaded tooth contact analysis, LTCA) 技术^[16]结合起来,利用变形协调方程、力平衡及非嵌入条件求得啮合齿面法向接触综合变形量,通过变换计算得到一个啮合周期中所有啮合位置上的接触力和法相接触变形,得到法向线位移传动误差,将其变换为角位移误差 $\Delta\varphi_{ij}$,得到齿面修形后的承载传动误差,再拟合出一个啮合周期中各啮合位置下承载传动误差随扭矩 $T_{ij}(k)$ 变化的函数关系式,经换算获得轮齿综合啮合刚度为

$$K_{ij}(k) = (T_{ij}(k)/r_{bi}) / (\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}(k))) \quad (5)$$

该刚度能够更加直接地反映出齿轮在各啮合位置的啮合特性,进而更准确地分析分支传动系统的动力学问题。对于误差的影响,如轴交角误差等,可以将由此引起的齿轮空间位置的变化代入到与齿轮固联的坐标系的转换矩阵中,重新计算 LTCA,最后得到误差位置下齿轮的啮合状况。

3 算例求解

给定系统输入功率 25 000 kW,输入转速 7 000 r/min,齿轮各参数见表 1 所示,啮合阻尼取 0.10。

动力学模型中已将齿轮扭转方向上的角位移转换到线位移方向上,因此转动惯量需要进行等效处理,动力学模型中所有构件的处理结果如表 2 所示。对于考虑了横向方向振动的齿轮,还需要测得实际的质量,结果如表 3 所示。

表 1 各齿轮参数

Tab. 1 Gear parameters

齿轮	齿数	模数/ mm	齿宽/ mm	压力角/ (°)	螺旋角/ (°)
1	42	3	62	20	15.48
2,3	117	3	62	20	15.48
4,5	24	4	96	20	15.28
6,7,8,9	51	4	96	20	15.28
10	198	4	96	20	15.28

表 2 各构件转动惯量

Tab. 2 Moment of inertia of each component

构件名称	I 级小齿轮	I 级大齿轮	II 级小齿轮	II 级中 间齿轮	II 级大齿轮
转动惯量/ (kg·mm ²)	9.977 × 10 ⁵	8.950 × 10 ⁶	6.226 × 10 ⁵	6.095 × 10 ⁶	4.647 × 10 ⁸

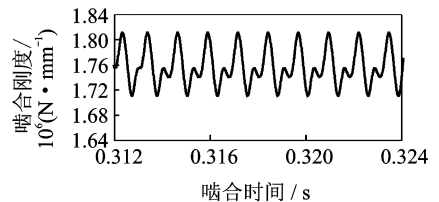
表 3 动力学模型质量

Tab. 3 Dynamic model mass

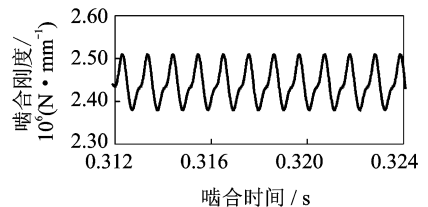
构件名称	I 级小齿轮	I 级大齿轮	II 级小齿轮	II 级中 间齿轮	II 级大齿轮
质量/kg	266.78	308.39	287.30	633.70	3 150.71

将啮合刚度的离散值通过多项式拟合和 Fourier 级数变换展开成周期函数,图 4 给出系统两级齿轮副标准无误差工况下的时变啮合刚度曲线(横坐标将小轮转角转化为啮合时间)。

对于算例表 1 给定的齿轮参数,以齿轮副 12 为例,考虑轴夹角误差的影响,当给定齿轮副 12 的轴交角误差为 0.2° 时,得到实际齿面的有限元模型如图 5 所示。



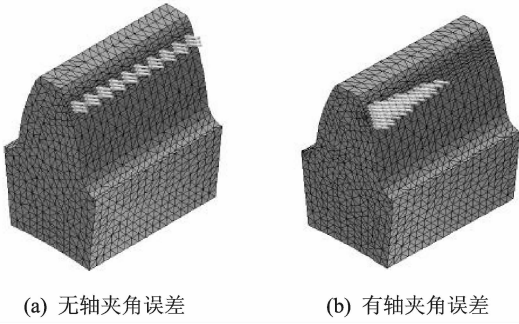
(a) 第 I 级小轮和大轮



(b) 第 II 级小轮和惰轮

图 4 两级齿轮副时变啮合刚度曲线图

Fig. 4 Time-varying meshing stiffness curve of each gear pair



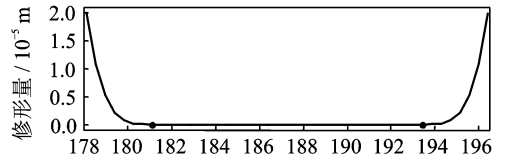
(a) 无轴夹角误差 (b) 有轴夹角误差

图5 有无轴夹角误差下的齿面载荷分布

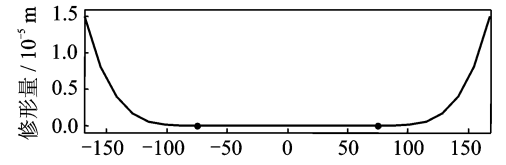
Fig. 5 Load distribution along tooth surface

可以看出,无轴夹角误差时,齿面载荷沿着接触线方向均匀分布,存在轴交角误差且未修形时,载荷向一端集中,容易引起轮齿的破坏,因此,需进行齿面修形予以消除。图6给出了齿轮副12的小轮修形曲线。

齿向修形前后的齿面载荷分布和啮合刚度变化如图7所示。由图7看出,修形后载荷向中部集中,从而提高了轮齿的承载能力。修形前刚度波动



(a) 小轮齿廓修形曲线



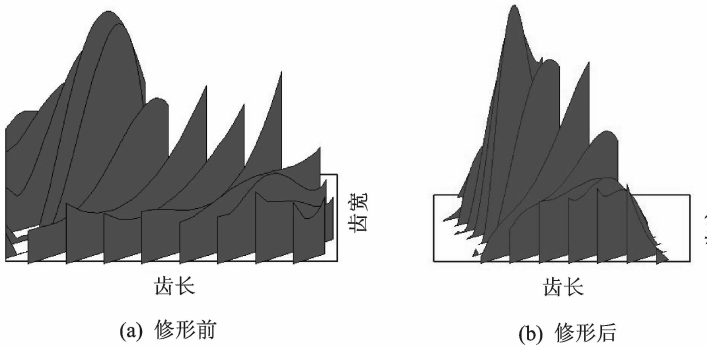
(b) 小轮齿向修形曲线

图6 I级齿轮副修形曲线

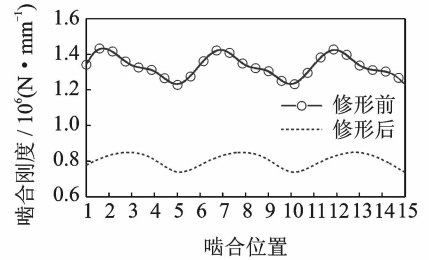
Fig. 6 Modification curves of gear pair with I level

范围在 $(1.22 \sim 1.42) \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$,修形后刚度波动范围在 $(0.73 \sim 0.84) \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$,修形后刚度波动明显减小。

图8表示了标准无误差工况下,修形前后的系



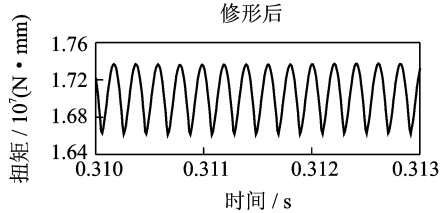
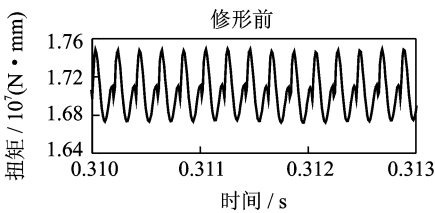
(a) 修形前 (b) 修形后



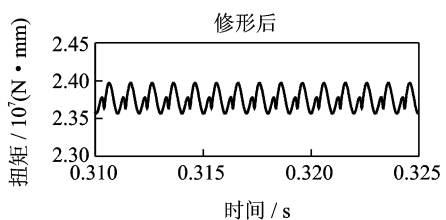
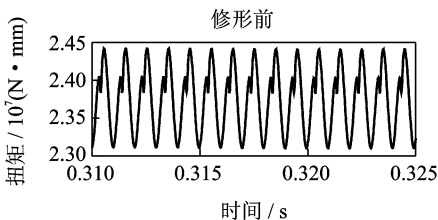
(c) 修形前后啮合刚度变化

图7 修形前后的载荷分布和啮合刚度曲线(轴交角误差 0.2°)

Fig. 7 Load distribution and meshing stiffness curves before and after modification (shaft angle error of 0.2°)



(a) 第I级小齿轮和大齿轮



(b) 第II级小齿轮和大齿轮

图8 修形前后动载荷时域历程

Fig. 8 Dynamic load changing with time before and after modification

统两级齿轮副动载荷时域历程,可以看出,修形后的动态载荷波动明显减小。

图 9 表示了两级动载荷的 FFT 频谱图,系统第 I 级和第 II 级啮合频率分别为 4 899.51 Hz 和

1 005.03 Hz。

图 9 可以看出,两级齿轮副动载荷的 FFT 幅值在各啮合频率处最大,修形后载荷幅值明显减小。

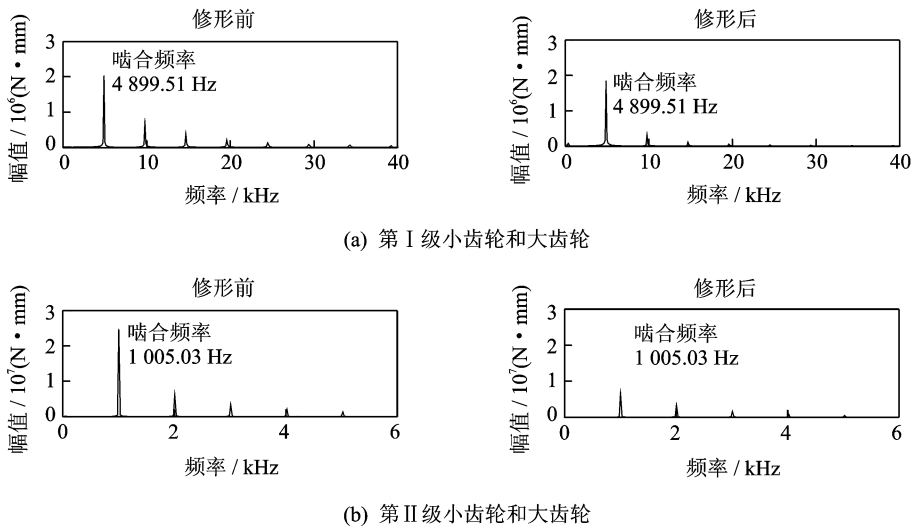


图 9 修形前后动载荷 FFT 频谱图

Fig. 9 FFT spectrum of dynamic load before and after modification

4 结 论

本文采用 LTCA 技术对齿轮副的一个啮合周期 5 个啮合位置的啮合状况进行了仿真,得到时变啮合刚度激励,所得结论如下:

(1) 应用集中参数理论建立系统多自由度的三维空间动力学模型,对动力学微分方程进行消除刚体位移和量纲归一化处理,采用变步长四阶龙格-库塔法进行求解,得到系统的时域响应和频域响应。

(2) 结合修形技术对轮齿进行齿向修形,经过齿向修形后的轮齿,其刚度波动明显减小,可以进一步降低动载荷的波动范围,使得冲击载荷降低,使运转趋于平稳,有效减小系统的振动。

(3) 功率四分支传动系统的动力学模型的建立、求解和分析为该系统的动态设计提供了理论依据,进而为该传动系统的应用场合进行降噪处理提供技术支持。

参考文献:

[1] Kish J G. Sikorsky aircraft advanced rotorcraft transmission (art) program-final report[R]. NASA CR-191079, 1993.
 [2] Kish J G. Comanche drive system [R]. Williamsburg: Rotary Wing Propulsion Specialists' Meeting,

USA; American Helicopter Society, 1993.

- [3] Krantz T L, Delgado I R. Experimental study of split-path transmission load sharing[R]. NASA TM-107212, 1996.
 [4] Krantz T L. Dynamic of a split torque helicopter transmission [R]. NASA TM-106410, 1994.
 [5] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学—振动、冲击、噪声 [M]. 北京:科学出版社, 1997:177-180.
 Li Runfang, Wang Jianjun. Gear system dynamics, vibration, shock and noise [M]. Beijing: Science Press, 1997:177-180.
 [6] Kahraman A, Kharazi A A, Umrani M. A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 262(3):752-768.
 [7] Bartelmus W, Zimroz R. Vibration condition monitoring of planetary gearbox under varying external load [J]. Mechanical Systems and Single Processing, 2009, 23(1):246-257.
 [8] Ambarisha V K. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302 (3): 577-595.
 [9] Kiracofe D R, Parker R G. Structured vibration modes of general compound planetary gear systems [J]. ASME, Journal of Vibration and Acoustics, 2007, 129(2): 1-16.

- [10] 刘琳辉, 张超, 况季孙. 船舶传动装置双重功率分支机构研究[J]. 舰船科学技术, 2010, 32(8): 151-153.
Liu Linhui, Zhang Chao, Kuang Jisun. Double power-branchment gear train for marine power transmission [J]. Ship Science and Technology, 2010, 32(8): 151-153.
- [11] 李发家, 朱如鹏, 鲍和云, 等. 行星齿轮系动力学特性分析及试验研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(4): 512-519.
Li Fajia, Zhu Rupeng, Bao Heyun, et al. Dynamics characteristics and experiment research on planetary gear system [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(4): 512-519.
- [12] 宋朝省, 朱才朝, 刘立斌. 船用交错轴变厚齿轮啮合性能的研究[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(11): 64-68.
Song Chaosheng, Zhu Caichao, Liu Libin. Mesh characteristics for marine beveloid gears with crossed axes [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(11): 64-68.
- [13] 董皓, 方宗德, 王宝宾, 等. 基于承载接触分析的双重功率分流机构均载特性[J]. 农业机械学报, 2013, 44(2): 248-254.
Dong Hao, Fang Zongde, Wang Baobin, et al. Load sharing characteristics analysis of dual power-split gear train based on loaded tooth contact analysis [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(2): 248-254.
- [14] 蒋进科, 方宗德, 卞翔. 人字齿轮齿向修形优化设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 86-92.
Jiang Jinke, Fang Zongde, Bian Xiang. Optimal design of longitudinal correction of double helical gear [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(11): 86-92.
- [15] 蒋进科, 方宗德, 苏进展. 基于承载传动误差幅值最小的斜齿轮齿面修形优化设计[J]. 航空动力学报, 2013, 28(7): 1637-1643.
Jiang Jinke, Fang Zongde, Su Jinzhan. Optimal design of modified helical gear tooth surfaces based on minimum amplitude of loaded transmission error [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(7): 1637-1643.
- [16] 蒋进科, 方宗德, 王峰. 降低斜齿轮噪声的对角修形优化设计[J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 63-67.
Jiang Jinke, Fang Zongde, Wang Feng. Optimal design with diagonal modification for reducing helical gear noise [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 63-67.

