

DOI:10.16356/j.1005-2615.2015.01.005

## 考虑轨控调姿的共面椭圆轨道寻的交会

尤岳 王华 唐国金

(国防科技大学航天科学与工程学院,长沙,410073)

**摘要:**在交会对接寻的段,为了保证自主测量导航设备的连续跟踪和追踪航天器飞行姿态的稳定,要求寻的段尽量采用水平脉冲进行控制,使对地定向的追踪航天器在寻的轨控期间尽量不调姿或调整的姿态角尽量小。本文考虑轨控前调姿的航天器两脉冲寻的交会问题,提出了轨控调姿定量指标并给出了物理解释和数学定义。根据轨控调姿位置和次数不同,将问题分为首脉冲不调姿、末脉冲不调姿、两次均不调姿和两次均调姿等 4 类。对于前 3 类问题,提出迭代求解算法;对于第 4 类问题,提出非线性规划求解算法。最后,将调姿指标和特征速度的等值曲线叠加,提出了“交会参数设计图”,可以快速直观地筛选出满足期望指标的交会参数集,辅助交会策略的制定。仿真结果验证了本文提出方法的有效性。

**关键词:**椭圆轨道交会;轨控调姿;水平脉冲;交会参数设计图

中图分类号:V448.25

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2015)01-0037-09

## Coplanar Elliptical Rendezvous Considering Attitude Adjustment in Homing

You Yue, Wang Hua, Tang Guojin

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, 410073, China)

**Abstract:** In the homing phase of spacecraft rendezvous and docking, in order to ensure a continuous tracking of the onboard navigation devices and to ensure a stable flight attitude of the chaser, horizontal impulses are needed as far as possible, so that the earth-orientated chaser does not tune or adjusts the attitude angle as small as possible during homing orbital control. This paper introduces an orbital maneuver attitude adjusting quantification index and gives its physical explanation and mathematic definition. According to the position and the number of times of attitude adjustment, the two-impulse rendezvous homing problem is divided into four types of cases, namely, the first maneuver without attitude adjustment, the last maneuver without attitude adjustment, the neither maneuver with attitude adjustment and the both maneuvers with attitude adjustment. Two methods to solve the above problems considering the attitude adjusting quantification index are developed. One is the iterative method applied to the first three cases, and the other is the nonlinear programming method applied to the fourth case. Four examples are calculated, and the results show that the two developed method are correct. Finally, when the contour lines of the attitude adjusting quantification index and the impulsive consumption are overlapped, the rendezvous parameter selecting map is obtained, which is instructive on rendezvous parameter selecting.

**Key words:** elliptical orbit rendezvous; attitude adjustment; horizontal impulse; rendezvous parameter design map

基金项目:国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)(2013CB73310)资助项目;国家自然科学基金(11272346)资助项目。

收稿日期:2014-08-15;修订日期:2014-11-06

通信作者:王华,男,副研究员,硕士生导师,E-mail:wanghua@nudt.edu.cn。

空间交会对接技术是航天器完成空间操作任务的基础<sup>[1-2]</sup>。半个多世纪以来,人类以交会对接技术为基础完成了空间站建造、长期在轨驻留、载人登月和深空探测等复杂航天活动,成功进行了300多次有人或无人参与的空间交会对接任务<sup>[3]</sup>。

在已经实现的交会对接中,目标航天器几乎都运行在圆轨道或者近圆轨道上,随着航天科技的进一步发展,椭圆轨道交会技术成为空间活动必需的基础技术<sup>[4]</sup>。一方面,对于失效、故障或非近圆轨道上的非合作航天器,进行必要的空间在轨服务需要椭圆轨道交会技术作为基础保障;另一方面,美国和俄罗斯在空间攻防领域快速发展,反卫星武器、轨道武器、轨道转移飞行器军事航天器频频出现,此类航天器对其他国家的空间资产构成巨大威胁,特别是美国 X-37B 轨道机动飞行器的3次成功在轨试验加剧了各国对空间资产安全的担心。为了应对此类威胁,发展天基平台实现对敌对航天器的拦截、监测、捕获等操作,椭圆轨道交会技术必不可少。

在实际任务中,航天器多采用对地定向三轴稳定飞行姿态<sup>[5]</sup>,并且变轨发动机大多与航天器固联,因此航天器变轨时推力方向调整是靠姿态改变来实现的<sup>[6]</sup>。在交会对接寻的段,为了保证自主测量导航设备的连续跟踪和追踪航天器飞行姿态的稳定,要求寻的段尽量采用水平脉冲进行控制,使对地定向的追踪航天器在寻的轨控期间尽量不调姿或调整的姿态角尽量小<sup>[7]</sup>,保证目标航天器始终处于追踪航天器测量敏感器视场内。以往对交会过程中敏感器视场约束的研究大多考虑相对位置引起的方位角<sup>[8-9]</sup>范围,而轨控前大角度调姿同样会带来测量视场变化,但相关研究并不多。因此,研究在当地水平推力作用下,椭圆轨道交会问题具有重要的工程价值,并可为未来的无人探月/火、载人登月/火等深空探测任务中的交会对接提供技术积累。

脉冲交会是工程中应用最多的轨控方法,在理论上也取得了不少研究成果<sup>[10-21]</sup>。其中,在水平脉冲控制方面 Tschauner<sup>[19]</sup>、Euler<sup>[20]</sup>、吴美平<sup>[5]</sup>、谌颖<sup>[21]</sup>和李格非<sup>[6]</sup>的研究工作具有代表性。在有关圆轨道的水平脉冲交会研究中,杨乐平<sup>[13]</sup>提出了一种基于切向脉冲与径向连续常推力组合机动的空间 V-bar 交会策略。吴美平<sup>[5]</sup>研究了圆轨道交会寻的段在固定交会时间和最大燃料消耗量的约束条件下,如何实现水平冲量多弧段交会机动,分析了交会过程中每一次机动的决定性因素,给出了

求解满足两个过程约束条件的迭代算法。在有关椭圆轨道交会的研究中,Tschauner<sup>[19]</sup>基于庞特里亚金极大值原理推导出了目标航天器轨道平面内仅用水平推力实现交会的燃料最优开关控制律,但是并没有说明开关控制律的存在条件和得出的最优控制律是否满足点火时刻约束。Euler<sup>[20]</sup>采用极坐标系下的线性相对运动方程描述相对运动,仅采用切向推力进行交会机动,得出了解析形式的燃料最优交会控制律,但是控制律是开环连续形式的,实际执行时需要采用变推力发动机。谌颖<sup>[21]</sup>采用绝对运动参数研究了共面椭圆轨道之间的两次水平脉冲转移问题,在给定初始、最终轨道及第一个脉冲点位置的情况下推导了航天器转移地心角应满足的超越方程,但未对解的存在性进行验证,事实上对于椭圆轨道交会问题,当两航天器的真近点角差满足一定条件时才会存在两个水平脉冲解。李格非<sup>[7]</sup>基于考虑摄动的轨道动力学模型,研究了近地圆轨道交会对接寻的段水平双脉冲的求解方法,将脉冲的俯仰角近似转化为控制时刻的轨道幅角,从而通过调整脉冲控制时刻来消除径向速度增量,得到首末水平双脉冲的启控时刻。该迭代方法是基于圆轨道的 C-W 相对动力学方程推导而来,不能用于一般椭圆轨道交会问题。

交会对接寻的段从追踪航天器与目标航天器建立通信链路和相对导航(通常从两个航天器相距几十千米)开始,到相距几千米到几十米的近旁结束<sup>[7]</sup>。寻的段的控制目标是减小两个飞行器相对轨迹散布,保证后续对目标逼近或绕飞初始点所需的位置和速度要求,通常采用双脉冲控制。本文采用线性相对运动模型研究了考虑轨控调姿的椭圆轨道寻的交会问题。首先,提出了轨控调姿指标,给出了明确的物理解释和严格的数学定义,并根据轨控调姿位置和次数的不同,对两脉冲寻的交会的轨控调姿问题进行了分类;然后,分别采用迭代法和非线性规划法,对存在水平脉冲解和不存在水平脉冲解的交会问题进行了求解;最后,通过仿真试验对本文所述方法进行了验证,将调姿指标和特征速度等值曲线图叠加,提出了“交会参数设计图”,用于交会策略的初步设计。

## 1 椭圆轨道相对动力学模型

### 1.1 坐标系定义

为描述航天器绝对和相对运动,本文研究中主要使用了以下3种坐标系:

(1) 地心惯性坐标系  $O_E X_I Y_I Z_I$ , 采用 J2000

惯性坐标系。

(2) 目标航天器 VVLH (Vehicle velocity, local horizontal) 轨道坐标系  $o_txyz$ , 如图 1 所示。

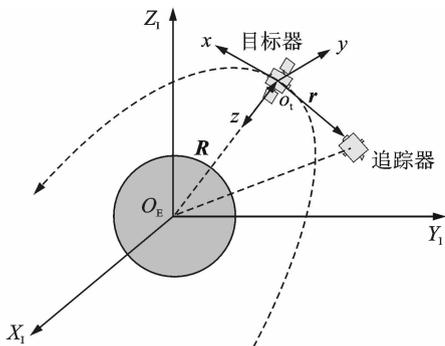


图 1 目标航天器 VVLH 轨道坐标系

Fig. 1 VVLH coordinate frame of target spacecraft

原点  $o_t$  位于目标航天器质心,  $z$  轴由目标航天器质心指向地心,  $x$  轴与  $z$  轴垂直, 指向目标航天器前进方向,  $y$  轴由右手法则确定, 下文简称  $o_txyz$  为目标轨道系。该坐标系常用来描述航天器的姿态对地心定向和航天器间的相对运动状态。

(3) 追踪航天器 VVLH 轨道坐标系  $o_cx_cy_cz_c$  与目标器轨道坐标系类似, 差别在于原点  $o_c$  位于追踪航天器质心, 下文简称  $o_cx_cy_cz_c$  为追踪轨道系。

## 1.2 相对动力学模型及其状态转移矩阵

设  $\mathbf{R}$  为目标器的地心矢量,  $\mathbf{r}$  为追踪器相对于目标器的位置矢量。当  $|\mathbf{r}| \ll |\mathbf{R}|$  时, 可得目标轨道为一般椭圆轨道时, 目标轨道系下两航天器间的相对运动动力学方程<sup>[22]</sup>

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k\omega^{\frac{3}{2}}x + 2\omega\dot{z} + \dot{\omega}z + \omega^2x \\ -k\omega^{\frac{3}{2}}y \\ 2k\omega^{\frac{3}{2}}z - 2\omega\dot{x} - \dot{\omega}x + \omega^2z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  为作用在追踪器上的控制加速度;  $\omega$  为目标器的旋转角速度;  $e$  为目标器轨道偏心率;  $\mu$  为地球引力常数;  $\theta$  为目标器真近点角;  $h$  为目标轨道动量矩;  $R$  为目标器地心距; 记常量  $k = \mu/h^{\frac{3}{2}}$ ,  $k\omega^{\frac{3}{2}} = (\mu/h^{\frac{3}{2}})\omega^{\frac{3}{2}} = \mu/R^3$ ,  $\rho = 1 + e\cos\theta$ ,  $[\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{z}]^T = \rho[x \ y \ z]^T$ 。于是, 位置矢量对真近点角  $\theta$  的一阶、二阶导数相应的记为

$$\frac{d[\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{z}]^T}{d\theta} = [\tilde{x}' \ \tilde{y}' \ \tilde{z}']^T \quad (2)$$

$$\frac{d^2[\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{z}]^T}{d\theta^2} = [\tilde{x}'' \ \tilde{y}'' \ \tilde{z}'']^T \quad (3)$$

进而, 可得 TH 方程<sup>[23]</sup>

$$\begin{cases} \tilde{x}'' = 2\tilde{z}' \\ \tilde{y}'' = -\tilde{y} \\ \tilde{z}'' = 3\tilde{z}/\rho - 2\tilde{x}' \end{cases} \quad (4)$$

基于 TH 方程, 可以得到适用于任意偏心率参考椭圆轨道的三维状态转移矩阵

$$\mathbf{T}(t_f, t_0, \theta_0) = \Phi(t_f)^{-1} \times \mathbf{M}(\theta_f, \theta_0) \times \Phi(t_0) \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{M}(\theta_f, \theta_0)$  为角域下的状态转移矩阵,  $\Phi(t_0)$  和  $\Phi(t_f)$  为相应时刻角域与时域的状态参数转换矩阵, 各矩阵元素的具体表达式参见文献[4]。

## 1.3 脉冲制导模型

定义追踪器的相对位置矢量和相对速度矢量分别为  $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$  和  $\mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ , 时域内的相对状态转移方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}(t_f) \\ \mathbf{v}(t_f) \end{bmatrix} = \mathbf{T}(t_f, t_0, \theta_0) \begin{bmatrix} \mathbf{r}(t_0) \\ \mathbf{v}(t_0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $\theta_0$  为目标器的初始真近点角。

对状态转移矩阵  $\mathbf{T}(t_f, t_0, \theta_0)$  进行分块

$$\mathbf{T}(t_f, t_0, \theta_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{rr}(t_f, t_0, \theta_0) & \mathbf{T}_{rv}(t_f, t_0, \theta_0) \\ \mathbf{T}_{vr}(t_f, t_0, \theta_0) & \mathbf{T}_{vv}(t_f, t_0, \theta_0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{T}_{rr}(t_f, t_0, \theta_0)$ ,  $\mathbf{T}_{rv}(t_f, t_0, \theta_0)$ ,  $\mathbf{T}_{vr}(t_f, t_0, \theta_0)$ ,  $\mathbf{T}_{vv}(t_f, t_0, \theta_0)$  均为  $3 \times 3$  阶方阵。

根据状态转移方程(6), 推导椭圆轨道交会的 Hill 制导模型。设初始时刻  $t_0$ ,  $\mathbf{r}(t_0) = (x_0, y_0, z_0)^T$ ,  $\mathbf{v}(t_0) = (\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)^T$ , 要求在初始时刻和终端时刻施加两次脉冲, 使得终端时刻  $t_f = t_0 + \tau$ , 追踪器的相对状态达到  $\mathbf{r}(t_f)$  和  $\mathbf{v}(t_f)$ 。假设脉冲发动机开机时间  $\delta$  很短, 则  $\delta \approx 0$ , 在初始时刻  $t_0$  施加脉冲  $\Delta \mathbf{v}_0$ , 则脉冲施加后 ( $t_0 + \delta$  时刻) 的相对状态矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0 + \delta) &= \mathbf{r}(t_0) \\ \mathbf{v}(t_0 + \delta) &= \mathbf{v}(t_0) + \Delta \mathbf{v}_0 \end{aligned} \quad (8)$$

根据式(6)可得, 末脉冲施加前 ( $t_f - \delta$  时刻) 追踪器的相对状态矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_f - \delta) &= \mathbf{T}_{rr}(t_f, t_0, \theta_0)\mathbf{r}(t_0 + \delta) + \\ &\mathbf{T}_{rv}(t_f, t_0, \theta_0)\mathbf{v}(t_0 + \delta) \\ \mathbf{v}(t_f - \delta) &= \mathbf{T}_{vr}(t_f, t_0, \theta_0)\mathbf{r}(t_0 + \delta) + \\ &\mathbf{T}_{vv}(t_f, t_0, \theta_0)\mathbf{v}(t_0 + \delta) \end{aligned} \quad (9)$$

此时施加第二个脉冲  $\Delta \mathbf{v}_f$ , 则脉冲施加后 ( $t_f$  时刻) 的相对状态矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_f) &= \mathbf{r}(t_f - \delta) \\ \mathbf{v}(t_f) &= \mathbf{v}(t_f - \delta) + \Delta \mathbf{v}_f \end{aligned} \quad (10)$$

综合式(8~10), 可求得两次脉冲分别为

$$\Delta \mathbf{v}_0 = \mathbf{T}_{rv}^{-1}(t_f, t_0, \theta_0) [\mathbf{r}_f - \mathbf{T}_{rr}(t_f, t_0, \theta_0)\mathbf{r}_0] - \mathbf{v}_0 \quad (11)$$

$$\Delta \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{T}_{rv}(t_f, t_0, \theta_0) \mathbf{T}_{rv}^{-1}(t_f, t_0, \theta_0) [\mathbf{r}_i - \mathbf{T}_{rr}(t_f, t_0, \theta_0) \mathbf{r}_0] - \mathbf{T}_{rv}(t_f, t_0, \theta_0) \mathbf{r}_0 \quad (12)$$

式(11,12)为椭圆轨道 Hill 制导的两次脉冲,则 Hill 制导的总特征速度为交会时间  $\tau(\tau = t_f - t_0)$  和目标航天器初始真近点角  $\theta_0$  的函数,即

$$\sum |\Delta \mathbf{v}| = |\Delta \mathbf{v}_0| + |\Delta \mathbf{v}_1| = f(\tau, \theta_0) \quad (13)$$

开普勒方程给出了交会时间和真近点角  $\theta$  的关系,所以当初始真近点角已知时,总特征速度仅为交会时间的函数。

## 2 轨控调姿问题描述

对于推力器固连的对地定向航天器,变轨推力方向调整需通过改变姿态来实现,这不仅消耗燃料,而且不利于工程实施。本节研究共面椭圆轨道两脉冲交会中,轨控调姿幅度的定量描述与轨控调姿问题的分类。

### 2.1 轨控调姿幅度的定量描述

对于两个共面圆轨道间的交会问题,霍曼转移中两次机动脉冲均沿当地水平方向(垂直于瞬时矢径),对地定向的航天器机动前不需要调整姿态。对于两个大小和拱线都不相同的椭圆轨道交会问题,如图2所示,在初始轨道  $E_1$  的  $D$  点施加  $\Delta \mathbf{v}_1$ , 进入过渡椭圆  $E_i$ , 在  $S$  点施加  $\Delta \mathbf{v}_2$  到达终止轨道  $E_2$ 。

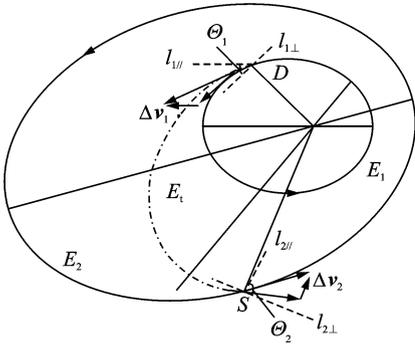


图2 一般椭圆轨道交会的轨道转移示意图

Fig.2 Transfer of general elliptical rendezvous

图2中:  $l_{1\perp}, l_{2\perp}$  表示两个脉冲施加点的当地水平线;  $l_{1//}, l_{2//}$  表示两个脉冲矢量的平行线,两个脉冲矢量与当地水平线的夹角分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ 。考虑到航天器的姿轨控发动机大多成对安装,在一种飞行姿态下可以同时获得正反两个方向的推力,则  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的变化幅度由  $2\pi$  减小为  $\pi$ 。其数学定义参照飞行路径角可得,脉冲矢量在当地水平线之上时,  $\theta > 0$ ; 脉冲矢量在当地水平线之下时,  $\theta < 0$ , 则  $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 。  $\theta$  绝对值的大小代表了脉

冲矢量偏离当地水平方向的程度,则  $\theta$  可以定量地衡量航天器轨道机动前的姿态调整幅度。姿态调整幅度越大,姿态机动所需的燃料越多,重新达到稳定姿态的时间越长,工程实现越复杂,导致丢失地球目标或追踪目标的危险越大,所以希望  $\theta$  越小越好。

下面对  $\theta$  进行定量分析。首先,利用式(11,12)求得目标器轨道坐标系下的两个脉冲矢量  $\Delta \mathbf{v}_i (i=1,2)$ , 将他们转换到追踪器轨道坐标系下表示为

$$\Delta \mathbf{v}_{ci} = \mathbf{T}_{ic} \mathbf{T}_{it}^{-1} \Delta \mathbf{v}_i \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{T}_{ic}$  和  $\mathbf{T}_{it}$  分别表示第  $i$  次脉冲时刻,追踪器轨道系和目标器轨道系到地心惯性系的转换矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\sin\mu\cos\Omega - \cos\mu\cos i \sin\Omega & -\sin\mu\sin\Omega + \cos\mu\cos i \cos\Omega & \cos\mu\sin i \\ -\sin i \sin\Omega & \sin i \cos\Omega & -\cos i \\ -\cos\mu\cos\Omega + \sin\mu\cos i \sin\Omega & -\cos\mu\sin\Omega - \sin\mu\cos i \cos\Omega & -\sin\mu\sin i \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中:  $\mu = \bar{\omega} + \theta$  为轨道幅角;  $\bar{\omega}$  (区别于角速度  $\omega$ ) 为近地点幅角;  $i$  为轨道倾角;  $\Omega$  为升交点赤经。

脉冲矢量的单位方向为

$$\hat{\Delta \mathbf{v}}_{ci} = \frac{\Delta \mathbf{v}_{ci}}{|\Delta \mathbf{v}_{ci}|} = \begin{bmatrix} \hat{\Delta x}_{ci} \\ \hat{\Delta y}_{ci} \\ \hat{\Delta z}_{ci} \end{bmatrix} \quad (16)$$

对于共面交会问题有  $\hat{\Delta y}_{ci} = 0$ 。由图2中的几何关系及  $\theta$  的定义域可知

$$\theta_i = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \hat{\Delta x}_{ci} = 0 \\ \arctan \frac{\hat{\Delta z}_{ci}}{\hat{\Delta x}_{ci}} & \hat{\Delta x}_{ci} \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

定义  $|\theta_i|$  为航天器的单次轨控调姿指标,则双脉冲交会总调姿指标定义为

$$\theta_{\Sigma} = |\theta_1| + |\theta_2| \quad (18)$$

$\theta_{\Sigma}$  越小代表变轨机动前的姿态调整负担越小。

### 2.2 轨控调姿问题的分类

实际任务中由于工程约束的不同,航天器轨控调姿位置和次数不同,两脉冲交会问题共有4种情况,分别为仅在首脉冲施加时不调姿、仅在末脉冲施加时不调姿、两次机动时均不调姿、两次机动时均调姿。相应的轨控调姿角度  $\theta_i$  取值如下:

(1)  $\theta_1 = 0$  且  $\theta_2 \neq 0$ , 表示首次变轨脉冲沿当地水平方向,交会首脉冲施加时航天器不需要姿态调整。该类情况主要出现在寻的段初始导航误差较大(相对导航设备探测能力有限或目标航天器为

非合作目标),需要通过早期持续相对测量提高导航精度的交会任务,该类任务在交会初期对航天器的姿态稳定性要求较高。

(2)  $\Theta_2=0$  且  $\Theta_1 \neq 0$ ,表示终端变轨脉冲沿当地水平方向,交会末脉冲施加时航天器不需要姿态调整。该类情况主要出现在交会终点两航天器相对距离较近,需要通过连续测量提高相对导航精度避免航天器发生碰撞的交会任务,该类任务在交会末期对航天器的姿态稳定性要求较高。

(3)  $\Theta_1=0$  且  $\Theta_2=0$ ,表示两次变轨脉冲均沿当地水平方向,交会过程中航天器不需要调整姿态。根据空间交会寻的最优轨道机动分析,寻的段水平双脉冲从燃料消耗意义上近似最优控制<sup>[24-25]</sup>。因此,该类情况主要出现在对交会脉冲消耗要求严格或对交会初期和末期航天器的姿态稳定性都要求较高的交会任务。

(4)  $\Theta_1 \neq 0$  且  $\Theta_2 \neq 0$ ,表示两次变轨脉冲均不沿当地水平方向,交会过程中航天器需要两次调姿。该类情况主要出现在给定约束条件下根本不存在水平脉冲解或对脉冲施加时刻航天器的姿态稳定性要求不高的交会任务。

## 3 轨控调姿问题求解

### 3.1 轨控调姿的迭代法求解

已公开发表的交会寻的段水平双脉冲求解方法均基于 C-W 方程推导而来,不能用于一般椭圆轨道寻的脉冲的求解,因而本文首先给出了一种适用于一般椭圆轨道考虑轨控调姿的交会脉冲迭代算法。

设交会初始时刻为  $t_0$ ,终端时刻为  $t_f$ ,两次脉冲作用时刻分别为  $t_1$  ( $t_0 \leq t_1 < t_2$ ),  $t_2$  ( $t_2 = t_f$ )。由式(11,12)可知,机动脉冲为交会时间  $t_f$ (或目标器真近点角  $\theta_i$ )的单值函数,因而轨控调姿角度  $\Theta_i$  也为交会时间  $t_f$ 的单值函数,记为  $\Theta_i(t_f)$ (如图 3 所示,交会时间归一化为  $t_f/T_i$ ,  $T_i$  为目标器轨道周期)。对于前 3 种情况,可采用迭代法求解。

首先,采用遍历法求出  $t_f \in [t_0, t_0 + T_i]$  上  $\Theta_i(t_f)$  的所有极值点。由于  $\Theta_i(t_f)$  关于  $t_f$  的导数非常复杂,不能通过导数等于零的方式求得极值的解析解,因而采用遍历法求出所有极值点,并按顺序排列。假设有  $n$  个极值点并满足  $t_{s1} < t_{s2} < \dots < t_{sn}$ ,对应的将解区间分为  $n+1$  段,即  $[t_0, t_{s1})$ ,  $[t_{s1}, t_{s2})$ ,  $\dots$ ,  $[t_{sn}, t_0 + T_i)$ 。

其次,采用割线法求出  $\Theta_i(t_f)=0$  时的  $t_f$ 。在每个小段  $t_f \in [t_{sm}, t_{sm+1})$  内,  $\Theta_i(t_f)$  为单调函数,

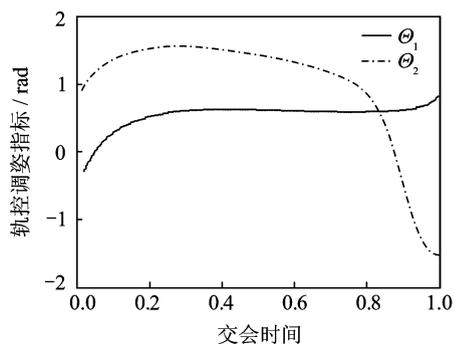


图 3 调姿指标随交会时间变化曲线

Fig. 3 Curve of attitude adjustment index changing with rendezvous time

则:

(1) 当  $\Theta_i(t_{sm}) \cdot \Theta_i(t_{sm+1} - \delta) > 0$  时,  $\Theta_i(t_f) = 0$  在区间  $[t_{sm}, t_{sm+1})$  内无解。其中,  $\delta > 0$  且足够小;

(2) 当  $\Theta_i(t_{sm}) \cdot \Theta_i(t_{sm+1} - \delta) < 0$  时,  $\Theta_i(t_f) = 0$  在区间  $[t_{sm}, t_{sm+1})$  内有唯一解,可由式(19)迭代求解

$$t_{n+2} = t_{n+1} - (t_{n+1} - t_n) \frac{\Theta_i(t_{n+1})}{\Theta_i(t_{n+1}) - \Theta_i(t_n)} \quad n \in \mathbf{N} \quad (19)$$

式中:  $t_0 = t_{sm}$ ,  $t_1 = t_{sm+1} - \delta$ ,  $\mathbf{N}$  为自然数集。当  $|t_{n+1} - t_n|$  足够小时,迭代结束,得到  $t_f$  的最终数值解。

迭代法将前 3 种轨控调姿问题转化为交会时间的单变量函数,逻辑清晰、步骤简单,可适应星载计算资源的有限性,但存在以下不足。首先,该方法仅能求解前 3 种情况,无法处理两次轨控均调姿的情况;其次,对于“ $\Theta_1=0$  且  $\Theta_2=0$ ”的情况,割线法很难收敛,即使收敛,计算时间也会很长。在实际工程中,一方面,由于任务时间约束,可能根本不存在调姿角度为零的脉冲解;另一方面,地球敏感器和相对测量设备具有当航天器姿态在一定范围内调整时,继续捕获目标的能力,因此航天器轨控前的调姿角度不一定要求严格等于零,而是小于一定的上限即可。针对迭代法的不足并考虑工程实际,本文进一步提出了采用非线性规划法求解考虑轨控前调姿的共面椭圆轨道交会问题。

### 3.2 轨控调姿的非线性规划法求解

近年来,利用非线性规划法解决轨道优化问题取得了良好的效果<sup>[23,26-29]</sup>,优化指标主要为燃料消耗、交会时间和轨迹鲁棒性等。本文将考虑轨控前调姿的交会问题看作以脉冲施加时刻为优化变量,调姿指标为优化指标的非线性规划问题,采用 NS-GA-II 算法<sup>[27]</sup>进行求解,克服了采用迭代法求解

两次轨控均不调姿问题时,难以收敛的困难。对于零调姿变轨脉冲不存在的情况,采用本方法可以得到给定条件下调姿角度最小的解。

非线性规划模型包括以下3个部分:

(1) 优化变量:对于自由时间交会问题,取两次脉冲作用时刻  $t_i (i=1,2)$  为优化变量,即  $\mathbf{x} = [t_1, t_2]^T$ 。为了提高优化质量,对  $t_i$  进行变量归一化处理,令

$$\alpha_i = t_i / (t_f - t_0) \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (20)$$

脉冲矢量由式(11,12)确定。对于固定时间交会问题,优化变量退化为  $\mathbf{x} = [t_1]^T$ ,即仅求解初始脉冲作用时刻。

(2) 约束条件:约束条件考虑为脉冲时刻约束,作用于  $t_i (i=1,2)$  的一般约束为

$$t_0 \leq t_1 < t_2 \leq T_1 \quad (21)$$

式中:  $T_1$  为目标器轨道周期,即交会时间限定在一个轨道周期内。对于实际交会任务,要求在变轨前进行调姿,因此对两个脉冲之间的时间间隔也有一定的要求,即

$$t_{i+1} - t_i \geq \Delta t \quad i=1,2 \quad (22)$$

(3) 目标函数:对于轨控调姿的四种情况,对应的目标函数分别为:

① 首脉冲不调姿的目标函数为  $\eta_1 = |\Theta_1|$ ,且  $\eta_1 = 0$ ;

② 末脉冲不调姿的目标函数为  $\eta_2 = |\Theta_2|$ ,且  $\eta_2 = 0$ ;

③ 两脉冲均不调姿的目标函数为  $\eta_3 = |\Theta_1| + |\Theta_2|$ ,且  $\eta_3 = 0$ ;

④ 两脉冲均调姿的目标函数为  $\eta_4 = |\Theta_1| + |\Theta_2|$ ,且  $\eta_4 \neq 0$ 。

## 4 仿真算例

### 4.1 参数设置

在二体假设下,取地球半径  $R_e = 6\,378.137$  km,交会初始时刻两航天器的轨道参数如表1所示。

表1 初始时刻航天器轨道参数

Tab. 1 Initial orbit elements

轨道要素	目标器	追踪器
$a$ / km	14 756.273	14 746.273
$e$	0.700	0.699
$i$ / (°)	68	68
$\Omega$ / (°)	0	0
$\omega$ / (°)	30.00	29.99
$\theta$ / (°)	70.0	69.5

目标轨道坐标系下,两航天器初始相对状态为  $\mathbf{X}_0 = [-53.761\,86$  km,  $0$  km,  $32.282\,87$  km,

$49.890\,86$  m/s,  $0$  m/s,  $13.136\,41$  m/s] $^T$ ,期望的终端相对状态为  $\mathbf{X}_f = [-2$  km,  $0$  m,  $0$  m,  $0$  m/s,  $0$  m/s,  $0$  m/s] $^T$ 。

### 4.2 计算结果

(1) 仅首脉冲不调姿

求解目标函数为  $\eta_1 = |\Theta_1|$  的优化问题,可得最优解  $\eta_1^* = 0.000\,0$ ,优化变量为  $\mathbf{x}_2^* = [t_1, t_2]^T = [225.439\,8$  s,  $1\,880.804\,0$  s] $^T$ ,追踪器轨道坐标系下首脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{c1} = [\Delta \hat{x}_{c1} \quad \Delta \hat{y}_{c1} \quad \Delta \hat{z}_{c1}]^T = [1.000\,0, 0, 0]^T$ ,末脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{c2} = [\Delta \hat{x}_{c2} \quad \Delta \hat{y}_{c2} \quad \Delta \hat{z}_{c2}]^T = [-0.250\,5, 0, 0.968\,1]^T$ 。总特征速度为  $\sum |\Delta \mathbf{v}| = 46.405\,3$  m/s。目标器轨道坐标系下,两航天器的相对运动轨迹和脉冲矢量如图4所示。图中“\*”表示脉冲施加时刻两航天器的相对位置(下同),可以看到首脉冲矢量与追踪器当地水平方向重合,末脉冲矢量与当地水平方向不重合,因而首脉冲施加前航天器不需要进行姿态调整,而末脉冲施加前需要进行姿态调整,调姿角度为  $|\Theta_2| = 1.317\,6$  rad。

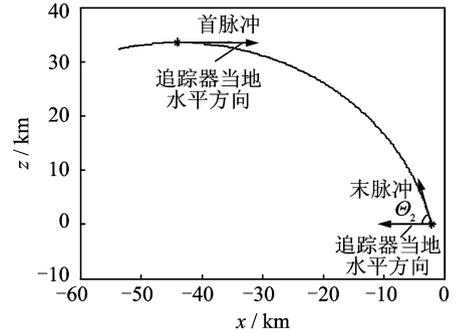


图4 首脉冲不调姿的交会相对运动轨迹

Fig. 4 Relative trajectory without initial attitude adjustment

(2) 仅末脉冲不调姿

求解目标函数为  $\eta_2 = |\Theta_2|$  的优化问题,可得最优解  $\eta_2^* = 0.000\,0$ ,优化变量  $\mathbf{x}_2^* = [t_1, t_2]^T = [9\,900.464\,8$  s,  $15\,388.398\,4$  s] $^T$ ,追踪器轨道坐标系下首脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{c1} = [\Delta \hat{x}_{c1} \quad \Delta \hat{y}_{c1} \quad \Delta \hat{z}_{c1}]^T = [-0.162\,3, 0, -0.986\,7]^T$ ,末脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{c2} = [\Delta \hat{x}_{c2} \quad \Delta \hat{y}_{c2} \quad \Delta \hat{z}_{c2}]^T = [1.000\,0, 0, 0]^T$ 。总特征速度为  $\sum |\Delta \mathbf{v}| = 17.798\,1$  m/s。目标器轨道坐标系下,两航天器的相对运动轨迹和脉冲矢量如图5所示,图中末脉冲矢量与追踪器当地水平方向重合,首脉冲矢量与追踪器当地水平方向不重

合,因而末脉冲施加前航天器不需要进行姿态调整,而首脉冲施加前需要进行姿态调整,调姿角度为  $|\theta_1| = 1.4078 \text{ rad}$ 。

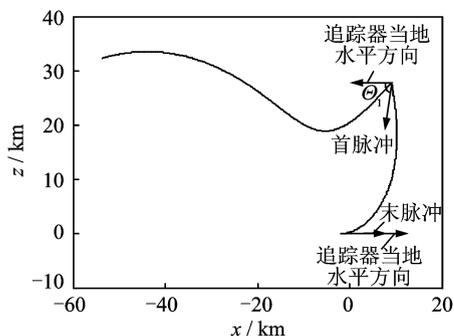


图 5 末脉冲不调姿的交会相对运动轨迹

Fig. 5 Relative trajectory without final attitude adjustment

(3) 两脉冲均不调姿

求解目标函数为  $\eta_3 = |\theta_1| + |\theta_2|$  的优化问题,可得最优解  $\eta_3 = 0.000001$ ,优化变量  $\mathbf{x}_3^* = [t_1, t_2]^T = [435.386383 \text{ s}, 15140.0430 \text{ s}]^T$ ,追踪器轨道坐标系下首脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{e1} = [\Delta \hat{x}_{e1}, \Delta \hat{y}_{e1}, \Delta \hat{z}_{e1}]^T = [0.999999, 0, 0.000016]^T$ ,末脉冲矢量的方向为  $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{e2} = [\Delta \hat{x}_{e2}, \Delta \hat{y}_{e2}, \Delta \hat{z}_{e2}]^T = [0.999999, 0, 0.000015]^T$ 。总特征速度为  $\sum |\Delta \mathbf{v}| = 1.56551 \text{ m/s}$ 。目标器轨道坐标系下,两航天器的相对运动轨迹和脉冲矢量如图 6 所示,图中两个脉冲矢量均与追踪器当地水平方向重合,表示两次脉冲施加前航天器均不需要进行姿态调整。

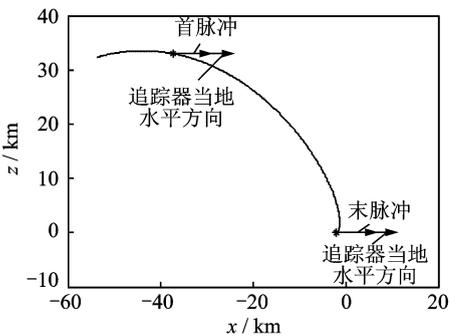


图 6 两次脉冲均不调姿的交会相对运动轨迹

Fig. 6 Relative trajectory for neither attitude adjustment

根据空间交会寻的最优轨道机动分析,寻的段水平双脉冲从燃料消耗意义上近似最优控制。因此,算例 3 两脉冲均不调姿的速度增量要小于其他 3 个存在轨控调姿的情况,该现象与荆武兴<sup>[24]</sup>的分析结论相符。

(4) 两脉冲均需调姿

对于两次轨控机动均需要调姿的交会问题,在机动策略选择时,需要同时考虑调姿角度和燃料消耗。在初始相对状态确定的椭圆轨道交会中,上述指标的决定因素为交会起点目标器在轨道上的位置(目标器初始真近点角)和交会时间。计算不同目标器初始真近点角和交会时间下的轨控调姿指标(如式(17))和脉冲消耗(如式(13)),可绘制两种指标的等值线叠加图,如图 7 所示。图中实线为轨控调姿指标的等值线,阴影区域为特征速度小于 30 m/s 的交会参数区。

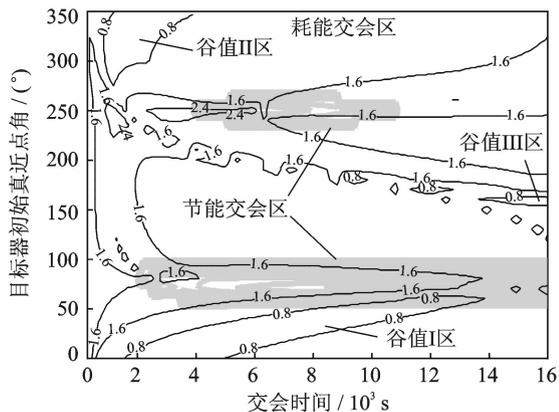


图 7 考虑轨控调姿和脉冲消耗的交会参数设计图

Fig. 7 Blueprint of rendezvous parameter considering both attitude adjustment index and impulsive consumption

可以看出,随轨控调姿指标的不同,图 7 中存在 3 个较大的谷值区,相应轨控调姿指标  $\leq 0.8 \text{ rad}$ ,具体如下:

- ①谷值 I 区:交会时间为 2 000~14 000 s,目标器初始真近点角为 0~70°;
- ②谷值 II 区:交会时间为 1 800~4 000 s,目标器初始真近点角为 275~360°;
- ③谷值 III 区:交会时间为 14 000~16 000 s,目标器初始真近点角为 175~180°。

根据特征速度的不同,图 7 又可分为耗能交会区和节能交会区:

①耗能交会区:阴影区域以外的区域,特征速度  $> 30 \text{ m/s}$ ,完成交会所需的脉冲消耗大,虽然谷值 II 区和谷值 III 区轨控调姿指标较小,但不宜进行交会。

②节能交会区:阴影区域特征速度  $\leq 30 \text{ m/s}$ ,完成交会所需的脉冲消耗小,特别是交会时间为 8 000~14 000 s,目标器初始真近点角为 50~70°的区域,两种指标均处于较小水平,适宜进行交会。

“交会参数设计图”的引入,可以帮助人们快速

直观地筛选出期望指标约束下的交会参数子集,大大缩小寻优区域,有助于椭圆轨道交会策略的制定。

## 5 结束语

在交会对接寻的段,为了保证自主测量导航设备的连续跟踪和追踪航天器飞行姿态的稳定,要求寻的段尽量采用水平脉冲进行控制,使对地定向的追踪航天器在寻的轨控期间尽量不调姿或调整的姿态角尽量小。本文提出了描述航天器轨控调姿幅度的定量指标,根据交会过程中调姿位置和调姿次数的不同,将两脉冲交会问题分为首脉冲不调姿、末脉冲不调姿、两次均不调姿和两次均调姿等4类。针对问题的不同,分别提出了迭代法和非线性规划法两种求解算法。通过调整优化变量和目标函数,非线性规划法既可以求解自由时间交会问题也可以处理固定时间交会问题。

由于航天器星载计算资源有限,工程实践中可以引入“交会参数设计图”的概念,先在地面绘制调姿指标和特征速度的等值曲线叠加图,筛选满足期望指标的交会参数集,缩小寻优范围,将满足调姿指标和脉冲消耗的交会参数集装订到星载计算机,变轨机动前星载 GNC 根据实测数据,以装订值作为初值进行迭代求解,避免了迭代法初值难以选择的问题。在给出的初始解区间内,目标函数为单变量函数,迭代算法可以快速收敛,可以保证航天器在轨机动规划的实时性,为解决椭圆轨道交会中的轨控调姿最优问题,提供了一种研究思路。文中给出的仿真实例说明了上述方法的有效性。

### 参考文献:

- [1] Fehse W. Automated rendezvous and docking of spacecraft [M]. United Kingdom: Cambridge University Press, 2003.
- [2] 张刚,周荻. 追踪椭圆轨道目标 Hill 制导及其误差分析[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1376-1384.  
Zhang Gang, Zhou Di. Hill's guidance for pursuing a target on elliptical orbit and analysis of its error [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1376-1384.
- [3] 李九人. 空间交会对接的仅测角相对导航与自主控制方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2011.  
Li Jiuren. Research on angles-only relative navigation and autonomous control for space rendezvous [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.
- [4] 尤岳. 椭圆轨道自主交会偏差分析与轨道设计优化[D]. 长沙: 国防科技大学, 2012.  
You Yue. Error analysis and trajectory design optimization for autonomous rendezvous on elliptical orbit [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012.
- [5] 吴美平,吴瑞林. 约束条件下水平冲量多弧段交会机动方案设计[J]. 航天控制, 2001(4): 53-58.  
Wu Meiping, Wu Ruilin. The horizontal impulse multi-segmental arcs rendezvous project designed in restricted condition [J]. Space Control, 2001(4): 53-58.
- [6] 熊智,姚小松,郁丰. 失效卫星空间近距离接近的位姿联合确定[J]. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(5): 583-589.  
Xiong Zhi, Yao Xiaosong, Yu Feng. Position and attitude joint determination for failed satellite in space close-distance approach [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2013, 45(5): 583-589.
- [7] 李革非,宋军. 交会对接寻的段水平双脉冲交会轨道精确求解[J]. 飞行器测控学报, 2014, 33(2): 140-147.  
Li Gefei, Song Jun. Exact solution of the rendezvous orbit of horizontal double impulses for the homing phase of spacecraft rendezvous and docking [J]. Journal of Spacecraft T&C Technology, 2014, 33(2): 140-147.
- [8] 王华,唐国金,李海阳. 视场约束下 V-bar 撤离控制的解析计算方法[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(2): 39-42.  
Wang Hua, Tang Guojin, Li Haiyang. An analytic solution for the V-bar departure control [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2007, 29(2): 39-42.
- [9] 沈昱恒,侯明善,赵启明. 基于  $\theta$ -D 方法的方位角约束自主交会控制[J]. 宇航学报, 2010, 31(8): 1976-1981.  
Shen Yuheng, Hou Mingshan, Zhao Qiming.  $\theta$ -D approach-based autonomous rendezvous control with constrained aspect angle [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(8): 1976-1981.
- [10] 王剑颖,梁海朝,孙兆伟. 基于对偶数的相对耦合动力学与控制[J]. 宇航学报, 2010, 31(7): 1711-1717.  
Wang Jianying, Liang Haichao, Sun Zhaowei. Dual number-based relative coupled dynamics and control [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(7): 1711-1717.
- [11] Liu Luhua, Tang Guojian, Zheng Wei, et al. Application of velocity gain guidance to far-distance rendez-

- vous [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006, 23(3): 168-172.
- [12] 岳新成,杨莹,耿志勇. 有限推力能量、燃料最优轨道转移控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(6): 715-719.  
Yue Xincheng, Yang Ying, Geng Zhiyong. Optimal control for minimizing energy or fuel in finite-thrust orbit transfer [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(6): 715-719.
- [13] 杨乐平,朱彦伟,安雪滢. 基于组合机动的空间 V-bar 交会策略[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(5): 6-10.  
Yang Leping, Zhu Yanwei, An Xueying. Study on the strategy for space V-bar rendezvous based on combined maneuver [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(5): 6-10.
- [14] 李晨光,肖业伦. 多脉冲 C-W 交会的优化方法[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 172-176.  
Li Chenguang, Xiao Yelun. Optimization methods of multi-pulse C-W rendezvous [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(2): 172-176.
- [15] 陈长青,解永春. 交会对接 V-bar 负向单脉冲撤离的轨迹安全性研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(3): 807-811.  
Chen Changqing, Xie Yongchun. Study on trajectories' safety of the V-bar single impulse departure during rendezvous and docking [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(3): 807-811.
- [16] 蔡远文,李岩,任江涛. 在轨服务飞行器自动寻的段的接近策略分析[J]. 宇航学报, 2011, 32(10): 2175-2180.  
Cai Yuanwen, Li Yan, Ren Jiangtao. Approaching strategy for orbital service vehicle in auto-homing phase [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(10): 2175-2180.
- [17] 辛优美,解永春. 交会对接绕飞段改进的双脉冲控制方法研究[J]. 载人航天, 2007(1): 29-35.  
Xin Youmei, Xie Yongchun. Study on developed two impulse rounding control during rendezvous and docking [J]. Maned Spaceflight, 2007(1): 29-35.
- [18] 余志坤,薛白,丛源良,等. 最优双冲量交会问题的数学建模与数值求解[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 155-161.  
She Zhikun, Xue Bai, Cong Yuanliang, et al. Mathematical modeling and numerical solving of the optimal two-impulse rendezvous problem [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 155-161.
- [19] Tschauner J. Elliptic orbit rendezvous [J]. AIAA Journal, 1967, 5(6): 1110-1113.
- [20] Euler E. Optimal low-thrust rendezvous control [J]. AIAA Journal, 1969, 7(6): 1140-1144.
- [21] 湛颖,王旭东,何旻. 水平冲量作用下共面椭圆轨道上航天器的交会[J]. 航天控制, 1993(3): 1-12.  
Chen Ying, Wang Xudong, He Min. Rendezvous between two spacecrafts with coplanar elliptic orbits using the horizontal impulse [J]. Space Control, 1993(3): 1-12.
- [22] Yamanaka K J, Ankersen F. New state transition matrix for relative motion on an arbitrary elliptical orbit [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(1): 60-66.
- [23] Tschauner J, Hempel P R. Minimum-fuel rendezvous techniques [J]. Journal of Spacecraft and Rockes, 1965, 2(5): 802-804.
- [24] 荆武兴,耿云海,杨旭,等. 空间交会寻的最优轨道机动[J]. 中国空间科学技术, 1998(2): 22-27.  
Jing Wuxing, Geng Yunhai, Yang Xu, et al. Optimal orbital maneuvers for homing phase of space rendezvous [J]. Chinese Space Science and Technology, 1998(2): 22-27.
- [25] Cheng Yuehua, Jiang Bin, Sun Jun, et al. Low-thrust orbit transfer by combining genetic algorithm with refined Q-law method [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 27(4): 313-320.
- [26] 王华,唐国金. 用非线性规划求解有限推力最优交会[J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(5): 9-13.  
Wang Hua, Tang Guojin. Optimal finite-thrust rendezvous using nonlinear programming [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2003, 25(5): 9-13.
- [27] 李九天,罗亚中,唐国金. 小行星探测多脉冲交会轨道多目标优[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(3): 5-9.  
Li Jiutian, Luo Yazhong, Tang Guojin. Multi-objective optimization of multi-impulse rendezvous trajectory for exploring asteroids [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(3): 5-9.
- [28] Luo Yazhong, Tang Guojin, Lei Yongjun. Optimal multi-objective linearized rendezvous [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(2): 383-389.
- [29] 刘鲁华,汤国建,余梦伦. 利用动态规划原理实现多冲量最优交会问题[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(6): 38-42.  
Liu Luhua, Tang Guojian, Yu Menglun. Solving the optimal multi-impulse rendezvous problem based on the dynamic programming [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(6): 38-42.

