

DOI:10.16356/j.1005-2615.2015.01.001

## 灰色系统研究进展(2004—2014)

刘思峰<sup>1,2</sup> 杨英杰<sup>2,1</sup>

(1. 南京航空航天大学灰色系统研究所,南京,211106; 2. 英国德蒙特福德大学计算智能研究中心,莱斯特,LE1 9BH)

**摘要:**从灰数及其运算、灰色序列算子与灰色预测模型、灰色关联分析与灰色聚类评估模型、灰色决策模型、灰色组合模型和灰色控制几个方面介绍了灰色系统理论 2004—2014 年的研究进展及部分应用成果。梳理了基于“核”和灰度的灰数运算法则、一般灰数的概念、灰度合成公理及缓冲算子的一般形式,总结了 4 种 GM (1,1) 基本模型,即均值 GM (1,1) 模型(EGM)、离散 GM (1,1) 模型(DGM)、均值差分 GM (1,1) 模型(EDGM)、原始差分 GM (1,1) 模型(ODGM),及其适用的序列类型。介绍了灰色相似关联度、灰色接近关联度、三维灰色绝对关联度,以及基于中心点和端点混合三角白化权函数的灰色聚类评估模型、多目标加权智能灰靶决策模型、两阶段综合测度决策模型、灰色博弈模型、灰色投入产出模型,并且阐述了分布型、中立型和中立-分布型灰色随机时滞系统的指数鲁棒稳定性等新概念、新模型、新方法。同时提出了有待进一步研究解决的问题。

**关键词:**灰色系统;研究进展;灰数运算;序列算子;灰色预测模型;灰色关联分析模型;灰色聚类评估模型;灰色决策模型;灰色组合模型;灰色控制

中图分类号:C931

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2015)01-0001-18

## Advances in Grey System Research(2004—2014)

Liu Sifeng<sup>1,2</sup>, Yang Yingjie<sup>2,1</sup>

(1. Institute for Grey System Studies, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China;  
2. Centre for Computational Intelligence, De Montfort University, Leicester, LE1 9BH, UK)

**Abstract:** The progress in grey system research from 2004 to 2014 is summarized. Some important new conceptions, new models and new methods are presented, such as algorithm rules of grey numbers based on the "kernel" and the degree of greyness of grey numbers, the concept of general grey number, the synthesis axiom of degree of grey numbers and their operations; the general form of buffer operator of grey sequence operator; four basic models of GM(1,1), namely the even grey model (EGM), the original difference grey model(ODGM), the even difference grey model(EDGM), the discrete grey model(DGM) , and their suitable type of each basic model; the similarity degree of grey incidence, the closeness degree of grey incidence and the three-dimensional absolute degree of grey inci-

**基金项目:**欧盟第 7 研究框架玛丽·居里国际人才引进计划(FP7-PIIF-GA-2013-629051)资助项目;Leverhulme Trust 基金会国际合作网(IN-2014-020)资助项目;国家自然科学基金(91324003)资助项目;国家自然科学基金与英国皇家学会国际合作交流(71111130211)资助项目;中央高校基本科研业务费专项基金(NP2015208)资助项目;国家级教学团队基金(10tdl28)资助项目。

**收稿日期:**2014-11-30; **修订日期:**2014-12-20

**作者简介:**刘思峰,男,1955 年生,工学博士,南京航空航天大学特聘教授,英国 De Montfort 大学特聘研究教授,IEEE 高级会员,系统与控制世界组织荣誉会士,欧盟委员会第 7 研究框架玛丽·居里国际人才引进计划 Fellow;研究领域:灰色系统理论,复杂装备研制管理等;发表论文 600 多篇,其中 SSCI,SCI,EI 收录论文 400 余篇;出版中、英文著作 22 部;2002 年获系统与控制世界组织奖。

**通信作者:**刘思峰,E-mail:sfliu@nuaa.edu.cn; sifeng.liu@dmu.ac.uk。

dence; the grey cluster model based on center-point and end-point mixed triangular whitenization weight functions; the multi-attribute intelligent grey target decision model, the two-stage decision model with grey synthetic measure, the grey game model, and the grey input-output model; the problems of robust stability for grey stochastic time-delay systems of neutral type, distributed-delay type and neutral distributed-delay type of grey control, etc. Moreover, the problems which remain for further studying and solving are proposed.

**Key words:** grey system; research and developing trend; operations of grey numbers; buffer operator; grey forecasting model; grey incidence analysis model; grey cluster model; grey decision model; combined grey model; grey control

1982 年,北荷兰出版公司出版的《系统与控制通讯》(Systems & Control Letters)杂志刊载了中国学者邓聚龙教授的第一篇灰色系统论文“*The control problems of grey systems*”<sup>[1]</sup>;同年,《华中工学院学报》刊载了邓聚龙教授的第一篇中文灰色系统论文“*灰色控制系统*”<sup>[2]</sup>。这两篇开创性论文的公开发表,标志着灰色系统理论这一新兴横断学科的问世。

作为一种研究小数据、贫信息不确定性问题的新方法。灰色系统理论以“部分信息已知,部分信息未知”的“小数据”“贫信息”不确定性系统为研究对象,主要通过对“部分”已知信息的挖掘,提取有价值的信息,实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控<sup>[3]</sup>。在大数据时代,现实世界中仍然存在大量“小数据”“贫信息”不确定性系统,这无疑为灰色系统理论提供了丰富的研究资源和广阔的发展空间<sup>[4-7]</sup>。

1989 年,英国 Research Information 公司创办的国际期刊《灰色系统学报》(The Journal of Grey System),已成为《英国科学文摘》(SA)、《美国数学评论》(MR)和《科学引文索引》(SCI)等重要国际文摘机构的核心期刊;1997 年在中国台湾创办的中文版学术刊物《灰色系统学刊》,2004 年改为英文版,刊名为“Journal of Grey System”;2010 年 2 月,英国著名期刊出版集团 Emerald 支持南京航空航天大学灰色系统研究所创办新的国际期刊“Grey Systems: Theory and Application”。目前,全世界有数千种学术期刊接受、刊登灰色系统论文,其中包括各个科学领域的国际顶级期刊;系统与控制世界组织会刊 Kybernetes(Emerald 出版集团,SCI 源期刊)也先后出版了十多期灰色系统专辑;美国计算机学会会刊、中国台湾《模糊数学通讯》、南京航空航天大学学报(英文版),海洋出版社、农业出版社、河南大学出版社、华中理工大学出版社、IEEE 出版集团、Springer-Verlag 等出版了

灰色系统专辑和论文集。同时国内外许多出版机构,如中国的科学出版社、国防工业出版社、华中科技大学出版社、江苏科学技术出版社、山东人民出版社、科学技术文献出版社、台湾全华科技图书出版社、台湾高立图书有限公司,日本的理工出版社,美国的 IIGSS 学术出版社和 Taylor & Francis 出版集团,德国的 Springer-Verlag 出版公司,罗马尼亚 ASE 出版社等出版了多种不同语种的灰色系统学术著作 100 余种,包括中文版、繁体中文版、英文版、日文版、韩文版、罗马尼亚文版、德文版等。

与此同时,国内外许多著名大学不仅开设了灰色系统理论课程,还招收、培养灰色系统专业方向的博士研究生和博士后研究人员,例如:中国的华中科技大学、南京航空航天大学、武汉理工大学、福州大学;美国的 Central Florida 大学、Nebraska-Lincoln 大学;加拿大的 Waterloo 大学、Toronto 大学;英国的 De Montfort 大学;西班牙的 Pablo de Olavide 大学;土耳其的 Bogazici 大学;南非的 Cape Town 大学;罗马尼亚的 Bucharest 经济大学;日本的 Kanagawa 大学;以及中国台湾的多所大学等。南京航空航天大学开设的灰色系统理论课程在 2008 年入选国家精品课程;2013 年又被遴选为国家精品资源共享课程,成为向所有灰色系统爱好者免费开放的学习资源。经过系统地学习,世界上数以万计的硕士、博士研究生运用灰色系统的知识和方法开展科学研究,撰写学位论文<sup>[3]</sup>。一批新兴边缘学科,如灰色水文学、灰色地质学、灰色育种学、灰色医学等应运而生。而且已有 100 多项灰色系统理论及应用研究课题获得中国国家自然科学基金和欧盟委员会、英国皇家学会、英国 Lever-hulme Trust 基金会以及加拿大、西班牙、罗马尼亚等国家基金支持。

2004 年以来,中国共召开了 15 次全国灰色系统理论及应用学术会议,其中多次会议受到中国高等科学技术中心(李政道先生任中心主任,周光召

院士、路甬祥院士任副主任)资助,极大地促进了灰色系统理论的发展。同时,许多重要国际会议,如不确定性系统建模国际会议、系统预测控制国际会议、国际一般系统研究会年会、系统与控制世界组织年会、IEEE 系统、人与控制国际会议、计算机与工业工程国际会议等把灰色系统理论列为讨论专题。2007—2013 年,1—4 届 IEEE 灰色系统与智能服务国际会议分别在南京和澳门召开。2008 年初,IEEE 灰色系统委员会正式成立。2012 年,英国 DE Montfort 大学资助并组织召开了欧洲灰色系统研究协作网第一届会议,12 个欧盟成员国的代表出席了会议。与此同时,由欧洲、北美和中国代表参加的灰色系统研究协作网获得欧盟科技合作计划资助,将要在欧洲、北美和中国举办一系列灰色系统理论合作研究和学术交流活动。

经过 30 余年的发展,灰色系统理论作为一门新兴学科以其强大的生命力自立于科学之林。著名科学家钱学森教授、模糊数学创始人 Lotfi A. Zadeh 教授(美国)、协同学创始人 Herman Haken 教授(德国)、系统与控制世界组织主席 Robert Valee 教授(法国)和秘书长 Alex Andrew 教授(英国)、加拿大皇家科学院院长 Keith W. Hipel 教授(加国),中国科学院杨叔子院士、熊有伦院士、林群院士、陈达院士、赵淳生院士、胡海岩院士,中国工程院许国志院士、王众托院士、杨善林院士等著名学者也对灰色系统研究给予高度评价。

本文从灰数及其运算、灰色序列算子与灰色预测模型、灰色关联分析与灰色聚类评估模型、灰色决策模型、灰色组合模型和灰色控制等几个方面总结了灰色系统理论 2004—2014 年的研究进展及部分应用成果。

## 1 灰数及其运算

灰数是只知道取值范围而不知其确切值的数。灰数的取值范围可以是一个区间,也可以是一般的数集,通常用记号“ $\otimes$ ”表示。灰数所表征的信息的不确定程度称为灰度。作为灰色系统理论的基本“单元”或“细胞”,关于灰数及其灰度测度的研究历来受到重视。

2004 年,刘思峰等基于灰数及灰数产生的背景或论域的测度提出了一种灰数灰度的公理化定义<sup>[8]</sup>。这一灰度定义满足规范性,为人们对灰信息不确定性的认知提供了基石。2010 年,刘思峰等以新的灰度定义和“灰度不减公理”为基础,建立了基于核与灰度的区间灰数运算法则<sup>[9]</sup>。据此,人们

可以通过实数运算实现区间灰数的运算。2012 年,Liu 等提出一般灰数的概念<sup>[10]</sup>,定义如下:

**定义 1** 设一般灰数  $g^\pm$  为

$$g^\pm \in \bigcup_{i=1}^n [\underline{a}_i, \bar{a}_i] \quad (1)$$

式中任一区间灰数  $\otimes_i \in [\underline{a}_i, \bar{a}_i] \subset \bigcup_{i=1}^n [\underline{a}_i, \bar{a}_i]$ , 满足  $\underline{a}_i, \bar{a}_i \in \mathbf{R}$  且  $\bar{a}_{i-1} \leq \underline{a}_i \leq \bar{a}_i \leq \underline{a}_{i+1}, g^- = \inf_{\underline{a}_i \in g^\pm} \underline{a}_i, g^+ = \sup_{\bar{a}_i \in g^\pm} \bar{a}_i$  分别称为  $g^\pm$  的下界和上界。

同时,Liu 等还发现关于灰数的“和”“差”运算,“灰度不减公理”不成立,并验证了如下的灰数的“和”、“差”运算灰度合成公理<sup>[10]</sup>:

**公理 1(灰度合成公理)** 当  $n$  个一般灰数  $g_1^\pm, g_2^\pm, \dots, g_n^\pm$  进行加法(或减法)运算时,其代数和灰数  $g^\pm$  的灰度  $\hat{g}^\pm$  可以由式(2)得到

$$\hat{g}^\pm = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \hat{g}_i^\pm} \sum_{i=1}^n g_i^\pm \hat{g}_i^\pm = \sum_{i=1}^n w_i \hat{g}_i^\pm \quad (2)$$

式中  $w_i$  为  $\hat{g}_i^\pm$  的权重,  $w_i = \frac{\hat{g}_i^\pm}{\sum_{i=1}^n \hat{g}_i^\pm}, i=1, 2, \dots, n$ 。

此外,方志耕等提出了标准区间灰数的概念,给出了标准区间灰数运算法则<sup>[11]</sup>; Li 等给出了基于数值覆盖的灰数运算法则<sup>[12]</sup>,都是围绕灰数及其运算问题进行的有益探索。

在基于“核”与灰度的灰代数系统中,关于“积”“商”运算结果的灰度,目前仍然按照“灰度不减公理”采取“灰度取大”的原则进行合成。深入揭示灰数“积”“商”运算过程中灰度合成的内在规律,构造更为精致的“积”“商”运算灰度合成公理,是一项亟待研究解决的重要问题。

## 2 灰色序列算子与灰色预测模型

### 2.1 灰色序列算子

为解决冲击扰动系统预测问题,Liu 提出了缓冲算子的概念,建立了缓冲算子公理系统,并构造出若干实用缓冲算子<sup>[13]</sup>。

此后,关于缓冲算子的研究十分活跃,新的成果不断涌现,如文献[14~23]基于缓冲算子三公理构造了多种不同的弱化和强化缓冲算子。

2011 年,Wei 给出了缓冲算子的一般形式<sup>[24]</sup>,表示为

$$x(k)d = x(k) \cdot [x(k)/ \frac{1}{\sum_{i=k}^n \omega_i} \sum_{i=k}^n \omega_i x(i)]^\alpha \quad (3)$$

并证明了根据  $\alpha$  的不同取值,式(3)中给出的缓冲算子可以分别表示弱化缓冲算子、强化缓冲算子和

恒等算子。

冲击扰动系统的大量存在,使缓冲算子这一将定性分析结果定量表达的思想和技术在实际中广泛应用,如刘以安等关于雷达目标跟踪的研究<sup>[25]</sup>、Guo 等对气象灾害对经济影响的研究<sup>[26]</sup>、Liao 等关于电力变压器油溶气体含量的分析<sup>[27]</sup>、朱坚民等关于灰色 PID 预测控制的研究<sup>[28]</sup>等。

面对实际冲击扰动数据,如何选择、构造适宜的缓冲算子?如何确定缓冲算子中权重参数、作用阶数?以及缓冲算子的性质如何随着参数、阶数的变化而变化?都是需要进一步深入研究的问题。

## 2.2 灰色预测模型

灰色预测模型是研究最活跃、应用最广的灰色系统模型之一。2005 年,谢乃明等首先提出了离散灰色模型并研究了其性质<sup>[29]</sup>;此后,Wu 等提出了一种分数阶累加离散灰色模型,解决了灰色模型解的扰动问题<sup>[30]</sup>;陈向东等结合动力系统自忆性原理,建立了 DHGM(2, 2) 灰色微分方程与自忆性原理的耦合方程<sup>[31]</sup>;郭晓君等提出了基于合成灰数灰度的区间灰数自忆性预测模型,并从不同视角对自忆性模型进行研究<sup>[32]</sup>。

同时,各种形式的拓展、派生模型也层出不穷。Dang 等提出以  $x(n)$  为初始条件的 GM(1, 1) 模型<sup>[33]</sup>。李希灿等提出了 GM(1, 1,  $\beta$ ) 模型,研究了模型的内涵型和参数包形式,分析了 GM(1, 1,  $\beta$ ) 模型的若干性质,并给出了其优化算法<sup>[34]</sup>。王正新给出了 GM(1, 1) 幂模型的几种派生形式并研究了其时间响应函数的特点<sup>[35]</sup>。肖新平等研究了广义累加灰色预测控制模型,提出了一种组合优化方法<sup>[36]</sup>。钱吴永等提出了含时间幂次项的灰色 GM(1, 1,  $t^a$ ) 模型,研究了其建模过程和参数估计方法<sup>[37]</sup>。唐万梅提出了基于灰色支持向量机的新型预测模型<sup>[38]</sup>。张可提出了基于驱动控制的多变量离散灰色模型<sup>[39]</sup>。曾波等提出了一种通过平滑性算子压缩随机振荡序列振幅的随机振荡序列预测模型<sup>[40]</sup>。张岐山利用微粒群算法,给出了通过优化背景值插值系数和边值提高灰色 GM(1, 1) 精度的新方法<sup>[41]</sup>。姚天祥等研究了新信息离散 GM(1, 1) 模型的参数特性及其对等比序列的拟合性质。提出了分段修正新信息离散 GM(1, 1) 模型<sup>[42]</sup>。邬丽云等通过引入二次时间项构造了具有白指数规律重合性、线性规律重合性、二次规律重合性、伸缩变换一致性的二次时变参数离散灰色模型<sup>[43]</sup>。Carmona 等对 GM 模型进行改进并运用改进模型对美国航空运输业的客流量长期变化趋势

进行预测,得到了满意的结果<sup>[44]</sup>。Markt 提出了一个更具一般性的灰色 Verhulst 模型并运用新模型对英国所使用钢材强度的变化进行预测<sup>[45]</sup>。杨杰等对无偏灰色模型进一步改进,并运用改进模型对某市天然气供气量进行预测<sup>[46]</sup>。Xie 等研究了灰数序列的预测问题<sup>[47]</sup>。

2014 年,刘思峰等通过模拟实验,确定了 4 种 GM(1, 1) 基本模型,即均值 GM(1, 1) 模型(EGM)、离散 GM(1, 1) 模型(DGM)、均值差分 GM(1, 1) 模型(EDGM) 和原始差分 GM(1, 1) 模型(ODGM),并明确了不同模型适用的序列类型<sup>[48]</sup>。

灰色预测模型应用成果不胜枚举,如 Chirwa 等基于英国和美国的数据,运用 GM(1, 1) 模型估算车祸风险<sup>[49]</sup>;Cempel 运用灰色预测模型对机械振动状态进行监测<sup>[50]</sup>;Hao 等运用灰色系统模型对喀斯特流域水文过程进行分析、预测,获得了较高精度<sup>[51]</sup>,他们还运用分段灰色模型研究了人为活动对喀斯特流域水文过程的影响<sup>[52]</sup>;王旭亮等运用灰色系统模型预测机件疲劳寿命,使预测误差大幅度降低<sup>[53]</sup>;蒲兴波等利用 BP 神经网络方法和灰色系统模型预测津秦客运专线路桥过渡段路基沉降<sup>[54]</sup>;王衍洋采用灰色神经网络的方法,建立了中国民航运行风险的非线性在线预测模型<sup>[55]</sup>;李培华等运用灰色系统模型对航天器故障进行预测,获得了较高的精度<sup>[56, 57]</sup>;张雪元等运用 GM(1, 1) 模型研究机器人情感状态变化规律,实现了情感机器人交互系统<sup>[58]</sup>;李桐等运用灰色预测模型测算疲劳裂纹扩展速率<sup>[59]</sup>;林跃忠等依据三峡现场边坡的测试数据,建立了边坡岩体变形的灰色预测模型,绘出了边坡变形的拟合和预测曲线,为边坡岩体变形的预测提供了可靠保证和理论依据<sup>[60]</sup>。

在大数据时代,基于小数据挖掘的灰色系统预测方法异军突起,成为人们从海量数据中萃取有价值信息的有效工具。以原有灰色系统模型检验方法为基础,融合统计检验的思想,构建更为规范的模型检验准则是一项十分有意义的工作。

## 3 灰色关联分析与灰色聚类评估模型

### 3.1 灰色关联分析模型

灰色关联分析模型的基本思想是根据序列曲线几何形状来判断不同序列之间的联系是否紧密。早期的灰色关联分析模型,无论是基于点关联系数的模型,还是基于整体或全局视角的广义灰色关联分析模型,都是以接近性为出发点测度相似性<sup>[61]</sup>。

2010, 刘思峰等分别基于相似性和接近性视角构造出新的灰色关联分析模型<sup>[62]</sup>, 定义如下:

#### 定义2 称

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{1 + |s_i - s_j|} \quad (4)$$

为  $X_i$  与  $X_j$  基于相似性视角的灰色关联度, 简称相似关联度, 其中  $s_i - s_j = \int_1^n (X_i^0 - X_j^0) dt$ 。

#### 定义3 称

$$\rho_{ij} = \frac{1}{1 + |S_i - S_j|} \quad (5)$$

为  $X_i$  与  $X_j$  基于接近性视角的灰色关联度, 简称接近关联度, 其中  $S_i - S_j = \int_1^n (X_i - X_j) dt$ 。

张可等基于绝对关联度和二重积分提出的二维灰色关联度, 将研究对象从曲线之间的关系分析提升到曲面之间的关系分析<sup>[63]</sup>。

#### 定义4 称

$$\varepsilon_{pq} = \frac{1 + |s_p| + |s_q|}{1 + |s_p| + |s_q| + |s_p - s_q|} \quad (6)$$

为三维灰色绝对关联度。其中  $s_p = \iint X_p^0 dx dy$ ,  $s_q = \iint X_q^0 dx dy$ ,  $s_p - s_q = \iint (X_p^0 - X_q^0) dx dy$ 。

2005年, Olson等提出了一种解决区间数多属性决策问题的灰色关联分析方法<sup>[64]</sup>, 2006年, 他们又运用灰色关联分析对多种不同的模糊多属性决策模型进行模拟分析, 获得了模拟结果的完整的概率解释<sup>[65]</sup>。2010年, Wu等提出了一种基于灰色关联模糊集的DEA模型, 较好地解决了选址问题<sup>[66]</sup>。Amanna等综合运用GM模型和GRA模型研究了无线通讯中的认知推理引擎和自动调适算法<sup>[67]</sup>。刘卫锋提出了一种广义区间灰数关联度模型, 并通过实例说明了其计算过程与可行性<sup>[68]</sup>。黄石岩通过引入最大熵原理, 提出一种新的灰关联地质评价模型, 并用于对陕甘宁盆地杏河油田进行评价<sup>[69]</sup>。党耀国等提出了区间数关联度的计算方法, 将灰数关联分析模型由实数序列拓广到区间数序列<sup>[70]</sup>。

Scarlat等运用灰色系统理论的方法和模型研究企业破产问题, 取得一系列成果<sup>[71-72]</sup>。Ejnioui运用灰色关联分析模型确定软件需求的优先顺序, 并运用灰色可能度对软件项目进行评价<sup>[73]</sup>。Ossowski运用灰色系统模型开展模拟电路故障诊断<sup>[74]</sup>, Twala将人工神经网络、分类与回归树、K-近邻方法、线性判别分析方法、朴素贝叶斯分类器、准优算法和支持向量机方法等与灰关联分类器算

法, 得到的模拟结果进行对比后发现, 灰关联分类器算法最适合南非Gauteng省道路交通事故数据的建模和分析<sup>[75]</sup>。

魏航等运用灰色系统理论建立中药色谱指纹图谱模式识别模型, 对56批次不同品种化橘红药材样品的高效液相色谱分析结果表明, 对药材中化学成分的种类与含量十分接近的毛橘红不同栽培品种的识别率超过92.85%<sup>[76]</sup>。

刘耀鑫等运用灰色关联分析及预测模型研究高温固硫物相硫铝酸钙生成反应<sup>[77]</sup>。夏新涛等运用灰色关联分析模型研究滚动轴承加工质量与振动的关系, 发现结构尺寸误差参数对轴承振动的影响较大的因素<sup>[78]</sup>。张杰等运用灰色关联分析模型对二齿差摆动活齿传动故障进行分析, 为提高二齿差摆动活齿传动系统的可靠性提供了科学依据<sup>[79]</sup>。谢延敏等通过对各因子与目标序列的灰色关联度进行方差分析, 获得了影响方盒件稳健性各因子的最佳参数<sup>[80]</sup>。石启印等运用灰色关联分析模型研究影响U型外包钢-混凝土组合梁延性的主要因素, 并据以建立了U型外包钢-混凝土组合梁位移延性系数的计算公式<sup>[81]</sup>。谭国金等将灰色关联分析模型与GM(1,1)模型相结合, 提出了预测寒冷地区斜拉桥索力状态的有效方法<sup>[82]</sup>。解建喜等运用灰色关联分析模型解决了飞机顶层设计方案优选决策问题<sup>[83]</sup>。章程等基于灰色关联分析模型研究了飞机客制化方案<sup>[84]</sup>。肖军等综合运用灰色关联分析和故障树方法研究靶机坠毁故障, 为诊断靶机坠毁故障原因, 控制故障的发生以及改进系统可靠性提供了理论依据<sup>[85]</sup>。董健康等提出一种灰色关联的模糊聚类算法, 该方法有效综合排故经验与多因素决策算法对排故方法进行选择, 提高了专家系统的水平和飞机排故效率<sup>[86]</sup>。

陈蕾等运用灰色关联分析模型研究基于ASD地物光谱仪的两种天空光测量方法——标准灰板反演测量法和直接测量法, 明确了不同方法适用的情景<sup>[86]</sup>。王月等运用应用灰色关联聚类分析方法研究宇宙射线 $\mu$ 子成像, 提高了物质区分效率<sup>[87]</sup>。

梁冰等通过建立多指标灰关联度优选模型, 对评价指标值为区间灰数的复杂地质参数特征研究区的勘探开发潜力进行了优选排序<sup>[88]</sup>。陈荣环等运用灰色系统理论研究测井、钻井取心、试油及有关地质资料, 通过匹配、拟合和提取参数, 以统计分析特征值及其准确率、分辨率研究划分地层岩性、物性、含油性, 为油田勘探开发提供了地质依据<sup>[89]</sup>。王云云等运用灰关联分析方法对姚家岭锌

金多金属矿床进行科学预测<sup>[91]</sup>。

林加剑运用灰色关联分析方法求解影响爆炸成型弹丸(EFP)速度的主要因素,得到了对 EFP 的药型罩设计和装药结构设计具有重要参考价值的结果<sup>[92]</sup>。赵国钢等运用灰色关联分析法建立了舰艇反导作战中来袭导弹威胁评估模型,为舰艇指控系统适时进行目标威胁判断提供了决策依据<sup>[93]</sup>。

灰色关联分析模型已得到大量成功应用,关于模型的检验准则和具体的量化标准需要进一步深入研究。将基于定积分、用于序列数据分析和基于二重积分、用于矩阵数据分析的模型拓展到基于多重积分、用于解决矩阵序列数据和高维场数据分析问题的模型,也是一个有价值的研究方向<sup>[61]</sup>。

### 3.2 灰色聚类评估模型

2011 年,刘思峰等对其 1993 年提出的三角隶属函数模型<sup>[94]</sup>作了改进,构建了基于中心点三角

白化权函数的灰评估新方法<sup>[95]</sup>。新方法将灰类  $k$  的白化权函数底边缩短为灰类  $k-1$  和灰类  $k+1$  中心点的连线,有效地避免了原三角隶属函数聚类中存在的多重交叉现象,且聚类系数向量满足规范性。

2014 年,刘思峰等将灰类 1 的权函数设定为下限测度白化权函数,将灰类  $s$  的权函数设定为上限测度白化权函数,提出了基于中心点和端点混合三角白化权函数的灰色聚类评估模型<sup>[96]</sup>。这一改进避免了将各聚类指标的取值范围向左、右延拓的困扰,更适于用来解决贫信息聚类评估问题。其中基于端点混合三角白化权函数(图 1)的灰色聚类评估模型适用于各灰类边界清晰,但最可能属于各灰类的点不明的情形;基于中心点混合三角白化权函数(图 2)的灰色聚类评估模型适用于较易判断最可能属于各灰类的点,但各灰类边界不清晰的情形。

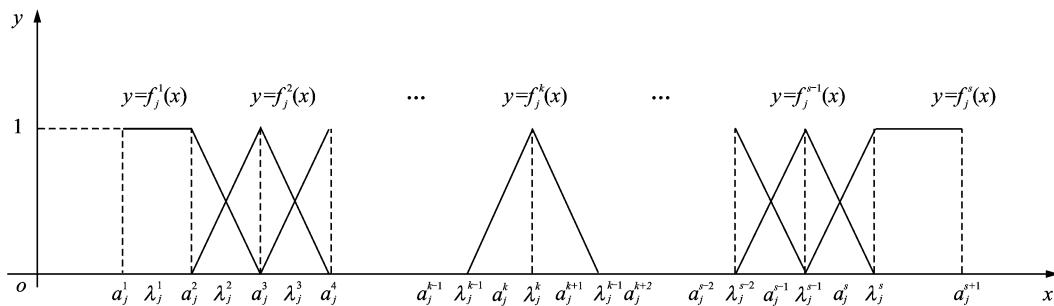


图 1 端点混合三角白化权函数示意图

Fig. 1 End-point mixed whitenization weight function

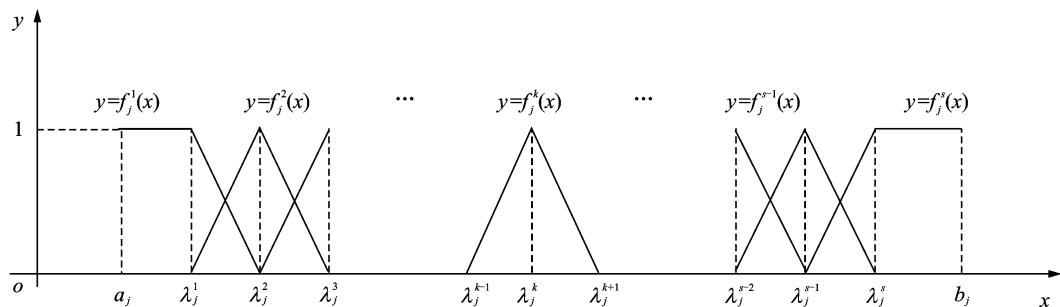


图 2 中心点混合三角白化权函数示意图

Fig. 2 Center-point mixed whitenization weight function

周伟杰等构建了区间灰数集上的积分均值函数,进而给出了区间灰数灰色变权、定权聚类评估模型<sup>[97]</sup>。刘勇等将基于中心点三角白化权函数的灰色定权聚类评估模型与变精度优势粗糙集方法结合起来,构建了一种新的杂合方法<sup>[98]</sup>。

彭放等建立了基于灰色规划聚类分析的盖层

定量评价新方法,运用该方法对琼东南盆地 3 个主要勘探区 4 套泥岩共 12 种盖层对象进行了评价,结论与勘探结果相吻合<sup>[99]</sup>。韩晓明等运用灰色聚类模型对防空反导导弹战斗部研制方案进行综合评估<sup>[100]</sup>;姚军勃等根据超视距地波雷达的特点和作战任务,应用灰色评估模型对其作战效能进行评

估<sup>[101]</sup>;方晓彤等运用多维灰色评估模型预测煤与瓦斯突出风险,为矿井安全生产提供了依据<sup>[102]</sup>;张峰等运用灰色聚类评估模型对舰载机系统进行安全评估,对预先发现系统安全隐患,预防和降低事故发生起到了积极作用<sup>[103]</sup>。

重庆大学孙才新院士及其课题组运用灰色聚类模型对变压器健康状态进行在线监测和评估,取得一系列重要成果<sup>[104-105]</sup>。

基于混合三角白化权函数的灰色聚类评估模型适用于贫信息对象评估、分类,应用前景广阔。关于模型检验准则和量化判别标准的构建是一项十分有意义的工作。

## 4 灰色决策模型

2010年,基于邓聚龙教授决策灰靶<sup>[106-107]</sup>的思想,刘思峰等针对具有满意域的效益型、成本型、适中型等不同性质的决策目标以及目标效果值中靶和脱靶的不同情形,将灰靶临界值设计为一致效果测度函数的正负分界点,即零点,构造出如下的效益型目标效果测度、成本型目标效果测度、适中型目标下限效果测度、适中型目标上限效果测度等4种新型一致效果测度函数,并据此提出了多目标加权智能灰靶决策模型<sup>[108]</sup>。

### 定义5

(1)设 $k$ 为效益型目标,即目标效果样本值越大越好; $k$ 目标下的决策灰靶设为 $u_{ij}^{(k)} \in [u_{i_0j_0}^{(k)}, \max_{i,j} \{u_{ij}^{(k)}\}]$ ,即 $u_{i_0j_0}^{(k)}$ 为 $k$ 目标效果临界值,则将

$$r_{ij}^{(k)} = \frac{u_{ij}^{(k)} - u_{i_0j_0}^{(k)}}{\max_{i,j} \{u_{ij}^{(k)}\} - u_{i_0j_0}^{(k)}} \quad (7)$$

称为效益型目标效果测度。

(2)设 $k$ 为成本型目标,即目标效果样本值越小越好; $k$ 目标下的决策灰靶设为 $u_{ij}^{(k)} \in [\min_i \min_j \{u_{ij}^{(k)}\}, u_{i_0j_0}^{(k)}]$ ,即 $u_{i_0j_0}^{(k)}$ 为 $k$ 目标效果临界值,则将

$$r_{ij}^{(k)} = \frac{u_{i_0j_0}^{(k)} - u_{ij}^{(k)}}{u_{i_0j_0}^{(k)} - \min_i \min_j \{u_{ij}^{(k)}\}} \quad (8)$$

称为成本型目标效果测度。

(3)设 $k$ 为适中型目标,即目标效果样本值越接近某一适中值 $A$ 越好; $k$ 目标下的决策灰靶设为 $u_{ij}^{(k)} \in [A - u_{i_0j_0}^{(k)}, A + u_{i_0j_0}^{(k)}]$ ,即 $A - u_{i_0j_0}^{(k)}$ , $A + u_{i_0j_0}^{(k)}$ 分别为 $k$ 目标下的下限效果临界值和上限效果临界值,则:

①当 $u_{ij}^{(k)} \in [A - u_{i_0j_0}^{(k)}, A]$ 时,称

$$r_{ij}^{(k)} = \frac{u_{ij}^{(k)} - A}{u_{i_0j_0}^{(k)}} \quad (9)$$

为适中型目标下限效果测度;

②当 $u_{ij}^{(k)} \in [A, A + u_{i_0j_0}^{(k)}]$ 时,称

$$r_{ij}^{(k)} = \frac{A + u_{i_0j_0}^{(k)} - u_{ij}^{(k)}}{u_{i_0j_0}^{(k)}} \quad (10)$$

为适中型目标上限效果测度。

定义5中给出的4种测度满足规范性、量纲一,效果越理想,测度值越大的良好性质,且物理意义十分清晰。

2014年,刘思峰等构建了一种新的两阶段灰色综合测度决策模型,解决了灰色聚类系数向量 $\delta_i$ 的各分量取值趋于均衡或 $\delta_i$ 有若干个位于前列的主要分量取值相近情形下的综合决策问题<sup>[96]</sup>。

罗党等对不同类型的灰色决策模型进行了研究,取得了系列成果<sup>[109-110]</sup>;郭欢等研究了灰色二层多目标线性规划及其求解问题<sup>[111]</sup>;Cui基于新信息优先原理给出了对阶段检测中各阶段评价价值的赋权公式,为求解多阶段灰色决策问题提供了一种新思路<sup>[112]</sup>;Davood等给出了供应商选择的灰色决策模型<sup>[113]</sup>;Liang等提出了一种基于灰色系统理论和逻辑回归模型的案例推理方法,并应用于火电厂安全评估<sup>[114]</sup>。

Wu等运用灰色妥协规划模型研究了可变环境费用下公司生产计划的优化问题<sup>[115]</sup>;崔建鹏等运用多目标灰色决策模型研究了地空导弹武器系统选型问题<sup>[116]</sup>;李新其等构建了导弹核武器最佳配置的灰色规划模型,为导弹核武器的订购、存贮、阵地配置及作战运用提供了理论依据<sup>[117]</sup>;余锋杰等将灰色聚类决策方法应用于飞机大部件自动化对接装配系统,提高了系统稳定性,降低了设备故障风险,同时控制了维修费用<sup>[118]</sup>。

然而,灰色规划模型近年来研究进展不大。

## 5 灰色组合模型

Fang等关于灰色博弈模型的研究开辟了灰色组合模型的一个崭新方向<sup>[119]</sup>,他们围绕灰色博弈模型在经济决策中的应用开展了富有成效的研究<sup>[120]</sup>。朱灿等运用灰色博弈理论研究了私募股权投资的参与主体在监管与被监管过程中的博弈行为,提出了对应的监管策略<sup>[121]</sup>;陈军飞等构建了公众与保险公司的灰色博弈矩阵,分析了公众和保险公司的选择策略以及政府的投保补贴比率和赔偿补贴比率对公众与保险公司决策的影响<sup>[122]</sup>;王丽娟建立了农户与多个公司的灰色博弈模型,并据此获得了易腐农产品供应链中双方达到供应链绩效最大化的纳什均衡策略<sup>[123]</sup>。

2008 年, Li 等对灰色矩阵和灰色投入产出模型进行了较深入的研究<sup>[124]</sup>, 在此基础上, 他们于 2012 年又提出了一种企业灰色投入-产出分析模型<sup>[125]</sup>。Jian 等对灰色粗糙集杂合模型进行的系列研究, 王洁方等关于灰色 DEA 模型的研究, 都取得了具有重要意义的研究成果<sup>[126-127]</sup>。

刘秋妍等综合运用灰色聚类和粗糙集模型对频率受限的铁路数字移动通信系统规划方案进行优化, 提高了电平和干扰矩阵估计的精确度<sup>[128]</sup>; 郭晓君等将灰色预测和 Markov 链相结合提高了污染物预测精度<sup>[129]</sup>; 袁朋伟等基于灰色神经网络优化组合模型的火灾事故预测<sup>[130]</sup>; 孟翔飞等运用灰色线性回归组合模型对火炮身管寿命进行预测, 提高了预测精度<sup>[131]</sup>; 米根锁等以模糊故障诊断法、遗传算法和灰色系统理论 3 种诊断方法的诊断结果为基础, 构造最优组合模型, 对 25 Hz 相敏轨道电路进行故障诊断<sup>[132]</sup>; 徐冲等运用灰色经济计量学模型对公路交通量进行预测<sup>[133]</sup>; 蒋维基于灰色粗糙集理论对风电机组传动链故障进行诊断<sup>[134]</sup>; 尹继娟等基于灰色聚类和物元可拓法对洮南市地下水水质进行评价<sup>[135]</sup>; 唐凯等综合运用灰色系统方法、主成份分析法和 R 型聚类分析方法研究子洲气田二叠系山 2 气藏气井产能主要影响因素<sup>[136]</sup>。

河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室吴中如院士及其研究团队综合运用灰色系统理论和多种科学方法研究边坡稳定性和大坝安全服役状态, 取得了一系列重要成果<sup>[137-138]</sup>。

许多组合模型是基于实际问题构建的, 相关理论基础尚不够厚实。如关于灰色模糊、模糊灰色、灰色粗糙、粗糙灰色以及灰色随机等基本概念, 尚未形成统一的定义。对若干典型组合模型形成共识仍需时日。

## 6 灰色控制

苏春华等利用 Lyapunov 函数、Lyapunov-Krasovskii 泛函和模型变换等方法, 结合 Itô 公式、矩阵不等式、Holder 不等式、Schur 补等数学工具及灰矩阵的连续矩阵覆盖的分解技术, 深入研究了灰色随机时滞系统鲁棒稳定性问题, 特别是对分布型、中立型和中立-分布型灰色随机时滞系统的指数鲁棒稳定性问题, 作了深入细致的研究, 给出了有效判据, 获得了若干有意义的成果<sup>[139-140]</sup>。

高凡等按照列车运行目标设计适应度灰数, 构建了基于灰色遗传的高速列车速度控制器模

型<sup>[141]</sup>; 陆小红等研究了基于预测型灰色控制的列车自动运行速度控制器建模与仿真问题<sup>[142]</sup>; 田建艳等建立了加热炉钢坯温度灰色预报模型, 提出了钢坯温度控制方法<sup>[143]</sup>; 王伟等针对具有强非线性、大时滞、多扰动特点的焦炉火道温度控制问题, 提出一种基于组合灰色预测模型的改进模糊专家控制方法<sup>[144]</sup>。张广立等结合传统反馈控制方法和灰色预测控制, 设计了自调节灰色预测控制器, 仿真结果表明, 新型控制器具有更为优良的动态性能和鲁棒性<sup>[145]</sup>。

乔桂玲等针对深海行走机构在海底复杂作业环境下行走所呈现的随机性、非线性、时变性, 难以建立精确数学模型等特点, 提出了灰色预测-模糊 PID 控制方法, 实现了对深海行走机构的有效控制<sup>[146]</sup>。

中南大学粉末冶金国家重点实验室刘业翔院士及其课题组运用灰色系统方法和模型研究铝电解过程控制问题, 取得多项成果<sup>[147-148]</sup>。

从 1985 年第一台灰色控制器研制成功迄今已有 30 年了, 工业过程控制仍然以传统的 PID 控制为主导。融合多种控制方法和模型, 建立更有效的控制体系条件似已成熟。但新型控制方法的推广却非一朝一夕之功。另外, 将灰色控制的思想和模型应用于重要社会经济参数的控制和调节, 也是一个有价值的研究领域。

## 7 结束语

2004—2014 年, 是灰色系统理论由青春期向壮年过度, 逐步走向成熟的时期。在此期间, 灰色系统理论形成了被普遍认可的体系结构, 成为中外大学开设的一门课程。由曾波教授编写的灰色系统建模软件 7.0 版<sup>[149-150]</sup>, 包含了常用灰色系统模型的应用程序, 为灰色系统的研究提供了便利条件。

按照科学发展规律, 一门新学科需要经过几代人的持续耕耘, 历经几十年乃至上百年方能臻于完善。刚过而立之年的灰色系统理论虽然已在世界许多国家成功应用, 取得大量成果, 但其自身的成长、完善却仍有很长的路要走, 从事灰色系统研究的同仁应热诚欢迎和认真对待各种批评和建议, 不断探索、不断发掘新的生长点, 使中国学者首创的灰色系统理论不断发扬光大。

## 参考文献:

- [1] Deng J L. Control problems of grey systems [J].

- Systems & Control Letters, 1982, 1(5):288-294.
- [2] 邓聚龙. 灰色控制系统[J]. 华中理工大学学报, 1982(3):9-18.  
Deng Julong. Grey control system[J]. The Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1982(3):9-18.
- [3] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰. 灰色系统理论及其应用[M]. 第7版. 北京:科学出版社, 2014.  
Liu Sifeng, Yang Yingjie, Wu Lifeng. Grey system theory and its application[M]. 7th Edition. Beijing: Science Press, 2014.
- [4] Andrew A M. Why the world is grey[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(2):112-116.
- [5] Haken H. Grey information: Theory and practical applications[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(1):105-106.
- [6] Hipel K W. Grey systems: Theory and applications [J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(3):274-275.
- [7] Vallee R. Grey Information: Theory and practical applications[J]. Kybernetes, 2008, 37(1):89.
- [8] 刘思峰, 林益. 灰数灰度的一种公理化定义[J]. 中国工程科学, 2004, 6(8):91-94.  
Liu Sifeng, Lin Yi. An axiomatic definition of grey degree of grey numbers[J]. Engineering Science, 2004, 6(8):91-94.
- [9] 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2):313-316.  
Liu Sifeng, Fang Zhigeng, Xie Naiming. Algorithm rules of interval grey numbers based on the "Kernel" and the degree of greyness of grey numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2):313-316.
- [10] Liu Sifeng, Fang Zhigeng, Yang Yingjie, et al. General grey numbers and its operations[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012, 2(3):341-349.
- [11] 方志耕, 刘思峰. 区间灰数表征与算法改进及其GM(1,1)模型应用研究[J]. 中国工程科学, 2005, 7(2):57-61.  
Fang Zhigeng, Liu Sifeng. Study on improvement of token and arithmetic of interval grey numbers and its GM(1, 1) model[J]. Engineering Science, 2005, 7(2):57-61.
- [12] Li Qiaoxing, Liu Sifeng, Lin Yi. Grey enterprise input-output analysis[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2012, 236(7):1862-1875.
- [13] Liu Sifeng. The three axioms of buffer operator and their application[J]. The Journal of Grey System, 1991, 3(1):39-48.
- [14] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2):108-111.  
Dang Yaoguo, Liu Sifeng, Liu Bin, et al. Research on weakening buffer operator[J]. Chinese Journal of Management Science, 2004, 12(2):108-111.
- [15] 吴正朋, 刘思峰, 米传民, 等. 基于反向累积法的弱化缓冲算子序列研究[J]. 中国管理科学, 2009, 17(3):136-141.  
Wu Zhengpeng, Liu Sifeng, Mi Chuanmin, et al. Research on weakening buffer operators based on reverse cumulative method [J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(3):136-141.
- [16] 崔杰, 党耀国. 基于一类新的强化缓冲算子的GM(1, 1)预测精度研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(1):44-48.  
Cui Jie, Dang Yaoguo. Study on prediction accuracy of GM(1, 1) based on a kind novel strengthening buffer operator[J]. Control and Decision, 2009, 24(1):44-48.
- [17] 崔立志, 刘思峰, 吴正朋. 新的强化缓冲算子的构造及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(3):484-489.  
Cui Lizhi, Liu Sifeng, Wu Zhengpeng. On the construction of a new strengthening buffer operator and its application[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2010, 30(3):484-489.
- [18] 关叶青, 刘思峰. 线性缓冲算子矩阵及其应用研究[J]. 高校应用数学学报, 2008, 23(3):357-362.  
Guan Yeqing, Liu Sifeng. On matrix of linear buffer operator and its application[J]. Journal of Applied Mathematics of Universities, 2008, 23(3):357-362.
- [19] Hu Xiaoli, Wu Zhengpeng, Han Ran. Analysis on the strengthening buffer operator based on the strictly monotone function[J]. International Journal of Applied Physics and Mathematics, 2013, 3(2):132-136.
- [20] 戴文战, 苏永. 基于新信息优先的强化缓冲算子的构造及应用[J]. 自动化学报, 2012, 38(8):1329-1334.  
Dai Wenzhan, Su Yong. On the construction of a strengthening buffer operator of new information priorityand its application [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2012, 38(8):1329-1334.
- [21] 高岩, 周德群, 刘晨琛, 等. 新变权缓冲算子的构造方法及其内在联系[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(2):489-497.  
Gao Yan, Zhou Dequn, Liu Chenshen, et al. On

- construction method and their internal connection of variable weight buffer operators[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2013,33(2):489-497.
- [22] 王正新,党耀国,刘思峰.变权缓冲算子及缓冲算子公理的补充[J].系统工程,2009,27(1):113-117.  
Wang Zhengxin, Dang Yaoguo, Liu Sifeng. On buffer operators with variable weight and supplement to buffer operator axioms [J]. System Engineering, 2009,27(1):113-117.
- [23] 李雪梅,党耀国,王正新.调和变权缓冲算子及其作用强度比较[J].系统工程理论与实践,2012,32(11):2486-2492.  
Li Xuemei, Dang Yaoguo, Wang Zhengxin. Harmonic buffer operators with variable weight and effect strength comparison[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2012,32(11):2486-2492.
- [24] Wei Yong, Kong Xinhai, Hu Dahong. A kind of universal constructor method for buffer operators[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011,1(2):178-185.
- [25] 刘以安,陈松灿,张明俊,等.缓冲算子及数据融合技术在目标跟踪中的应用[J].应用科学学报,2006,24(2):154-158.  
Liu Yian, Chen Songchan, Zhang Mingjun, et al. The application in target tracking of buffer operator and data fusion technology[J]. Journal of Applied Sciences, 2006,24(2):154-158.
- [26] Guo Chonglan, Xu Xiaoxia, Gong Zaiwu. Co-integration analysis between GDP and meteorological catastrophic factors of Nanjing city based on the buffer operator [J]. Natural Hazards, DOI: 10.1007/s11069-013-0669-z.
- [27] Liao R J, Yang J P, Grzybowski S, et al. Forecasting dissolved gases content in power transformer oil based on weakening buffer operator and least square support vector machine-Markov[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2012,6(2):142-151.
- [28] 朱坚民,黄之文,翟东婷,等.基于强化缓冲算子的灰色预测 PID 控制真研究[J].上海理工大学学报,2012,34(4):327-332.  
Zhu Jianmin, Huang Zhiwen, Zhai Dongting, et al. Research on grey forecasting PID control simulation based on strengthening buffer operator[J]. Journal of Shanghai University of Science and Technology, 2012,34(4):327-332.
- [29] 谢乃明,刘思峰.离散 GM(1,1)模型与灰色预测模型建模机理[J].系统工程理论与实践,2005,25(1):93-99.  
Xie Naiming, Liu Sifeng. Discrete GM(1,1) and the modeling mechanism of grey prediction model[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2005,25(1):93-99.
- [30] Wu L F, Liu S F, Yao L G, et al. Grey system model with the fractional order accumulation [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013,18(7):1775-1785.
- [31] 陈向东,夏军,徐倩.灰色微分动态模型的自忆预报模式[J].中国科学 E 辑: 技术科学, 2009,39(2):341-350.  
Chen Xiangdong, Xia Jun, Xu Qian. Self-memory prediction mode with grey differentia model[J]. China Science E: Technological Science, 2009,39(2):341-350.
- [32] 郭晓君,刘思峰,方志耕.基于合成灰数灰度的区间灰数自忆性预测模型[J].系统工程与电子技术,2014,36(6):1124-1129.  
Guo Xiaojun, Liu Sifeng, Fang Zhigeng. Self-memorization prediction model of interval grey number based on grey degree of compound grey number[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36 (6): 1124-1129.
- [33] Dang Yaoguo, Liu Sifeng. The GM models that  $x(n)$  be taken as initial value[J]. Kybernetes: The International Journal of Systems & Cybernetics, 2004, 33(2):247-254.
- [34] 李希灿,袁征,张广波,等. GM(1,1, $\beta$ )灰微分方程的若干性质[J].系统工程理论与实践,2014,34(5):1249-1255.  
Li Xican, Yuan Zheng, Zhang Guangbo, et al. Some properties of grey differential equation GM(1,1, $\beta$ ) [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2014,34(5):1249-1255.
- [35] 王正新.GM(1,1)幂模型的派生模型[J].系统工程理论与实践,2013,33(11):2894-2902.  
Wang Zhengxin. On derivative model of power model GM(1,1) [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2013,33(11):2894-2902.
- [36] 肖新平,刘军,郭欢.广义累加灰色预测控制模型的性质及优化[J].系统工程理论与实践,2013,33(1):1-9.  
Xiao Xinping, Liu Jun, Guo Huan. Properties and optimization of generalized accumulation grey model [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2013,33(1):1-9.

- [37] 钱吴永,党耀国,刘思峰.含时间幂次项的灰色GM $(1,1,t^a)$ 模型及其应用[J].系统工程理论与实践,2012,32(10):2247-2252.  
Qian Wuyong, Dang Yaoguo, Liu Sifeng. Grey GM $(1,1,t^a)$  model with time power and application[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2012, 32 (10):2247-2252.
- [38] 唐万梅.基于灰色支持向量机的新型预测模型[J].系统工程学报,2006,21(4):410-413.  
Tang Wanmei. New forecasting model based on grey support vector machine[J]. Journal of System Engineering, 2006, 21(4):410-413.
- [39] 张可.基于驱动控制的多变量离散灰色模型[J].系统工程理论与实践,2014,34(8):2084-2091.  
Zhang Ke. Multi-variables discrete grey model based on driver control[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2014, 34(8):2084-2091.
- [40] 曾波,刘思峰.基于振幅压缩的随机振荡序列预测模型[J].系统工程理论与实践,2012,32(11):2493-2497.  
Zeng Bo, Liu Sifeng. Prediction model of stochastic oscillation sequence based on amplitude compression [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2012, 32(11):2493-2497.
- [41] 张岐山.提高灰色GM(1,1)模型精度的微粒群方法[J].中国管理科学,2007,15(5):126-129.  
Zhang Qishan. Improving the precision of GM(1, 1) model using particle swarm optimization[J]. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15 (5): 126-129.
- [42] 姚天祥,刘思峰,谢乃明.新信息离散GM(1, 1)模型及其特性研究[J].系统工程学报,2010,25(2):164-170.  
Yao Tianxiang, Liu Sifeng, Xie Naiming. Study on the properties of new information discrete GM(1,1) model[J]. Journal of System Engineering, 2010, 25 (2):164-170.
- [43] 邬丽云,吴正朋,李梅.二次时变参数离散灰色模型[J].系统工程理论与实践,2013,33(11):2887-2892.  
Wu Liyun, Wu Zhengpeng, Li Mei. Quadratic time-varying parameters discrete grey model[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2013, 33 (11): 2887-2892.
- [44] Benitez C R B, Paredes C R B, Lodewijks G, et al. Damp trend grey model forecasting method for airline industry [J]. Expert Systems with Applications, 2013, 40(12):4915-4921.
- [45] Mark E. An alternative approach to estimating the parameters of a generalised grey Verhulst model: An application to steel intensity of use in the UK[J]. Expert Systems With Applications, 2014, 41 (4): 1236-1244.
- [46] 杨杰,翁文国.基于改进无偏灰色模型的燃气供气量的预测[J].清华大学学报,2014,54(2):145-148.  
Yang Jie, Wong Wenguo. Improved unbiased grey model for prediction of gas supplies[J]. Journal of Tsinghua University: Sci & Technol, 2014, 54 (2): 145-148.
- [47] Xie Naiming, Liu Sifeng, Yuan Chaoqing, et al. Grey number sequence forecasting approach for interval analysis: A case of China's gross domestic product prediction[J]. The Journal of Grey System, 2014, 26 (1):45-58.
- [48] 刘思峰,曾波,刘解放,等. GM(1,1)模型的几种基本形式及其适用范围研究[J].系统工程与电子技术,2014,36(3):501-508.  
Liu Sifeng, Zeng Bo, Liu Jiefang, et al. Several basic models of GM(1,1) and their applicable bound[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36 (3): 501-508.
- [49] Chirwa E C, Mao Mingzhi. Application of grey model GM(1, 1) to vehicle fatality risk estimation[J]. Technological Forecasting and Social Change, 2006, 73(5):588-605.
- [50] Czeslaw C. Decomposition of the symptom observation matrix and grey forecasting in vibration condition monitoring of machines[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2008, 18(4):569-579.
- [51] Hao Yonghong, Zhao Jiaojuan, Li Huamin, et al. Karst hydrological processes and grey system model [J]. Journal of the American Water Resources Association, 2012, 48(4):656-666.
- [52] Hao Yonghong, Cao Bibo, Chen Xiang, et al. A piecewise grey system model for study the effects of anthropogenic activities on karst hydrological processes[J]. Water Resources Management, 2013, 27(5): 1207-1220.
- [53] 王旭亮,聂宏.基于灰色系统GM(1,1)模型的疲劳寿命预测方法[J].南京航空航天大学学报,2008,40(6):845-848.  
Wang Xuliang, Nie Hong. On a method of fatigue life prediction based on grey system model GM(1,1) [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics &

- Astronautics, 2008, 40(6):845-848.
- [54] 蒲兴波, 魏静, 钱耀峰, 等. 高速铁路路桥过渡段地基沉降测试与预测方法研究[J]. 铁道建筑技术, 2012, 8:88-93.
- Pu Xingbo, Wei Jing, Qian Yaofeng, et al. Study on ground settlement of high-speed rail at the transition section between bridge and plain track and predicitc method [J]. Railway Construction Technology, 2012, 8:88-93.
- [55] 王衍洋, 曹义华. 航空运行风险的灰色神经网络模型[J]. 航空动力学报, 2010, 25(5):1036-1042.
- Wang Yanyang, Cao Yihua. Gray neural network model of aviation safety risk[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(5):1036-1042.
- [56] 李培华, 杨海龙, 孙伶俐, 等. 灰预测与时间序列模型在航天器故障预测中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(1):111-113.
- Li Peihua, Yang Hailong, Sun Lingli, et al. Application of gray prediction and time series model in spacecraft prognostic[J]. Computer Measurement & Control, 2011, 19(1):111-113.
- [57] 杨天社, 杨萍, 董小社, 等. 基于灰色系统理论的航天器故障状态预测方法[J]. 计算机测量与控制, 2008, 16(9):1284-1285, 1307.
- Yang Tianshe, Yang Ping, Dong Xiaoshe, et al. Method for predicting fault status of satellite based on gray system theory[J]. Computer Measurement & Control, 2008, 16(9):1284-1285, 1307.
- [58] 张雪元, 王志良, 永井正武. 机器人情感交互模型研究[J]. 计算机工程, 2006, 32(24):6-12.
- Zhang Xueyuan, Wang Zhiliang, Nagai Masatake. Research on affective interaction models of robot[J]. Computer Engineering, 2006, 32(24):6-12.
- [59] 李桐, 任明法, 陈浩然. 基于灰色系统理论的疲劳裂纹扩展速率计算方法[J]. 机械强度, 2010, 32(3):472-475.
- Li Tong, Ren Mingfa, Chen Haoran. Fatigue crack growth rate calculation method baseingon gray theory [J]. Journal of Mechanical Strength, 2010, 32(3): 472-475.
- [60] 林跃忠, 王铁成, 王来, 等. 三峡工程高边坡的稳定性分析[J]. 天津大学学报, 2005, 38(10):936-940.
- Lin Yuezhong, Wang Tiecheng, Wang Lai, et al. Stability analysis of high excavated slope in three gorges project[J]. Journal of Tianjin University, 2005, 38(10):936-940.
- [61] Liu Sifeng, Yang Yingjie, Cao Ying, et al. A summary on the research of GRA models[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2013, 3(1):7-15.
- [62] 刘思峰, 谢乃明, 福雷斯特 J. 基于相似性和接近性视角的新型灰色关联分析模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(5):881-887.
- Liu Sifeng , Xie Naiming, Forrest J. On new models of grey incidence analysis based on visual angle of similarity and nearness [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2010, 30(5):881-887.
- [63] Zhang Ke, Liu Sifeng. A novel algorithm of image edge detection based on matrix degree of grey incidences[J]. The Journal of Grey System, 2009, 19(3): 265-276.
- [64] Olson D L, Zhang Jijun, Wu Desheng. The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 42(9/10): 991-998.
- [65] Olson D L, Wu Desheng. Simulation of fuzzy multi-attribute models for grey relationships[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(1): 111-120.
- [66] Wu Desheng, Olson D L, David L. Fuzzy multiattribute grey related analysis using DEA[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2010, 60(1): 166-174.
- [67] Ashwin A, Matthew J P, Ratchanekorn T. Grey systems theory applications to wireless communications[J]. Analog Integrated Circuits and Signal Processing, 2011, 69(2/3):259-269.
- [68] 刘卫锋. 广义区间灰数关联度模型[J]. 郑州大学学报: 理学版, 2013, 45(2):41-44, 89.
- Liu Weifeng. Generalized incidence analysis model of interval grey number[J]. Journal of Zhengzhou University, 2013, 45(2):41-44, 89.
- [69] 黄石岩. 灰色评价熵模型在含油面积评价中的应用[J]. 地质力学学报, 2006, 12(1):77-83.
- Huang Shiyan. Entropy model of gray systems and itsapplication in oil-bearingarea evaluation[J]. Journal of Geomechanics, 2006, 12(1):77-83.
- [70] Scarlat E, Delcea C. Complete analysis of bankruptcy syndrome using grey systems theory[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2004, 1(1):19-32.
- [71] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 多指标区间数关联决策模型的研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(3): 403-406.
- Dang Yaoguo, Liu Sifeng, Liu Bin, et al. Study on

- Incidence decision making model of multi-attribute interval number[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(3): 403-406.
- [72] Delcea C, Scarlat E, Maracine V. Grey relational analysis between firm's current situation and its possible causes: A bankruptcy syndrome approach[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012, 2, (2): 229-239.
- [73] Ejnioui A, Otero C E, Otero L D. Prioritisation of software requirements using grey relational analysis [J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2013, 47(2/3): 100-109.
- [74] Ossowski M, Korzybski M. Data mining based algorithm for analog circuits fault diagnosis[J]. Przeglad Elektrotechniczny, 2013, 89(2a): 285-287.
- [75] Bhekisipho T. Extracting grey relational systems from incomplete road traffic accidents data: The case of Gauteng province in south africa[J]. Expert Systems, 2014, 31(3): 220-231.
- [76] 魏航,林励,张元,等.灰色系统理论在中药色谱指纹图谱模式识别中应用研究[J].色谱,2013,31(2): 127-132.  
Wei Hang, Lin Li, Zhang Yuan, et al. Research on the application of grey system theory in the pattern recognition for chromatographic fingerprints of traditional Chinese medicine[J]. Chinese Journal of Chromatography, 2013, 31(2): 127-132.
- [77] 刘耀鑫,杨天华,李润东,等.高温固硫物相硫铝酸钙生成反应灰色关联分析及预测模型[J].热力发电,2007(6):37-40.  
Liu Yaxin, Yang Tianhua, Li Rundong, et al. Grey correlation analysis and prediction model for formation reaction of high-temperature sulphur-fixing phase sulphocalciumaluminate [J]. Thermal Power Generation, 2007(6): 37-40.
- [78] 夏新涛,王中宇,常洪.滚动轴承加工质量与振动的灰色关联度[J].航空动力学报,2005,20(2): 250-254。  
Xia Xintao, Wang Zhongyu, Chang Hong. Degree of grey incidence for the quality of processing and vibration of rolling bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 250-254.
- [79] 张杰,梁尚明,周荣亮,等.基于灰色关联的二齿差摆动活齿传动故障树分析[J].机械设计与制造,2012 (6): 183-185.  
Zhang Jie, Liang Shangming, Zhou Ronggao, et al. Fault tree analysis of two teeth difference swing mov-
- able teethtransmission based on grey correlation[J]. Machinery Design & Manufacture, 2012(6): 183-185.
- [80] 谢延敏,于沪平,陈军.基于灰色系统理论的方盒件拉深稳健设计[J].机械工程学报,2007,43(3): 54-59.  
Xie Yanmin, Yu Luping, Chen Jun. Application of grey theory in deep drawing robust design[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43 (3): 54-59.
- [81] 石启印,黄周瑜,李爱群.U型外包钢-混凝土组合梁延性的试验研究[J].西南交通大学学报,2008,43 (2): 206-212.  
Shi Qiyin, Huang Zhouyu, Li Aiqun. Experimental investigation on ductility of U-section steel-encased concrete composite beams[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2008, 43(2): 206-212.
- [82] 谭国金,王龙林,程永春.基于灰色系统理论的寒冷地区斜拉桥索力状态预测方法[J].吉林大学学报:工学版,2011,41(2),170-173.  
Tan Guojin, Wang Longlin, Cheng Yongchun. Prediction method for cable tension state of cable-stayed bridges based on grey system theory in could areas [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2011, 41(2), 170-173.
- [83] 解建喜,宋笔锋,刘东霞.飞机顶层设计方案优选决策的灰色关联分析法[J].系统工程学报,2004,19 (4): 350-354.  
Xie Jianxi, Song Bifeng, Liu Dongxia. Gray correlation analysis method for scheme selection decision of aircraft top-layer design[J]. Journal of Systems Engineering, 2004, 19(4): 350-354.
- [84] 章程,丁松滨,王兵.基于灰色关联分析的飞机客定制化模型研究[J].交通信息与安全,2014,32(4): 131-136.  
Zhang Cheng, Ding Songbang, Wang Bing. Study on customization model of aircraft based on grey incidence analysis[J]. Traffic Information and Safety, 2014, 32(4): 131-136.
- [85] 肖军,章玮玮.灰关联度分析法在靶机坠毁故障诊断中的应用[J].四川兵工学报,2009,30(9): 112-115.  
Xiao Jun, Zhang Weiwei. Grey incidence analysis applied to fault diagnosis of drone crash[J]. Journal of Sichuan Ordnance Engineering, 2009, 30 (9): 112-115.
- [86] 陈雷,秦雁,邓孺孺,等.基于ASD地物光谱仪的两种天空光测量方法比较分析[J].热带地理,2011,31 (2): 182-186.  
Chen Lei, Qin Yan, Deng Ruru. Comparative analy-

- sis of the two common methods for skylight measurement based on the ASD spectroradiometer[J]. Tropical Geography, 2011, 31(2): 182-186.
- [87] 董健康,耿宏. 基于灰色关联模糊聚类算法优化飞机排故方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(13): 313-316.
- Dong Jiankang, Geng Hong. Optimizing aircraft fault isolation methods based on gray relation vague clustering algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(3): 313-316.
- [88] 王月,陈宗海,王红艳,等. 灰色关联聚类在宇宙射线 $\mu$ 子成像中的应用[J]. 核电子学与探测技术, 2011, 31(8): 871-873.
- Wang Yue, Cheng Zhonghai, Wang Hongyan, et al. Application of gray relational cluster method in muon tomography [J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2011, 31(8): 871-873.
- [89] 梁冰,代媛媛,陈天宇,等. 复杂地质条件页岩气勘探开发区块灰关联度优选[J]. 煤炭学报, 2014, 39(3): 524-530.
- Liang Bing, Dai Yuanyuan, Chen Tianyu, et al. Grey correlation optimization for shale gas exploration and development areas of complicated geological parameter features[J]. Journal of China Coal Society, 2014, 39(3): 524-530.
- [90] 陈荣环,宋子齐,康立明. 灰色系统在新疆克拉玛依油田七中区储层评价中的应用[J]. 内蒙古石油化工, 2005, 7: 110-113.
- Chen Ronghuan, Song Ziqi, Kang Liming. Application of grey system to reservoir evaluation in the seven district of Xinjiang Karamay Oilfield [J]. Inner Mongolia Petroleum Chemical Industry, 2005, 7: 110-113.
- [91] 王云云,周涛发,张明明,等. 灰关联分析在姚家岭锌金多金属矿床预测中的应用[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2013, 36(10): 1236-1241.
- Wang Yunyun, Zhou Taofa, Zhang Mingming, et al. Application of grey relational analysis in Yaojialing Zn-Au polymetallic deposit prediction[J]. Journal of Hefei University of Technology: Natural Science Edition, 2013, 36(10): 1236-1241.
- [92] 林加剑,任辉启,沈兆武. 应用灰色系统理论研究爆炸成型弹丸速度的影响因素[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(3): 112-116.
- Lin Jiajian, Ren Huiqi, Shen Zhaowu. Study on primary influence factors for application of grey system theory to velocity of explosive forming projectile[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(3): 112-116.
- [93] 赵国钢,孙永侃,徐永杰,等. 水面舰艇反导作战中威胁评估的灰色决策分析[J]. 战术导弹技术, 2007(3): 32-35.
- Zhao Guogang, Sun Yongkan, Xu Yongjie, et al. Gray decision analysis of threat estimation in antimissile combat of surface warship[J]. Tactical Missile Technology, 2007(3): 32-35.
- [94] 刘思峰,朱永达. 区域经济评估指标三角隶属函数评估模型[J]. 农业工程学报, 1993, 9(2): 8-13.
- Liu Sifeng, Zhu Yongda. Study on triangular model and indexes in synthetic evaluation of regional economy[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 1993, 9(2): 8-13.
- [95] 刘思峰,谢乃明. 基于改进三角白化权函数的灰评估新方法[J]. 系统工程学报, 2011, 26(2): 244-250.
- Liu Sifeng, Xie Naiming. A new grey evaluation method based on reformative triangular whitenization weight function[J]. Journal of Systems Engineering, 2011, 26(2): 244-250.
- [96] 刘思峰,方志耕,杨英杰. 两阶段灰色综合测度决策模型与三角白化权函数的改进[J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1232-1238.
- Liu Sifeng, Fang Zhigeng, Yang Yingjie. On the two stages decision model with grey synthetic measure and a betterment of triangular whitenization weight function[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1232-1238.
- [97] 周伟杰,党耀国,熊萍萍,等. 区间灰数的灰色变权与定权聚类模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2590-2595.
- Zhou Weijie, Dang Yaoguo, Xiong Pingping. Grey clustering model for interval grey number with variable and fixed weights[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2013, 33(10): 2590-2595.
- [98] 刘勇,菅利荣. 杂合灰色聚类与变精度粗糙模糊集的概率决策方法及应用[J]. 管理工程学报, 2013, 27(3): 110-115.
- Liu Yong, Jian Lirong. Probabilistic decision method of hybrid grey cluster, variable precision rough sets and fuzzy set with application[J]. Journal of Management Engineering, 2013, 27(3): 110-115.
- [99] 彭放,吴国平,方敏. 灰色规划聚类及其在油气盖层评价中的应用[J]. 湖南科技大学学报, 2005, 20(2): 5-10.

- Peng Fang, Wu Guoping, Fang Min. Grey programming cluster and application in evaluation of oil and gas cap layer[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology, 2005,20(2):5-10.
- [100] 韩晓明,南海阳,陈俊杰,等.防空反导导弹战斗部研制方案灰色聚类综合评价[J].空军工程大学学报,2014,15(1):29-33.
- Han Xiaoming, Nan Haiyang, Chen Junjie, et al. Grey cluster model used to evaluate the development scheme of warhead in antimissile missile of air defense[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2014,15(1):29-33.
- [101] 姚军勃,胡伟文.超视距地波雷达作战效能的灰色评估[J].武器装备自动化,2008,27(4):12-14.
- Yao Junbo, Hu Weiwen. Gray evaluation of operational efficiency of OTH ground-wave radar[J]. Armament Automation, 2008,27(4):12-14.
- [102] 方晓彤,陈宇,李绍泉.多维灰色评估方法在煤与瓦斯突出预测中的应用[J].工业安全与环保,2012,38(12):81-83.
- Fang Xiaotong, Chen Yu, Li Shaoquan. Application of multidimensional grey evaluation methods in coal and gas outburst prediction [J]. Industrial Safety and Environmental Protection, 2012,38(12):81-83.
- [103] 张峰,汪鹏为,肖支荣,等.灰色理论在舰载机系统安全评估中的应用[J].飞机设计,2010,30(3):56-61.
- Zhang Feng, Wang Pengwei, Xiao Zhirong, et al. Application of grey theory in safety evaluation of carrier aircraft system[J]. Aircraft Design, 2010, 30 (3):56-61.
- [104] 孙才新.输变电设备状态在线监测与诊断技术现状和前景[J].中国电力,2005,38(2):1-7.
- Sun Caixin. Present situation and prospect of online monitoring and diagnosis technology of the state of power transmission and transformation equipment [J]. China Power, 2005,38(2):1-7.
- [105] 袁志坚,孙才新,袁张渝,等.变压器健康状态评估的灰色聚类决策方法[J].重庆大学学报:自然科学版,2005,28(3):22-25.
- Yuan Zhijian, Sun Caixin, Yuan Zhangyu, et al. Method of grey clustering decision making to state assessment of power transformer [J]. Journal of Zhongqing University, 2005,28(3):22-25.
- [106] 邓聚龙.灰预测与灰决策[M].武汉:华中理工大学出版社,2002.
- Deng Julong. Grey forecasting and grey decision [M]. Wuhan: Publisher of Huazhong University of Science and Technology, 2002.
- [107] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.
- Deng Julong. A course on grey system theory[M]. Wuhan: Publisher of Huazhong University of Science and Technology, 1990.
- [108] 刘思峰,袁文峰,盛克勤.一种新型多目标智能加权灰靶决策模型[J].控制与决策,2010,25(8):1059-1163.
- Liu Sifeng, Yuan Wenfeng, Sheng Keqin. Multi-attribute intelligent grey target decision model [J]. Control and Decision, 2010,25(8):1059-1163.
- [109] Luo Dang, Wang X. The multi-attribute grey target decision method for attribute value within three-parameter interval grey number[J]. Applied Mathematical Modeling, 2012,36(5):1957-1963.
- [110] 罗党,王洁方.灰色决策理论与方法[M].北京:科学出版社,2012.
- Luo Dang, Wang Jiefang. Theory and methods of grey decision-making [M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [111] 郭欢,肖新平,Forrest J.二层多目标线性规划问题及其解法[J].控制与决策,2014,29(7):1193-1198.
- Guo Huan, Xiao Xinping, Forrest J. Problem of grey bilevel multi-objective linear programming and its algorithm [J]. Control and Decision, 2014, 29 (7):1193-1198.
- [112] Cui Jie, Liu ifeng, Xie Naiming. Novel grey decision making model and its numerical simulation[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 29(2):12-117.
- [113] Davood G, Mahour M P. Developing a grey-based decision-making model for supplier selection[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 137(2):191-200.
- [114] Liang Changyong, Gu Dongxiao, Bichindaritz I. Integrating gray system theory and logistic regression into case-based reasoning for safety assessment of thermal power plants[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39,(5):5154-67.
- [115] Wu C C, Chang N B. Corporate optimal production planning with varying environmental costs: A grey compromise programming approach[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 155(1):68-95.
- [116] 崔建鹏,辛永平,刘肖健.基于多目标灰色决策的地

- 空导弹选型研究[J]. 战术导弹技术, 2012(1):7-10.
- Cui Jianpeng, Xin Yongping, Liu Xiaojian. Research on surface to air missile type selection based on multi-criteria gray decision-making[J]. Tactical Missile Technology, 2012(1):7-10.
- [117] 李新其, 谭守林, 唐保国. 基于灰色决策原理的导弹武器最佳配置模型[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(2):42-47.
- Li Xinqi, Tan Shoulin, Tang Baoguo. The optimal collocation model of missile nuke based on the gray decision theory[J]. Fire Control and Command Control, 2007, 32(2):42-47.
- [118] 余锋杰, 柯映林, 应征. 飞机自动化对接装配系统的故障维修决策[J]. 计算机集成制造系统, 2009, 15(9):1823-1830.
- Yu Fengjie, Ke Yinglin, Ying Zheng. Decision of fault repair in aircraft assembly system of automated docking [J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2009, 15(9):1823-1830.
- [119] Fang Zhigeng, Ruan Aiqing, Liu Sifeng. Study on venture problem of potential optimal pure strategy solution for interval number matrix game[J]. Kybernetes, 2006, 35(7):1273,1283.
- [120] Fang Zhigeng, Liu Sifeng, Shi Hongxing. Grey game theory and its applications in economic decision-making [M]. New York: Taylor & Francis Group, 2010.
- [121] 朱灿, 史梁园. 基于灰色博弈论的私募股权投资基金监管研究[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2013, 34(7):1057-1060.
- Zhu Can, Shi Liangyuan. Research on supervision of private equity investment fund based on grey game theory[J]. Journal of Northeast University: Natural Science Edition, 2013, 34(7):1057-1060.
- [122] 陈军飞, 赵淑芳, 杨柳. 基于灰博弈模型的巨灾保险多主体决策及仿真研究[J]. 软科学, 2012, 26(7): 131-136.
- Chen Junfei, Zhao Shufang, Yang Liu. On multi-agents decision and simulation of catastrophe insurance based on grey game model[J]. Soft Science, 2012, 26(7):131-136.
- [123] 王丽娟. 用灰色理论研究易腐品系统中一对多合作机制[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2009, 37 (8):12-15.
- Wang Lijuan. Study on cooperation mechanism of one to many in perishable products system[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technol-
- ogy, 2009, 37(8):12-15.
- [124] Li Qiaoxing, Liu Sifeng. The foundation of the grey matrix and the grey input-output analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2008(32): 267-291.
- [125] Li Qiaoxing, Liu Sifeng, Lin Yi. Grey enterprise input-output analysis[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2012, 236 (7): 1862-1875.
- [126] Jian Lirong, Liu Sifeng, Lin Yi. Hybrid rough sets and applications in uncertain decision-making [M]. New York: Taylor & Francis Group, 2011.
- [127] 王洁方, 刘思峰. 基于区间定位和灰关联的区间型 DEA 效率指数测算与排序[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9):2146-2150.
- Wang Jiefang, Liu Sifeng. On measuring and sorting for the efficiency index of interval DEA based on interval position and grey incidence model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2146-2150.
- [128] 刘秋妍, 钟章队, 艾渤. 基于粗糙集灰色聚类理论的 GSM-R 系统频率规划研究[J]. 铁道学报, 2010, 32 (5):53-58.
- Liu Qiuyan, Zhong Zhangdui, Ai Bo. Research on frequency planning of GSM-R system based on grey cluster theory with rough set[J]. Journal of the China Railway Society, 2010, 32(5):53-58.
- [129] 郭晓君, 刘思峰, 吴利丰. 污染物减排预测的灰色 Markov 组合模型与算法[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(12):3670-3673.
- Guo Xiaojun, Liu Sifeng, Wu Lifeng. Modeling and algorithm of prediction about pollutants' emission reduction by combining gray theory and Markov chain[J]. Research on Computer Application, 2013, 30(12):3670-3673.
- [130] 袁朋伟, 宋守信, 董晓庆. 基于灰色神经网络优化组合模型的火灾预测研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2014, 10(3):119-124.
- Yuan Pengwei, Song Shouxin, Dong Xiaoqing. Study on fire prediction based on combined model of optimum grey neural network[J]. China Safety Science and Technology, 2014, 10(3):119-124.
- [131] 孟翔飞, 王昌明, 何傅侠, 等. 基于灰色线性回归组合模型的火炮身管寿命预测[J]. 南京理工大学学报, 2012, 36(4):635-638.
- Meng Xiangfei, Wang Changming, He Fuxia, et al. On life prediction of gun tube based on combined model of grey linear regression[J]. Journal of Nan-

- jing University of Science and Technology, 2012,36(4):635-638.
- [132] 米根锁,杨润霞,梁利. 基于组合模型的轨道电路复杂故障诊断方法研究[J]. 铁道学报,2014,36(10):65-69.  
Mi Gensuo, Yang Runxia, Liang Li. Research on the method of diagnosis of complex fault in track circuit based on combined model[J]. Journal of the China Railway Society, 2014,36(10):65-69.
- [133] 徐冲,孙晓燕,王海龙. 灰色经济计量学模型在交通量预测中的应用[J]. 公路工程,2010,35(5):34-38.  
Xu Chong, Sun Xiaoyan, Wang Hailong. Application grey-econometrics model in traffic volume prediction[J]. Highway Engineering, 2010,35(5):34-38.
- [134] 蒋维. 基于灰色粗糙集理论的风电机组传动链智能故障诊断方法[J]. 电网与清洁能源,2012,28(12):79-83.  
Jiang Wei. An intelligent diagnosis method based on grey rough set theory for wind turbine driving chain [J]. Power System and Clean Energy, 2012, 28(12):79-83.
- [135] 尹继娟,梁秀娟,肖长来,等. 基于灰色聚类的物元可拓法在地下水水质评价中的应用——以洮南市为例[J]. 节水灌溉,2012(6):52-55.  
Yin Jijuan, Liang Xiujuan, Xiao Changlai, et al. Application of matter-element extension method based on grey clustering theory in the ground water quality evaluation-example with Taonan City[J]. Water Saving Irrigation, 2012(6):52-55.
- [136] 唐凯,周妮妮,樊绪永. 子洲气田二叠系山2气藏气井产能影响因素分析[J]. 物探化探计算技术,2012,34(6):723-728.  
Tang Kai, Zhou Nini, Fan Xuyong. Analysis on the factors influencing the gas well productivity of S2 gas pool in Permian of Zizhou gas field[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2012,34(6):723-728.
- [137] 吴中如,徐波,顾冲时,等. 大坝服役状态的综合评判方法[J]. 中国科学:技术科学,2012,42(11):1243-1254.  
Wu Zhongru, Xu Bo, Gu Chongshi, et al. On comprehensive evaluation methods of the service condition of the dam[J]. China Science: Technological Sciences, 2012,42(11):1243-1254.
- [138] 郑东健,顾冲时,吴中如. 边坡变形的多因素时变预测模型[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(17):3180-3184.  
Zheng Dongjian, Gu Chongshi, Wu Zhongru. On time varying prediction model of the deformation of slope with multi-factors[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005,24(17):3180-3184.
- [139] 苏春华,刘思峰. 灰色随机线性时滞系统的渐近稳定性[J]. 控制与决策,2008,23(5):571-574.  
Su Chunhua, Liu Sifeng. On the asymptotic stability of grey stochastic linear delay systems[J]. Control and Decision, 2008,23(5): 571-574.
- [140] 苏春华,刘思峰. 具有分布时滞和区间参数的随机系统的p-阶矩指数鲁棒稳定性[J]. 应用数学和力学,2009,30(7):856-864.  
Su Chunhua, Liu Sifeng. On robust stability of p-moment index of stochastic system with distributed delay and the interval parameters [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2009,30(7):856-864.
- [141] 高凡,张友鹏,高平. 基于灰色遗传的高速列车速度控制器模型研究[J]. 计算机测量与控制, 2012,20(5):1272-1275.  
Gao Fan, Zhang Youpeng, Gao Ping. Research on speed controller model for high-speed train based on grey genetic algorithm[J]. Computer Measurement & Control, 2012,20(5):1272-1275.
- [142] 陆小红,王长林. 基于预测型灰色控制的列车自动运行速度控制器建模与仿真[J]. 城市轨道交通研究, 2013(2):62-65.  
Lu Xiaohong, Wang Changlin. Simulation on ATO speed controller based on grey prediction control [J]. City Track Traffic Development Research, 2013(2):62-65.
- [143] 田建艳,鲁毅. 加热炉钢坯温度灰色预报模型的研究[J]. 东北大学学报, 2007,28(S1):6-10.  
Tian Jianyan, Lu Yi. Research on grey prediction model of the slab temperature in heating furnace [J]. Journal of Northeast University, 2007, 28 (S1):6-10.
- [144] 王伟,吴敏,曹卫华,等. 基于组合灰色预测模型的焦炉火道温度模糊专家控制[J]. 控制与决策,2010, 25(2):185-190.  
Wang Wei, Wu Min, Cao Weihua, et al. Fuzzy-expert control based on combination grey prediction model for flue temperature in coke oven[J]. Control and Decision, 2010,25(2):185-190.
- [145] 张广立,付莹,杨汝清. 一种新型自调节灰色预测控制器[J]. 控制与决策,2004,19(2):212-215.

- Zhang Guangli, Fu Ying, Yang Ruqing. Novel self-adjustable grey prediction controller[J]. Control and Decision, 2004, 19(2): 212-215.
- [146] 乔桂玲, 张文明, 薛山. 深海行走机构灰色预测-模糊 PID 速度控制[J]. 煤炭学报, 2009, 34(11): 1550-1553.
- Qiao Guiling, Zhang Wenming, Xue Shan. Speed control based on fuzzy PID control with grey prediction in the deep sea stepping system[J]. Journal of China Coal Society, 2009, 34(11): 1550-1553.
- [147] 刘业翔, 陈湘涛, 张更容, 等. 铝电解控制中灰关联规则挖掘算法的应用[J]. 中国有色金属学报, 2004, 14(3): 494-498.
- Liu Yexiang, Chen Xiangtao, Zhang Gengrong, et al. Application of mining algorithm based on gray association rule in aluminum electrolysis control[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2004, 14(3): 494-498.
- [148] 赖延清, 陈湘涛, 秦庆伟, 等. NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub> 基金属陶瓷耐腐蚀因素分析及腐蚀率预测[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2004, 35(6): 896-901.
- Lai Yanqing, Chen Xiangtao, Qin Qingwei, et al. Corrosion analysis and corrosion rates prediction of NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub> cermet inert anodes[J]. Journal of Center South University, 2004, 35(6): 896-901.
- [149] 曾波, 刘斯峰, 孟伟. Development and application of MSGT6.0 (Modeling system of grey theory 6.0) based on visual C# and XML[J]. The Journal of Grey System, 2011, 23(2): 145-154.
- [150] 南京航空航天大学灰色系统研究所. 灰色系统建模软件 7.0 [EB/OL]. <http://igss.nuaa.edu.cn/>, 2014.

