

基于矩阵的装配过程建模方法

刘俨后 左敦稳 张丹

(南京航空航天大学机电学院, 南京, 210016)

摘要: 装配型生产是一种典型的离散型生产, 装配生产过程是装配状态在装配作业的驱动下不断发生转移而持续更新至完成状态的一个过程, 本文提出了一种基于矩阵运算的装配过程建模方法, 对这种由装配状态转移组织起来的生产过程进行了建模。文中给出了装配作业、装配状态以及作业有序关系等元素对象的矩阵表示方法; 以矩阵的运算过程来表述生产流程, 包括作业可操作性测试、装配状态转移、作业有序矩阵更新等; 产品结构的层次性使得装配过程也会具有一定的层次性, 对装配过程进行子装配划分, 用分块矩阵表达装配过程与其子装配之间的层次关系, 建立分层的装配过程模型。该模型通过装配过程的矩阵表示, 最终可获得装配体的可行装配序列, 为装配序列选优提供数据基础。

关键词: 装配过程建模; 矩阵; 装配序列; 生产流程; 离散系统建模

中图分类号: F406.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2014)06-0938-07

Assembly Process Modeling Method Based on Matrix Technique

Liu Yanhou, Zuo Dunwen, Zhang Dan

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: Assembly is a classic discrete production, and assembly process is a flow of assembly state transition which is driven by assembly task. A new method, based on matrix technique, is presented to be used to model the assembly process. By adopting the new method, elements of assembly process such as assembly task, assembly state and assembly precedence relations are shown as matrix, and the assembly process is represented by the process of matrix calculation, which includes testing of the assembly task's operability, assembly state transition, update of assembly precedence relations and so on. Because of the hierarchy of production structure, the assembly process can also be segmented into several sub-assembly processes that are reflected on block matrix, and then the assembly process modeling with hierarchy is established. The feasible assembly sequence is obtained from the process which is expressed by matrix, providing the basis for the optimization of assembly sequence.

Key words: assembly process modeling; matrix; assembly sequence; production process; discrete system modeling

在产品的整个生产过程中, 装配是生产的最后工艺过程, 产品的性能、可靠性和寿命等综合技术指标主要是通过最后的装配工艺过程来实现和保证的。装配系统是一个典型的离散事件系统, 对离散型生产过程的建模一直是制造系统模型研究的

难点。在装配过程建模方面, 国内外研究者们开展了许多研究, 提出了一些建模方法。文献[1]中引入粗粒度的装配任务和细粒度的装配操作, 基于装配任务和装配操作, 建立了一个基于层次链的装配过程模型。文献[2]提出面向过程的装配模型复合

基金项目: 国防“十二五”预研资助项目。

收稿日期: 2012-07-18; 修订日期: 2013-11-11

通信作者: 左敦稳, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: imit505@nuaa.edu.cn。

表达法,用层次结构的装配树来表达装配成员间的层次关系。文献[3]将生产活动抽象成事件集,通过事件间的关联对整个装配过程进行描述,提出基于事件驱动的离散装配过程模型。文献[4]分析了装配过程的动态性能,采用适合于离散并行系统建模的 Petri 网模型对装配过程进行建模,并对其鲁棒性进行了分析研究。

在装配序列规划中,装配过程模型的定义是装配序列优选的基础。文献[1]和文献[2]是基于产品结构的建模,此类模型局限于表达装配体的结构信息,缺乏对于生产流程的描述,不适于进行装配序列规划;文献[3]和文献[4]是基于生产流程的建模,这中建模方法是针对于装配生产的业务流程,在模型中很少涉及产品的结构信息,信息的不完备使得难以实现自动装配序列规划。本文提出了一种基于矩阵运算的装配过程建模方法,着重论述装配模型的定义及装配建模的过程,为装配序列优选提供数据基础。

1 装配模型定义

装配模型主要有装配作业、装配状态以及装配作业有序关系 3 种对象。在作业有序关系的指导下,依次进行装配作业,每次作业的完成将使得产品的装配状态发生转移。

1.1 作业有序关系

装配任务可以分为若干装配作业,各个作业之间存在有序关系^[5-6],即作业先后顺序的约束。作业 i 必须在作业 j 之前完成,则称作业 i 为作业 j 的前序作业,作业 j 为作业 i 的后序作业。某航天产品部件 P1 的装配任务由 8 个作业组成,如图 1 所示。有向图的形式可以更加直观地表述有序关系^[7],中间有箭头相连接的两个作业之间存在有序关系,箭头方向是由前序指向后序。

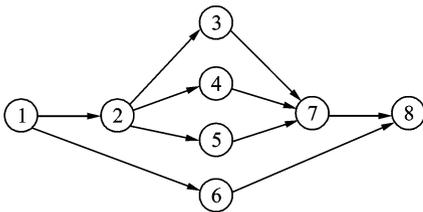


图 1 P1 装配作业有序关系有向图

Fig. 1 Restricted directed graph of assembly tasks of P1

有向图不易于计算机处理,为了方使用计算机进行装配序列规划,用矩阵行描述作业有序关系,作业有序矩阵 $A_{n \times n}$ 为

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & a_{ij} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

有序矩阵 A 为 n 阶方阵, n 为总作业数,其中 $a_{ij}=1$ 表示作业 i 是作业 j 的前序作业,也即作业 j 是作业 i 的后序作业,作业 j 必须在作业 i 完成以后进行; $a_{ij}=0$ 表示作业 i 与作业 j 没有直接的前后序关系,两者属于无序关系。P1 的作业有序矩阵 A_{P1} 可表示为

$$A_{P1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

1.2 装配作业

本文所述装配作业,是指包括使某一零部件装配到基体上所进行的一系列操作,包括零部件的输送、装载、定位、连接、调整和装配后的检验等。装配作业是驱动生产过程运行的事件,装配状态在装配作业的驱动下发生转移。用矩阵形式表示装配作业,作业矩阵 $J_{n \times 1}$ 为

$$J^k = (j_1 \quad j_2 \quad \cdots j_i \quad \cdots \quad j_n)^T \quad (3)$$

其中 k 为作业标识($k=1,2,\dots,n$); $j_i=0$ 或 1 ,且 $\sum j_i=1$;为简化模型描述,规定当且仅当 $i=k$ 时, $j_i=1$ 。P1 的装配作业矩阵如表 1 所示。

表 1 P1 的装配作业矩阵

Tab. 1 Matrixes of assembly tasks of P1

作业	作业矩阵($n \times 1$)
J^1	$(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
J^2	$(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
J^3	$(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
J^4	$(0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
J^5	$(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
J^6	$(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$
J^7	$(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$
J^8	$(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$

1.3 装配状态

机械制造系统是一个离散事件系统,系统的状态只在离散的时间点上发生变化,而且这些离散的时间点是不确定的^[8],因此用事件序列而不是时间

序列来标记状态的变化,系统的状态在事件的驱动下发生转移,即未来状态是事件与当前状态共同作用的结果。装配过程是一个离散生产过程,装配状态在每一步的作业事件的驱动下发生转移。用矩阵的形式描述装配状态,状态矩阵与作业矩阵有相同阶数,状态矩阵 $S_{n \times 1}$ 为

$$S^t = (s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_i \quad \cdots \quad s_n)^T \quad (4)$$

其中 t 为状态标识 ($t=0, 1, \dots, n$), 表示状态转移过程, 每一次作业的完成, 标识 t 完成一次递增; 状态矩阵 S 的每个元素受控于相应的一个装配作业, $s_i=0$ 或 $1, 0$ 表示作业 i 未完成, 1 表示作业 i 已完成。P1 的初始状态和完成状态分别为

$$S_{P1}^0 = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \quad (5)$$

$$S_{P1}^8 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)^T \quad (6)$$

2 装配过程建模

基于上述装配模型静态对象的定义, 建立动态的装配过程模型, 本文所提方法是基于矩阵(将 n 维列向量视为 $n \times 1$ 的矩阵)的运算。装配过程包括测试作业可操作性、装配状态更新以及作业有序矩阵更新 3 个过程。

2.1 测试作业可操作性

装配作业根据其有序关系依次进行, 在前序作业未完成之前, 后序作业受到约束无法进行。在当前作业有序关系的约束下, 验证某作业是否还存在前序作业, 通过当前作业有序矩阵左乘作业矩阵进行验证

$$A^t \times J^k = \begin{cases} 0 \\ \text{非 } 0 \end{cases} \quad (7)$$

矩阵运算结果为 0 表示作业 J^k 在有序矩阵 A^t 的约束下没有前序作业, 是可操作的作业; 在计算结果非 0 时, 则 J^k 是不可操作的, 同时运算结果表示出 J^k 的所有前序作业。以 P1 装配过程为例, 在初始状态下, 测试表 1 中作业 7 的可操作性

$$A_{P1}^0 \times J_{P1}^7 = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \neq 0 \quad (8)$$

所以作业 7 在当前(初始状态)是不可操作的, 且计算结果 $(0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T + (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T + (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T = J_{P1}^3 + J_{P1}^4 + J_{P1}^5$, 所以在初始状态下, 作业 7 的前序作业有作业 3、作业 4 和作业 5。

2.2 装配状态更新

装配状态表示装配作业的完成情况, 状态转移驱动力的产生, 由状态矩阵和作业矩阵进行矩阵加法运算来实现, 得到发生转移以后的新的状态矩

阵为

$$S^{t+1} = S^t + J^k \quad (9)$$

式(9)表示装配作业 J^k 作用于装配状态 S^t , 对其产生驱动, 在此驱动力的作用下, 装配状态由 S^t 转移为 S^{t+1} , 同时作业 J^k 被消耗即此作业已完成。

2.3 作业有序矩阵更新

随着装配过程的进行, 装配状态不断更新, 装配作业不断被消耗, 在新的装配状态下, 已完成的作业对其后序作业的约束解除, 装配作业受约束情况发生变化。在状态 S^t 下有序矩阵为 A^t 。由状态 S^t 到 S^{t+1} 时, 作业有序矩阵更新为

$$A^{t+1} = (E - \text{diag}(S^{t+1})) \times A^t \quad (10)$$

其中 $\text{diag}(X_{n \times n})$ 函数是构建对角矩阵函数, 返回一个对角矩阵 $Y_{n \times n}$, 其对角线元素为 X 的各元素值; E 是与 $Y_{n \times n}$ 同阶单位矩阵。

综上所述, 产品装配过程包括测试作业可操作性、装配状态更新和作业有序矩阵更新 3 个主要步骤。为方便过程的描述, 进行如下定义:

定义 1 待操作作业集 $W = \{w_i\}$, 产品装配过程中, 所有尚未进行的装配作业所组成的集合。

定义 2 可操作作业集 $C = \{c_i\}$, 产品装配过程中, 在当前作业有序矩阵约束下, 可进行装配操作的作业所组成的集合。

定义 3 已操作作业集 $H = \{h_i\}$, 产品装配过程中, 已经完成的装配作业所组成的集合。

规定操作集 H 是有序集合, 各个元素以进入集合先后为序, 且 $W \cup H = U, C \subseteq W, U$ 为作业全集。在开始产品装配前, $W = U, H = \Phi$; 在产品完成后, $W = \Phi, H = U$ 。

步骤 1 设作业全集 $U = \{J^k \mid k=1, 2, \dots, n\}$, 令 $W = U, H = \Phi, C = \Phi$, 设置状态标识 $t=0$ 。

步骤 2 根据当前优先关系矩阵 A^t , 遍历 W , 测试 w_i 可操作性, 令 $C = \{w_i \mid A^t \times w_i = 0\}$ 。

步骤 3 选取 C 的某一元素 c_i 为当前作业, 更新装配体状态 $S^{t+1} = S^t + c_i$, 令 $W = W - c_i, H = H + c_i, C = \Phi$ 。

步骤 4 以状态 S^{t+1} 更新作业有序矩阵 $A^{t+1} = (E - \text{diag}(S^{t+1})) \times A^t$ 。

步骤 5 判断矩阵 A^{t+1} 是否零矩阵。若 $A^{t+1} = 0$, 则装配完成, 流程结束; 否则装配尚未完成, 状态标识 $t=t+1$, 转步骤 2。

在上述装配过程中, 得到一个有序集合 $H = \{h_i \mid i=1, 2, \dots, n\}$, 则序列 $\{h_i \mid i=1, 2, \dots, n\}$ 即是一个可行的装配序列, 装配过程如图 2 所示。

$$C = \{J^1 J^4 J^6\}, \text{选择 } c_2(J^4)$$

$$W = \{J^1 J^5 J^6 J^7 J^8\}, H = \{J^2 J^3 J^4\}$$

$t=3$

$$A_P^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$C = \{J^1 J^5 J^6\}, \text{选择 } c_3(J^6)$$

$$W = \{J^1 J^5 J^7 J^8\}, H = \{J^2 J^3 J^4 J^6\}$$

$t=4$

$$A_P^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$C = \{J^1 J^5\}, \text{选择 } c_2(J^5)$$

$$W = \{J^1 J^7 J^8\}, H = \{J^2 J^3 J^4 J^6 J^5\}$$

$t=5$

$$A_P^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$C = \{J^1 J^7\}, \text{选择 } c_1(J^1)$$

$$W = \{J^7 J^8\}, H = \{J^2 J^3 J^4 J^6 J^5 J^1\}$$

$t=6$

$$A_P^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$C = \{J^7\}, \text{选择 } c_1(J^7)$$

$$W = \{J^8\}, H = \{J^2 J^3 J^4 J^6 J^5 J^1 J^7\}$$

$t=7$

$$A_P^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$C = \{J^8\}, \text{选择 } c_1(J^8)$$

$$W = \{\}, H = \{J^2 J^3 J^4 J^6 J^5 J^1 J^7 J^8\}$$

(3) $t=7$ 时,作业有序矩阵为零矩阵,装配过程完成,通过有序集合 H 获得可行性序列 $\{J^2 J^3 J^4 J^6 J^5 J^1 J^7 J^8\}$ 。

5 结束语

装配过程的本质就是在装配作业的驱动下装配状态不断转移更新的一个过程^[12]。本文提出了一种基于矩阵运算的装配过程建模方法,对这种装配过程进行建模。建立了装配作业、装配状态以及装配作业有序关系等装配过程对象的矩阵表示;通过矩阵之间的运算来描述生产流程,包括作业可操作性测试、装配状态转移、作业有序矩阵更新等;装配产品具有一定结构层次,在矩阵模型中用分块矩阵表达子装配过程的层次性,建立分层的装配过程模型。

相较于其他模型,基于矩阵的建模方法更易于处理,计算机可方便地进一步分析装配过程,对装配序列规划等研究具有重要意义。

参考文献:

[1] 侯伟伟,刘检华,宁汝新,等. 基于层次链的产品装配过程建模方法[J]. 计算机集成制造系统,2009,15(8):1522-1527.
 Hou Weiwei, Liu Jianhua, Ning Ruxin, et al. Product assembly process modeling method based on hierarchy chain technique[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2009,15(8):1522-1527.

[2] 武殿梁,杨润党,马登哲,等. 虚拟装配环境中的装配模型表达技术研究[J]. 计算机集成制造系统,2004,10(11):1364-1369.
 Wu Dianliang, Yang Rundang, Ma Dengzhe, et al. Product information representation in integrated virtual assembly environment[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2004,10(11):1364-1369.

- [3] 吕希胜,史海波,尚文利. 基于事件驱动的离散装配过程建模方法研究[C]//第27届中国控制会议论文集. 北京:北京航空航天大学出版社,2008:414-418.
Lv Xisheng, Shi Haibo, Shang Wenli. On discrete assembly process modeling method based on event-driven strategy[C]//Proceedings of the 27th Chinese Control Conference. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press,2008:414-418.
- [4] Hsieh Fushiung. Robustness analysis of non-ordinary Petri nets for flexible assembly/disassembly processes based on structural decomposition[J]. International Journal of Control,2011,84(3):496-510.
- [5] Li X P, Wang J, Sawhney R. Effective precedence constrained scheduling in a make-to-order environment[J]. International Journal of Advanced Operations Management,2009,1(4):331-51.
- [6] 卢鹤,黄翔,堵鹏,等. 基于加权有向图的飞机装配顺序规划[J]. 南京航空航天大学学报,2012,44(S):1-5.
Lu Hu, Huang Xiang, Du Peng, et al. Aircraft assembly sequence planning based on weighted directed graph[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,2012,44(S):1-5.
- [7] Joseph B, Ezey M D, Jacob R. Mix model assembly line design in a make-to-order environment[J]. Computers & Industrial Engineering, 2002, 41(4):405-421.
- [8] Davidrajuh R. Developing a new petri net tool for simulation of discrete event systems[C]//Second Asia International Conference on Modeling & Simulation. Piscataway: Inst of Elec and Elec Eng Computer Society, 2008:861-866.
- [9] Yokoyama M. Hybrid flow-shop scheduling with assembly operations[J]. International Journal of Production Economics,2001,73(2):103-16.
- [10] 王波,唐晓青,耿如军. 机械产品装配关系建模[J]. 北京航空航天大学学报,2010,36(1):71-76.
Wang Bo, Tang Xiaoqing, Geng Rujun. Modeling for assembly structure in mechanical product[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2010,36(1):71-76.
- [11] Mirica R F, Dobre G, Vladu M R. On the development of complex products containing sub-assemblies [C]//3rd International Conference on Advanced Design and Manufacture. Stafa-Zuerich: Trans Tech Publications Ltd,2011:23-26.
- [12] 曾洪鑫. 基于状态树与时间处理的机械产品流水装配生产计划与调度[D]. 武汉:华中科技大学,2005.
Zeng Hongxin. Flow assembly production planning and scheduling for mechanical products based on state tree and time dispose[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology,2005.

