

基于人工拉格朗日点太阳帆的导航卫星自主定轨技术

邬静云 高有涛

(南京航空航天大学航天学院, 南京, 210016)

摘要:为提高导航星座的自主导航能力,提出一种基于人工拉格朗日点太阳帆的导航卫星自主定轨方法。在导航卫星间测距的基础上,利用太阳帆提供的空间实时位置信息,来消除导航星座的整体旋转和漂移对自主定轨的影响。选用第一类无奇点根数作为状态变量,利用 EKF 滤波器融合卫星动力学信息及两类测距信息进行自主定轨。利用 GPS 导航星座的 IGS 精密星历进行了仿真试验,仿真结果表明了该方法不仅能够保证导航卫星自主定轨的长期稳定性,且与结合星间测距和星间测向的自主定轨方法相比,定轨精度更高。

关键词:导航卫星;自主定轨;人工拉格朗日点;太阳帆

中图分类号:V448.224 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2014)06-0856-06

Autonomous Orbit Determination for Navigation Satellite Based on Solar Sail at Artificial Lagrange Point

Wu Jingyun, Gao Youtao

(College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract:To improve the autonomous navigation ability of navigation constellation, a kind of autonomous orbit determination technology based on a solar sail at an artificial Lagrange point is proposed for navigation satellite. Based on crosslink range observation, real-time position information provided by the solar sail is used to eliminate the error of autonomous orbit determination caused by the overall rotation and drift of the navigation constellation. Nonsingular orbit elements are chosen as state vector when the extended Kalman filter (EKF) is designed to fuse satellite dynamics model and two kinds of observation information to determine the orbit. International GNSS service (IGS) precise ephemeris of GPS constellation is adopted to validate the method. The results of simulation show that the proposed algorithm can not only ensure the long-term stability, but also provide higher precision of orbit determination compared with the approach of combining crosslink range observation with inter-satellite orientation observation.

Key words: navigation constellation; autonomous orbit determination; artificial Lagrange point; solar sail

导航卫星星座系统在民用和军事领域发挥着越来越重要的作用。随着星座数量及组成每个星座中卫星数目的不断增加,地面控制的成本和复杂程度也越来越高。为了降低地面控制的复杂程度,

有必要研究导航卫星星座的自主导航技术^[1-3]。其中自主定轨技术又是导航卫星自主导航的核心技术之一。

目前,用于自主定轨的测量资料一般有 3 种:

基金项目:国家高技术研究发展计划(“八六三”计划)(2012AA121602)资助项目;国家自然科学基金(11078001)资助项目;高等学校博士学科点专项科研基金(20133218120037)资助项目。

收稿日期:2013-09-26;**修订日期:**2013-12-18

通信作者:高有涛,男,讲师,E-mail:ytgao@nuaa.edu.cn。

测距资料、测角资料和测速资料。研究表明,仅利用星间测距进行自主定轨时会产生卫星星座整体旋转不可测的问题,或者说方程式秩亏问题,定轨精度会随着时间的增长而逐渐下降^[4-6]。仅利用星间测向进行自主定轨时虽然不存在秩亏问题,但定轨精度不高,最主要的原因在于星间定向观测的观测精度较低^[7-8]。结合星间测距和星间测向两种方式进行自主定轨,既能保证长期稳定性,也有较高的定轨精度,但定轨精度仍然受到星敏传感器观测精度的限制^[9-10]。

本文提出基于人工拉格朗日点处的太阳帆进行自主定轨的方案。设计太阳帆的参数,利用太阳帆受到的光压作用使其稳定在人工拉格朗日点。结合导航卫星星间测距信息和导航卫星与太阳帆间的测距信息,来消除导航星座的整体旋转和漂移对自主定轨的影响,可同时满足导航卫星自主定轨的长期稳定性和高精度两项性能指标。

1 数学模型

1.1 人工拉格朗日点太阳帆运动方程

考虑由太阳—地球—太阳帆构成的圆型限制性三体问题,如图 1 所示。

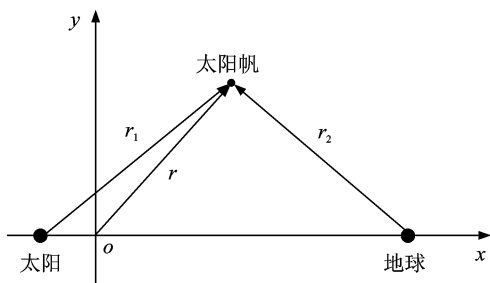


图 1 圆形限制性三体问题

Fig. 1 Circular restricted three-body problem

在旋转坐标系中,取太阳和地球间距离 L 为长度单位,太阳和地球的质量和 $m_1 + m_2$ 为质量单位,单位量纲一化后,地球绕太阳的角速度取 $\omega = 1$,万有引力常数为 $G = 1$ 。令地球质量 $m_2 = \mu$,在旋转坐标系中得到太阳帆 (x, y) 的运动方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{U}_r + \mathbf{a} \quad (1)$$

式中: \mathbf{U}_r 为大小等于引力势函数 U ,方向与 \mathbf{r} 相同的矢量; \mathbf{a} 为光压力。

$$U = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \quad (2)$$

$$r_1 = [(x + \mu)^2 + y^2]^{1/2} \quad (3)$$

$$r_2 = [(x - 1 + \mu)^2 + y^2]^{1/2} \quad (4)$$

$$\mathbf{a} = \beta \frac{1-\mu}{r_1^4} (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad (5)$$

式中: β 为太阳光压和帆的法线一致时太阳光压力与太阳引力的比值,称为光压因子。

令 $\ddot{\mathbf{r}} = 0, \dot{\mathbf{r}} = 0$, 得在旋转坐标系中的人工拉格朗日点方程为

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - \mathbf{U}_r \quad (6)$$

由式(6)产生位置在 \mathbf{r} 处的人工拉格朗日点需要的太阳帆的光压因子和太阳帆的法线方向为

$$\mathbf{n} = \frac{\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - \mathbf{U}_r}{|\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - \mathbf{U}_r|} \quad (7)$$

$$\beta = |\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) - \mathbf{U}_r| / \left[\frac{1-\mu}{r_1^4} (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n})^2 \right] \quad (8)$$

通过设计太阳帆以及调整太阳帆的姿态,使得在运行过程中,太阳帆始终保持在人工拉格朗日点处^[11]。

1.2 导航卫星运动方程

综合考虑地球非球形引力摄动、日月引力摄动和太阳光压摄动,忽略其他摄动和扰动,在 J2000.0 地心赤道惯性坐标系下,导航卫星的轨道动力学方程可建立为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_\varepsilon \quad (9)$$

式中: \mathbf{r} 为卫星的位置矢量, $r = |\mathbf{r}|$; \mathbf{a}_0 为地球质心引力加速度, $\mathbf{a}_0 = -\frac{\mu_e}{r^3} \mathbf{r}$, μ_e 为地心引力常数; \mathbf{a}_ε 为摄动加速度。且有

$$\mathbf{a}_\varepsilon = \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_s + \mathbf{a}_m + \mathbf{a}_{\text{RPR}} \quad (10)$$

式中: \mathbf{a}_e 为地球非球形引力摄动加速度; \mathbf{a}_s 为太阳对卫星产生的摄动加速度; \mathbf{a}_m 为月球对卫星产生的摄动加速度; \mathbf{a}_{RPR} 为 ECOM 模型中卫星的加速度。

如果知道某历元时刻的卫星位置和速度,则可通过积分求解出任意时刻卫星的位置和速度,即转化为求解如下常微初值问题

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) \\ \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}(t_0) = \dot{\mathbf{r}}_0 \end{cases} \quad (11)$$

本文采用数值法求解上述微分方程。综合考虑计算精度和计算效率,选用 RKF7(8) 积分器通过式(11)求解所需时刻卫星的位置和速度。

1.3 卫星与太阳帆间距离观测的观测模型

设 sa 为导航卫星, ss 为人工拉格朗日点处的太阳帆。从导航卫星上得到伪距观测量。随机误差和系统误差等暂时忽略不计,卫星与太阳帆间伪距测量的观测方程可写为

$$R^{as}(t) = \rho^{as}(t) + \Delta^{as}(t) \quad (12)$$

$$R^{sa}(t) = \rho^{sa}(t) + \Delta^{sa}(t) \quad (13)$$

式中: R 表示导航卫星与太阳帆之间的伪距; R^{as} 上

标表示导航卫星观测太阳帆; R^s 上标表示太阳帆观测导航卫星; ρ^{as} 为卫星到太阳帆的距离(也称为卫星与太阳帆间的几何距离); ρ^{sa} 为太阳帆到卫星的距离, Δ 为观测噪声。

将式(12,13)相加,可得两个观测量

$$R = \frac{R^{as} + R^{sa}}{2} = \rho^{as} + \frac{\Delta^{as} + \Delta^{sa}}{2} \quad (14)$$

式(14)为卫星与太阳帆间的距离观测模型,可

$$|\mathbf{r}_{sa}(t_k) - \mathbf{r}_{ss}(t_k)| = \sqrt{[x_{sa}(t_k) - x_{ss}(t_k)]^2 + [y_{sa}(t_k) - y_{ss}(t_k)]^2 + [z_{sa}(t_k) - z_{ss}(t_k)]^2} \quad (16)$$

$$\Delta(t_k) = \frac{\Delta^{as}(t_k) + \Delta^{sa}(t_k)}{2} \quad (17)$$

式(15)中包含了卫星与太阳帆的相对位置信息。因此,卫星与太阳帆间的测距可以确定导航卫星与太阳帆之间的相对位置关系。

导航卫星通过星间链路双频双向进行伪距测量,星间距离观测模型与卫星和太阳帆间的距离观测模型相似,只是在其基础上考虑了钟差和电离层的影响。

2 自主定轨算法设计

由于自主定轨中的动力学模型和观测量模型都不是十分精确,所以本文提出的导航卫星自主定轨算法方案是以扩展卡尔曼滤波算法为基础进行设计的。

鉴于导航卫星大多运行在近圆轨道上,此时轨道偏心率 e 通常较小,相应地 ω 和 M 两个轨道根数难以确定,因而选取了第一类无奇点根数作为状态变量,即

$$\boldsymbol{\sigma} = [a \quad i \quad \Omega \quad \xi \quad \eta \quad \lambda]^T \quad (18)$$

假设星座中有 n 颗导航卫星,则有

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_i = [a_i \quad i_i \quad \Omega_i \quad \xi_i \quad \eta_i \quad \lambda_i]^T \quad i=1, \dots, n$ 。

一步预测值

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} = \begin{bmatrix} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1)_{k+1/k} \\ \vdots \\ (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_n)_{k+1/k} \end{bmatrix} \quad (20)$$

状态转移矩阵

$$\boldsymbol{\Phi}_{k+1/k} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\Phi}_1)_{k+1/k} & & \\ & \ddots & \\ & & (\boldsymbol{\Phi}_n)_{k+1/k} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_i)_{k+1/k}$ 和 $(\boldsymbol{\Phi}_i)_{k+1/k}$ 由每颗导航卫星独立计算完成。

卫星与太阳帆间距离观测函数为

用于星上自主定轨。

假设在 t_k 时刻,导航卫星和太阳帆在惯性坐标系中的位置矢量分别为

$$\mathbf{r}_{sa}(t_k) = [x_{sa}(t_k) \quad y_{sa}(t_k) \quad z_{sa}(t_k)]^T$$

$$\mathbf{r}_{ss}(t_k) = [x_{ss}(t_k) \quad y_{ss}(t_k) \quad z_{ss}(t_k)]^T$$

那么,卫星与太阳帆间的距离观测可表达为

$$R(t_k) = |\mathbf{r}_{sa}(t_k) - \mathbf{r}_{ss}(t_k)| + \Delta(t_k) \quad (15)$$

其中

$$\rho_{as} = |\mathbf{r}_{sa} - \mathbf{r}_{ss}| = \sqrt{(x_{sa} - x_{ss})^2 + (y_{sa} - y_{ss})^2 + (z_{sa} - z_{ss})^2} \quad (22)$$

卫星与太阳帆间距离观测量的观测系数表达式为

$$\mathbf{H}_{k+1} = \frac{\partial(\rho_{as})_{k+1}}{\partial(\boldsymbol{\sigma}_{sa})_{k+1}^T} = \frac{\partial\rho_{as}}{\partial\mathbf{r}_{sa}^T} \frac{\partial\mathbf{r}_{sa}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{sa}^T} \quad (23)$$

其中

$$\frac{\partial\rho_{as}}{\partial\mathbf{r}_{sa}^T} = \frac{1}{\rho_{as}} [x_{sa} - x_{ss} \quad y_{sa} - y_{ss} \quad z_{sa} - z_{ss}] \quad (24)$$

$$\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\sigma}^T} = \left[\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial a} \quad \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial i} \quad \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial \Omega} \quad \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial \xi} \quad \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial \eta} \quad \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial \lambda} \right] \quad (25)$$

导航卫星星间测距的观测函数和观测系数矩阵与式(22,23)类似。

3 数字仿真

3.1 仿真条件

本节以典型的导航星座——GPS 星座为仿真对象,采用 IGS(International GNSS service)提供的星历数据(轨道精度为 5 cm)作为原始数据进行仿真试验。其中,人工拉格朗日点处太阳帆的被动稳定控制见文献[11]。

(1)GPS 卫星的选择

GPS 星座中现约有 30 颗卫星在轨运行,分布在 6 个轨道面上(分别为 A, B, C, D, E, F)。仿真挑选了每个轨道面上的 1~3 颗卫星共 12 颗构成的星座进行仿真,依次为 A 面的 PRN9, PRN8 和 PRN19, B 面的 PRN30, C 面的 PRN31, PRN3 和 PRN6, D 面的 PRN24, E 面的 PRN23 和 PRN10, F 面的 PRN1 和 PRN29。

(2)星间观测的条件

①对于星间距离观测,地球遮挡取海平面上 1 000 km,测距极限为 50 000 km。

②对于卫星与太阳帆间的距离观测,暂不考虑地球遮挡和测距极限。

③两类距离观测的观测频度均为每小时一次。

(3) 卫星轨道动力学模型

①地球引力场模型采用 70×70 阶 WGS-84 模型。该模型中,地心引力常数 $G_E = 3.986\ 004\ 418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$,地球参考椭球体赤道半径 $a_e = 637\ 813\ 7 \text{ m}$ 。

②日月引力摄动采用 JPL-DE200 计算日月星历。

③太阳光压摄动采用 ECOM 模型。

(4) 初始轨道信息

①起始历元时刻:UTC 为 2000 年 4 月 13 日, 23:59:47,其对应的 $J_D = 245\ 164\ 8.499\ 849\ 54$ 。

②初始轨道根数:初始轨道根数被作为 EKF 滤波器的初始估值 $\hat{X}_{0/0}$ 。首先采用吉伯斯法^[12]确定初始历元时刻的轨道,再利用 IGS 精密星历数据采用最小二乘法对该初始轨道做轨道改进,得到更为精确的轨道根数。

③初始轨道根数的误差方差阵:由于初始轨道根数的精度为米级,且计算中所有数据均采用归一化的单位,因此一颗导航卫星的初始轨道根数的误差方差阵为: $P_{0/0} = \text{diag}(10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16}, 10^{-16})$,其余卫星相同。

(5) EKF 滤波器相关参数

①轨道预报的积分步长(即 RKF7(8)数值积分算法的步长)为 900 s。

②根据 RKF7(8)数值积分算法的截断误差所造成的轨道预报误差,一颗导航卫星动力学系统的系统噪声方差阵为: $Q_k = \text{diag}(10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14}, 10^{-14})$,其余卫星相同。

(6)其他仿真参数:仿真时长为 200 d。

3.2 仿真结果

图 2 给出了仅利用导航卫星星间距离观测,进

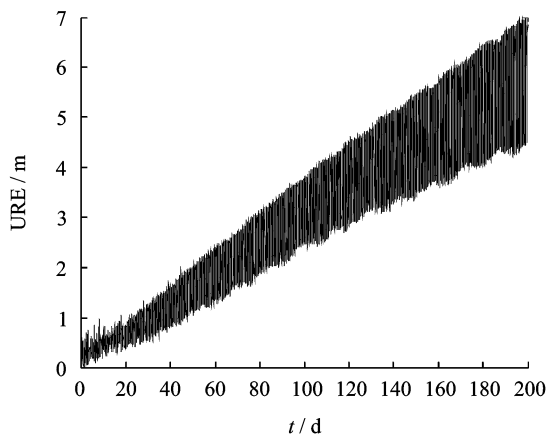
行自主定轨的仿真结果,其中测距精度为 0.3 m。仿真结果显示用户测距误差(User range error, URE)和位置误差均有明显的发散现象,200 d 的最大 URE 误差接近 7 m。图 3 给出了同时采用导航卫星星间测距和星间测向(每个轨道面配置一组测向)的仿真结果,测距观测精度 0.3 m,测向观测精度 $1.0''$ 。可以看出,定轨误差的收敛性明显得到改善,仿真 200 d 的最大 URE 要小于 3.5 m。图 4 给出了同时采用导航卫星星间距离观测和导航卫星与太阳帆间距离观测,星间测距精度 0.3 m,卫星与太阳帆间距离观测精度 1.0 m 时的仿真结果。在 200 d 的仿真结果中,定轨误差周期性小幅度震荡,最大 URE 小于 1.8 m,定轨精度较前两种方法有了明显的提高。

表 1 给出了 3 种自主定轨方式下 12 颗卫星仿

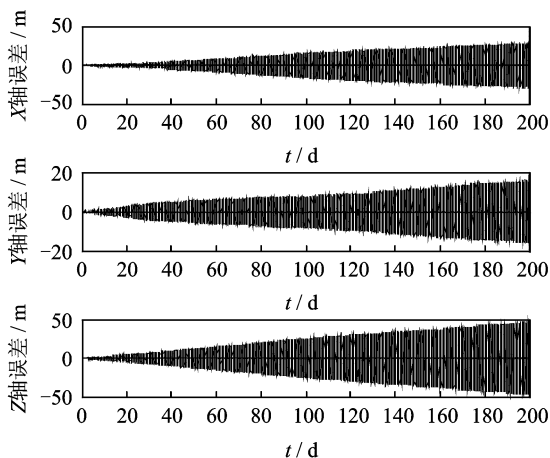
表 1 3 种自主定轨方式仿真结果对比

Tab.1 Comparison of simulation results of three kinds of autonomous orbit determination methods

轨道面	PRN	URE 最大值/m		
		仅测距	测距加测向	测距加太阳帆
A	9	6.981 0	3.415 9	1.711 2
	8	7.088 0	3.355 5	1.762 4
	19	6.994 6	3.4411	2.167 9
B	30	7.025 0	3.394 1	1.758 2
	31	6.990 3	3.463 5	1.821 6
C	3	7.064 3	3.473 5	1.834 2
	6	7.064 5	3.470 3	1.663 4
D	24	7.070 4	3.356 1	1.846 3
	23	7.025 9	3.502 9	1.670 1
E	10	6.940 3	3.498 4	1.749 1
	1	6.919 1	3.277 9	1.640 1
F	29	6.960 7	3.353 2	1.817 7



(a) PRN9的URE曲线图



(b) PRN9的XYZ三轴方向的定轨误差曲线图

图 2 仅采用星间测距结果

Fig.2 Results only using crosslink range observation

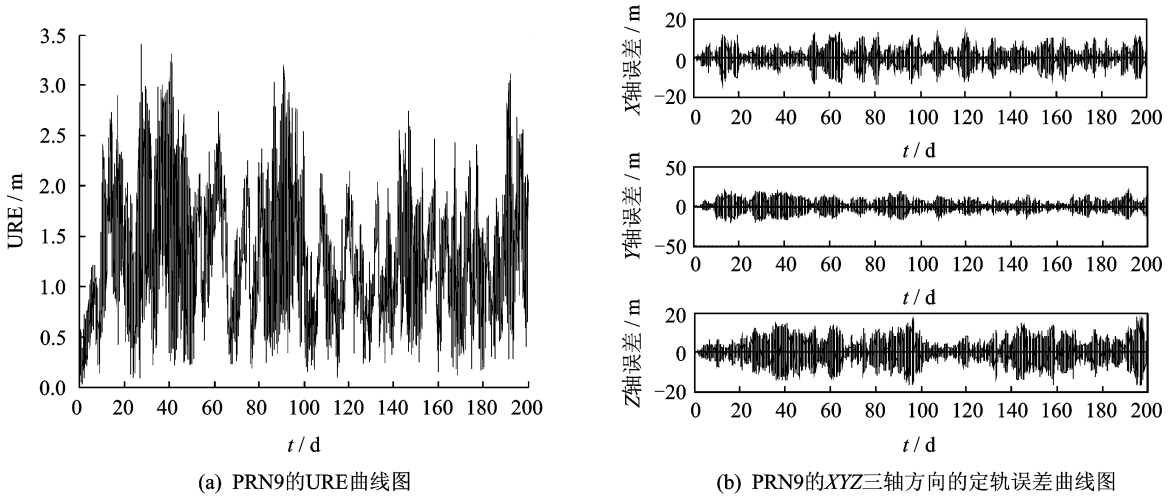


图3 结合星间测距和星间测向结果

Fig. 3 Results combining crosslink range observation and inter-satellite orientation observation

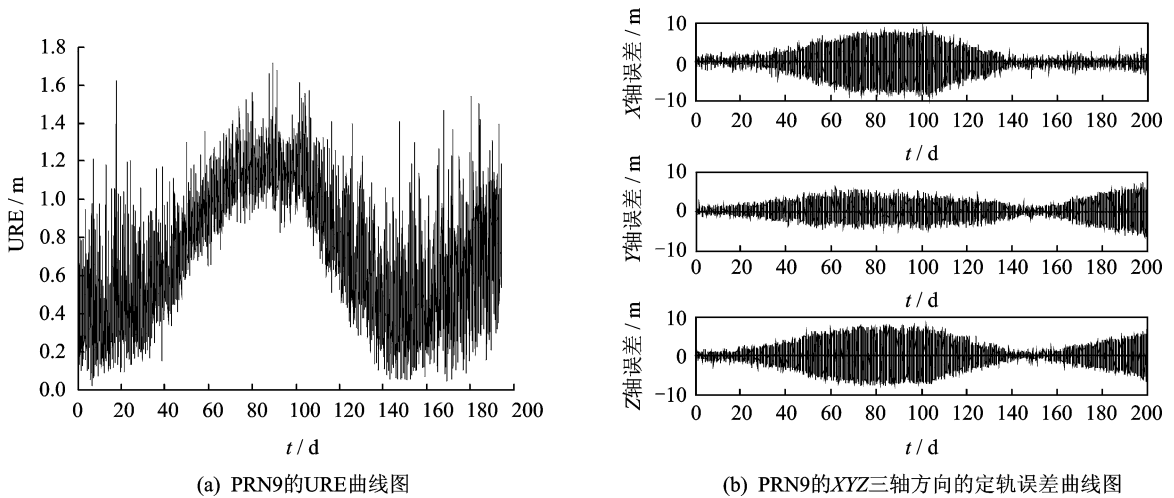


图4 结合星间测距和卫星与太阳帆间测距结果

Fig. 4 Results combining crosslink range observation and range observation between satellite and solar sail

真时长 200 d 得到的 URE 最大值,可以明显看出结合星间测距和卫星与太阳帆间测距的自主定轨方法精度更高。

4 结束语

本文提出了基于人工拉格朗日点太阳帆的导航卫星自主定轨方案,并进行了实验仿真。太阳帆提供的实时位置信息能使导航卫星的定轨精度得到提高。同时,使用被动稳定控制使太阳帆稳定在人工拉格朗日点,与控制普通卫星相比更节省燃料。

仿真结果表明,结合导航卫星星间测距和卫星与人工拉格朗日点太阳帆间测距的自主定轨方法能够保证导航卫星自主定轨的长期稳定性,同时定轨精度与星间定向观测的定轨精度相比更高。

参考文献:

- [1] Rajan J A. Highlights of GPS II-R autonomous navigation[C]//Proceedings of the 58th Annual Meeting of the Institute of Navigation and CIGTF 21st Guidance Test Symposium. Albuquerque, NM: [s. n.], 2002:354-363.
- [2] Rajan J A, Orr M, Wang P. On-orbit validation of GPS IIR autonomous navigation[C]//Proceedings of the 59th Annual Meeting of the Institute of Navigation and CIGTF 22nd Guidance Test Symposium. Albuquerque, NM: [s. n.], 2003:411-419.
- [3] Kai X, Chunling W, Liangdong L. The use of X-ray pulsars for aiding navigation of satellites in constellations[J]. Acta Astronautica, 2009, 64(4):427-436.
- [4] Mark Lpsiaki. Autonomous orbit determination for

- two spacecraft from relative position measurements [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1999, 22(2): 305-312.
- [5] 马静远, 掌静, 陆本魁. 小卫星星座自主定轨的论证与仿真[C]//2003年航天测控技术研讨会. 银川: [s. n.], 2003: 170-178.
Ma Jingyuan, Zhang Jing, Lu Benkui. Autonomous orbit determination of micro satellite constellations [C]//2003 Aerospace Control Technology Seminar. Yinchuan: [s. n.], 2003: 170-178.
- [6] Hill K, Born G H. Autonomous interplanetary orbit determination using satellite-to-satellite tracking[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, 30(3): 679-686.
- [7] 王功波, 汤国建, 白玉铸. 一种利用星间仅测距的滤波定轨算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(5): 1108-1112.
Wang Gongbo, Tang Guojian, Bai Yuzhu. Orbit determination filter using satellite-to-satellite bearings-only measurement[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(5): 1108-1112.
- [8] Hill K A. Autonomous navigation in libration point orbits[D]. Colorado: the Faculty of the Graduate School of the University of Colorado, 2007.
- [9] 陈金平, 尤政, 焦文海. 基于星间距离和方向观测的导航卫星自主定轨研究[J]. *宇航学报*, 2005, 26(1): 43-46.
Chen Jinping, You Zheng, Jiao Wenhai. Research on autonav of navigation satellite constellation based on crosslink range and inter-satellites orientation observation[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(1): 43-46.
- [10] 李博. 基于星间定向观测信息的导航星座长期自主定轨技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
Li Bo. Research on long-term autonomous orbit determination for navigation constellation based on inter-satellite orientation observation [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [11] 龚胜平, 李俊峰, 宝音贺西. 人工拉格朗日点附近的被动稳定飞行[J]. *宇航学报*, 2007, 28(3): 633-636.
Gong Shengping, Li Junfeng, Baoyin Hexi. Passive stability for the artificial lagrange points[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(3): 633-636.
- [12] Curtis H D. 轨道力学[M]. 周建华, 徐波, 冯全胜, 译. 北京: 科学出版社, 2009.
Howard D Curtis. *Orbital mechanics* [M]. Zhou Jianhua, Xu Bo, Feng Quansheng. Beijing: Science Press, 2009.