

基于能量等效的 2.5 维机织复合材料刚度预测

朱永新 崔海涛 温卫东

(南京航空航天大学江苏省航空动力系统重点实验室,南京,210016)

摘要:提出了用能量等效原理预测 2.5 维机织复合材料经向拉伸的弹性模量的方法。以 2.5 维机织复合材料受经向拉伸载荷时经纱的变形为基础,分析了受经向拉伸载荷时 2.5 维机织复合材料中经纱、纬纱和填充树脂的变形能,利用各组分材料的变形能之和与整体复合材料的变形能相等的原理,推导出 2.5 维机织复合材料的经向拉伸弹性模量的计算方法。与试验数据对比发现,本文方法对经纬向拉伸弹性模量的预测结果比采用组分材料力学性能体积平均加权的方法更加精确。结果验证了本文方法的合理性,表明本文的计算公式对纬向拉伸时同样适用,并且本文方法所需要的基础参数更容易获得。

关键词:机织复合材料;2.5 维;刚度;能量法

中图分类号:TB33 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2014)04-0625-07

Elastic Property Prediction of 2.5D Woven Composites Based on Energy Equivalence Principle

Zhu Yongxin, Cui Haitao, Wen Weidong

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power Systems, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: An approach to predicting the elastic property in warp direction of 2.5D woven composites is developed based on the energy equivalence principle. When the 2.5D woven composites are loaded in the warp direction, the deformation energy of the yarns and the matrix is analyzed. Then the prediction method for the elastic property in warp direction of 2.5D woven composites is conducted by the equality relation between deformation energies of components and composites. Compared with the experimental data, the prediction results of the energy method are better than that of the volume average method, which proves the effectiveness of the method. It is also found that the parameter used in the method is easy to conduct.

Key words: woven composites; 2.5D; elastic property; energy method

为了改善层合板复合材料层间性能弱的缺点,人们提出了机织、编织等结构的新型复合材料,2.5 维机织复合材料是比较受关注的一种新型结构性复合材料,对其力学性能的研究也广泛展开,但其相对复杂的经纱、纬纱、树脂基体的结构和力学关系使得对其力学性能的研究存在一定的难度,各种等效模型和计算方法相继出现。Yang^[1]、Whitney^[2]和 Chou^[3]等人提出并发展了纤维倾斜模

型,Craig Ryan^[3]、易洪雷等^[4]提出并发展了选择平均模型,来计算机织复合材料的面内性能。Cox^[5]、杨连贺^[6]和燕瑛^[7]等采用取向平均的思想研究了机织复合材料的刚度;高建辉^[8]、郑君^[9]、董伟峰^[10-11]等进一步发展了取向平均模型,采用组分材料力学性能体积平均加权的方法来合成 2.5 维机织复合材料的宏观力学性能。周储伟^[12-13]等根据机织复合材料中纤维束排列和变形的周期性特

基金项目:中央高校基础科研业务费专项资金(NZ2012113)资助项目。

收稿日期:2013-11-28;**修订日期:**2014-03-05

通信作者:崔海涛,男,教授,博士生导师,E-mail: cuiht@nuaa.edu.cn。

点,推导了一种细观梁单元模型。Cox^[14-16]、董伟峰^[10]、王新峰^[17]等采用有限元方法对2.5维机织复合材料的弹性力学性能进行了计算。

目前对2.5维机织复合材料弹性模量的预测精度取决于细观结构模型的精确程度和宏观刚度合成方法。本文提出了一种计算过程简单,预测精度高的2.5维机织复合材料刚度预测方法,假设经纱走向为正弦曲线,采用各组分材料变形能与2.5维机织复合材料宏观变形能相等的能量等效原理来代替体积平均法的组分材料等应变假设,以能够比较准确地获得缩经率作为计算参数,推导出了预测2.5维机织复合材料经向拉伸模量的公式。同时与试验结果和传统体积平均法的预测结果进行了对比,验证了本文方法预测结果的准确性。本文通过分析2.5维机织复合材料受经向拉伸载荷时的受力及变形情况,推导了相关的计算公式。通过与试验结果的对比表明本文计算公式对纬向拉伸时同样适用。

1 2.5维机织复合材料各组分材料力学关系分析

2.5维机织复合材料包括经纱、纬纱、树脂3种组成部分。分析3种组成部分之间的力学关系是由组分材料力学性能合成2.5维机织复合材料宏观力学性能的关键。3种组成部分的力学关系主要有3种:图1所示的等应变并联模型;图2所示的等应力串联模型;图3所示的串并联混合模型。

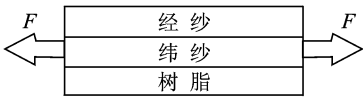


图1 等应变关系

Fig.1 Equal strain relationship

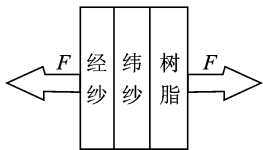


图2 等应力关系图

Fig.2 Equal stress relationship

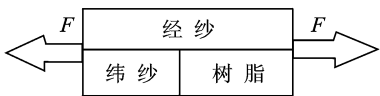


图3 混联关系

Fig.3 Hybrid relationship

目前主流的体积平均方法^[6-13]采用的力学关系为图1所示的等应变关系,文献[18]则采用混联关系。

为了分析几种力学关系对2.5维机织复合材料组分材料之间力学关系的模拟情况,对5层经纱结构的2.5维机织复合材料进行了有限元仿真。经向拉伸时的经向拉伸应变云图如图4所示,经向拉伸应力云图如图5所示。

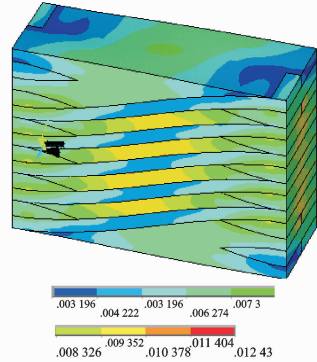


图4 Mises应变云图

Fig.4 Mises strain imagery

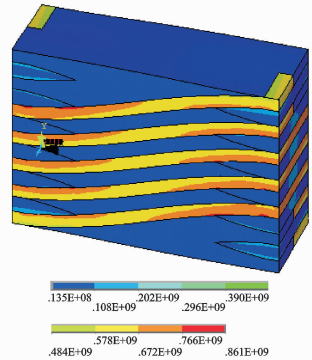


图5 Mises应力云图

Fig.5 Mises stress imagery

对图1~5进行分析对比来说明目前各个力学关系模型的不足之处:

(1)由图4发现,经纬纱和树脂的应变明显不同,说明图1所示的并联模型的等应变假设不能准确描述组分材料之间的力学关系。

(2)由图5发现树脂、纬纱的应力与经纱的应力明显不同,说明图2所示的串联模型的等应力假设不能准确描述组分材料之间的力学关系。但是由图5可以发现,同种组分材料内部的应力相差不大。

(3)图3所示的混合串并联模型认为纬纱区域与其对应的经纱为并联关系,纯树脂区域与其对应的经纱为并联关系,然后这两个组合为串联关系。

这样做虽然考虑了纬纱束和纯树脂区在整体中的力学关系的不同,但是由图 4 发现,纯树脂区的经纱和纯树脂的应变相差较大,混联模型并不能描述这种不同。

综上所述,目前的体积平均法和混合串并联模型都不能准确地模拟 2.5 维机织复合材料各组成部分之间的力学关系。虽然目前常用的体积平均法的预测结果被普遍都接受,但是从对组分材料力学关系的描述上看其存在明显的不足,在这方面做进一步的研究很有意义。从能量等效方面来说,整体的变形能与各组分材料的变形能之和相等,从这种等效关系出发就可以避免采用串并联模型的等应变或等应力关系假设,从而避免了上述 3 种模型的不足之处。本文从能量等效方面入手来寻找新的 2.5 维机织复合材料宏观力学性能计算方法。

2 2.5 维机织复合材料变形能等效原理

2.1 2.5 维机织复合材料宏观变形能

设有纬向截面积为 A ,经向长度为 L ,体积为 V ,经向拉伸弹性模量为 E 的 2.5 维机织材料。当受经纱方向的拉伸载荷时,在微小变形情况下,经纱方向的变形为 ΔL ,体积变化量为 ΔV 。整体复合材料的变形能为

$$W = \frac{EA\Delta L^2}{2L} = \frac{E\Delta V^2}{2V} \quad (1)$$

对于 2.5 维机织复合材料受经向拉伸力载荷时,整体机织复合材料的变形能由 3 部分组成:经纱纤维丝的变形能;纬纱纤维丝的变形能;树脂基体的变形能。2.5 维机织复合材料变形能等效关系为

$$W = W_j + W_w + W_b \quad (2)$$

式中 W_j, W_b, W_w 分别表示经纱纤维丝、树脂基体和纬纱纤维丝的变形能。分别求取这 3 部分变形能即可采用式(1,2)来求得 2.5 维机织复合材料的宏观拉伸弹性模量。

2.2 纬纱变形能计算

在 2.5 维机织复合材料中纬纱的走向与经向垂直,2.5 维机织复合材料承受经向拉伸载荷时,纬纱纤维束受力方向为纬纱纤维丝长度的垂直方向。

取常用的 T300 碳纤维和常用的 HCGP-1 树脂作为研究对象,根据文献[10]得知:T300 碳纤维丝的直径为 $7 \mu\text{m}$,横向弹性模量为 40 GPa(横向弹性模量为纤维丝横截面内垂直于纤维丝走向的

拉伸弹性模量),HCGP-1 树脂弹性模量为 4.5 GPa,碳纤维的横向弹性模量为树脂基体的弹性模量的近 10 倍。对碳纤维体积含量为 75% 的单向复合材料(树脂基体体积含量为 25%)的横向几何模型进行了有限元分析,当受横向拉力时,受力方向的应变分布图如图 6 所示。由图 6 可以发现基体变形为纤维单丝变形的 55~500 倍。

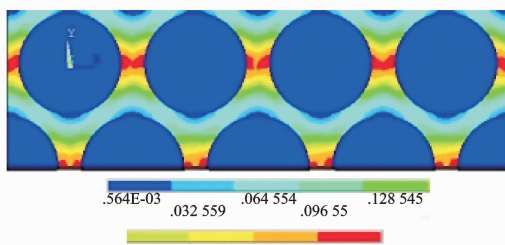


图 6 单向复合材料横截面有限元分析

Fig. 6 FEM result of unidirectional composite cross-section

2.5 维机织复合材料经向拉伸弹性模量的分析是在微小变形情况下进行的。根据图 6 的有限元仿真结果,可以认为 2.5 维机织复合材料受经向拉伸载荷时,在微小变形前提下纬纱的变形很小,可以忽略,即

$$\Delta V_w = 0 \quad (3)$$

则纬纱的变形能计算公式为

$$W_w = \frac{E_w \Delta V_w^2}{2V_w} \quad (4)$$

式中: E_w 为纤维丝的横向弹性模量; V_w 为纬纱的体积; ΔV_w 为纬纱的变形量。

由式(3,4)可知纬纱的变形能为 0,即

$$W_w = 0 \quad (5)$$

根据式(5)可以认为,在微小变形情况下,2.5 维机织复合材料在承受经向拉伸载荷时,纬纱纤维丝产生的变形能可以忽略。

2.3 经纱变形能计算

图 7 为 2.5 维机织复合材料沿经纱方向的截面图,由图 7 可以发现经纱的走向可以用正余弦曲线来模拟(图 8)。



图 7 经向剖面细观图片

Fig. 7 Picture of warp profile

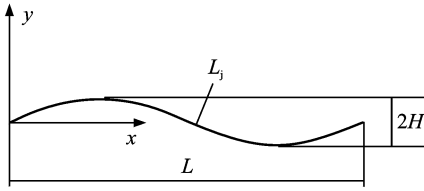


图8 正弦曲线

Fig. 8 Cure of sine function

经纱在一个机织循环内的走向表达式为

$$y = H \sin(2x\pi/L) \quad (6)$$

经纱在一个机织循环内的长度为

$$L_j = 4 \int_0^{L/4} \sqrt{1 + \left(\frac{2H\pi}{L} \cos\left(\frac{x2\pi}{L}\right)\right)^2} dx \quad (7)$$

由于纬纱对经纱的支持作用,并且是在微小变形情况下进行分析,可以假设在承受经向拉伸时式(6)中 H 不变。

对于图8中的经纱正弦曲线,设 L 被拉长微小变形量 ΔL , L_j 被拉长微小变形量 ΔL_j ,如图9所示。

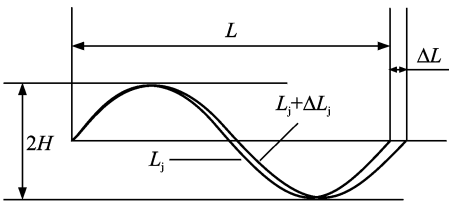


图9 机织循环内经纱变形示意图

Fig. 9 Deformation of warp in a weaving cycle

经向长度 L 的平均应变为

$$\epsilon_L = \Delta L/L \quad (8)$$

经纱长度 L_j 的平均应变为

$$\epsilon_{L_j} = \Delta L_j/L_j \quad (9)$$

承受经向拉伸载荷后,经纱的长度为

$$\begin{aligned} \Delta L_j + L_j = & 4 \int_0^{(L+\Delta L)/4} \sqrt{1 + \left(\frac{2H\pi}{L+\Delta L} \cos\left(\frac{x2\pi}{L+\Delta L}\right)\right)^2} dx \end{aligned} \quad (10)$$

对于式(7,10)可以采用数值积分的方法进行计算。

计算纤维束的应变和变形是计算经纱变形能的关键,采用数值积分的方法对式(6~10)进行计算,发现 $\epsilon_{L_j}/\epsilon_L$ 与 $(L/L_j)^2$ 的比值在不同的 L/H 时的值为 $1.000\ 05 \sim 1.001$,可以认为这个比值为1,即

$$\epsilon_{L_j}/(\epsilon_L(L/L_j)^2) = 1 \quad (11)$$

根据上述数值计算结果,即可采用经纱纤维束

长度与其对应的机织长度的关系来描述经纱纤维束的应变与宏观整体应变的关系,从而使得计算经纱纤维的变形成成为可能。其中 L/L_j 在2.5维机织复合材料机织工艺中称为经缩率,本文用 S 表示。式(11)可表示为

$$\epsilon_{L_j} = \epsilon_L S^2 \quad (12)$$

一束经纱变形能计算公式为

$$W_{L_j} = \frac{E_j \Delta V_j^2}{2V_j} = \frac{E_j A_{L_j} \Delta L_j^2}{2L_j} \quad (13)$$

由式(8,9,12)可以得出

$$\Delta L_j = S \Delta L \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)可以求得每束经纱在一个机织循环内的变形能 W_{L_j} 为

$$W_{L_j} = \frac{E_j A_{L_j} \Delta L^2 S^2}{2L_j} \quad (15)$$

式中: A_{L_j} 为每束经纱纤维束的横截面内碳纤维丝横截总面积; E_j 为碳纤维的纵向拉伸模量。则所有经纱的变形能总和为

$$W_j = \sum W_{L_j} = \sum \frac{E_j A_{L_j} \Delta L^2 S^2}{2L_j} \quad (16)$$

2.4 树脂基体变形能计算

树脂基体变形能量 W_b 为

$$W_b = \frac{E_b \Delta V_b^2}{2V_b} \quad (17)$$

式中: E_b 为树脂基体的弹性模量; V_b 为树脂基体的体积; ΔV_b 为树脂基体的变形量。

2.5维机织复合材料的体积与各组分材料的体积之间的关系为

$$V = V_j + V_w + V_b \quad (18)$$

2.5维机织复合材料的变形量与各组分材料的变形量之间的关系为

$$\Delta V = \Delta V_j + \Delta V_w + \Delta V_b \quad (19)$$

所有经纱的体积为每束经纱的体积之和,即

$$V_j = \sum V_{L_j} = \sum A_{L_j} L_j \quad (20)$$

所有经纱的变形量为每束经纱的变形量之和,即

$$\Delta V_j = \sum \Delta V_{L_j} = \sum A_{L_j} \Delta L_j \quad (21)$$

根据式(3,19,21)可以求得树脂基体的变形量为

$$\Delta V_b = \Delta V - \sum \Delta V_{L_j} \quad (22)$$

得出

$$\Delta V_b = \Delta V - \sum \Delta L S A_{L_j} \quad (23)$$

$$W_b = \frac{E_b \Delta L^2 (A - \sum S A_{L_j})^2}{2V_b} \quad (24)$$

2.5 宏观弹性力学性能计算

将式(1,16,24)代入式(2),推导简化后可以得到 2.5 维纵向宏观弹性模量的表达式为

$$E = \frac{E_b L (A - \sum (S_i A_{L_j}))^2}{V_b A} + \frac{E_j}{A} \sum (S_i^3 A_{L_j}) \quad (25)$$

式(25)为普遍形式,即对存在不同机织角度(S_i 表示不同机织角度纤维束的经缩率)的经纱的机织复合材料都适用。如果所有的经纱都采用相同的机织角度,即所有经纱的经缩率 S 相同,则式(25)可以表示为

$$E = \frac{E_b L (A - S \sum A_{L_j})^2}{V_b A} + \frac{S^3 E_j}{A} \sum A_{L_j} \quad (26)$$

式中 $\sum A_{L_j}$ 为所有经纱纤维丝横截面积之和。

利用式(25,26),只要知道经缩率 S 以及经纬纱的分布密度就可以进行 2.5 维机织复合材料的纵向弹性模量的计算,而且所需要的计算参数在机织和成型过程可以获得真实值。

该方法对纬向拉伸弹性模量的计算同样适用,只要式(25,26)中经纬纱的相关参数互换即可。

对单向复合材料,因为 $S=1$,纤维向的弹性模量计算公式可以简化为

$$E = \frac{E_b V_b}{V} + \frac{E_{L_j} V_{L_j}}{V} \quad (27)$$

式(27)就是单向复合材料的纤维方向弹性模量计算公式,证明本文方法在计算单向复合材料纤维方向的刚度时也是正确的,从侧面证明了本文方法的合理性。

表 1 计算所需参数

Tab.1 Calculation parameters

试验件编号	E_b /GPa	E_j /GPa	L /mm	A /mm ²	S	$\sum A_{L_j}$ /mm ²	V_b /mm ³
4w E_x	4.5	230	10	13.5	0.885 0	3.375 000	85.05
4w E_y	4.5	230	10	13.5	1.000 0	1.181 256	85.05
6w E_x	4.5	230	10	19.0	0.901 5	5.625 000	107.92
6w E_y	4.5	230	10	19.0	1.000 0	1.969 000	107.92

表 2 本文方法与体积平均法和试验值的对比

Tab.2 Comparison of the proposed method with the volume average method and the test

试验件编号	试验值/GPa	体积平均法/GPa	体积平均法误差/%	本文方法/GPa	本文误差/%
4w E_x	41.19	37.63	8.64	40.29	2.18
4w E_y	26.28	28.69	9.17	26.07	0.80
6w E_x	46.00	42.02	8.70	47.20	2.61
6w E_y	29.82	29.65	0.57	29.99	0.57

3 试验验证

本文试验件采用的纤维为 T300-3K 碳纤维,采用的树脂为 HCGP-1 树脂。进行了 4 层机织结构和 6 层机织结构试验件的经纬向拉伸试验,试验在室温下进行,每种试验件的经纬向拉伸分别进行了 4 次试验,取拉伸弹性模量的平均值作为试验值。试验件尺寸和试验设备如图 10 所示。

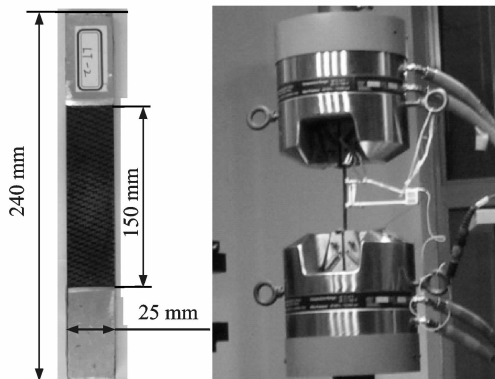


图 10 试验件和试验设备

Fig.10 Test piece and testing machine

本文采用传统体积平均法和能量等效原理,对 2.5 维碳纤维-树脂基机织复合材料试验件的经纬向拉伸弹性模量进行了计算,并与实验结果进行了对比,如表 2 所示。本文采用的体积平均法的计算过程来自文献[9],4w 表示 4 层浅交弯联结结构的机织复合材料,6w 表示 6 层浅交弯联结结构的机织复合材料, E_x 表示经向拉伸弹性模量, E_y 表示纬向

拉伸弹性模量。4w 试验件的经纱密度为 10 根/cm, 纬纱密度为 3.5 根/cm, 经纱层数为 3 层, 纬纱层数为 4 层。6w 试验件的经纱密度为 10 根/cm, 纬纱密度为 3.5 根/cm, 经纱层数为 5 层, 纬纱层数为 6 层。表 1 为式(26)所需计算参数, 各参数在机织和成型过程中通过测量纤维束长度和纤维树脂称重可以较容易获取。

通过表 1 可以发现, 本文的预测结果优于传统体积平均法。说明本文的方法用于计算 2.5 维机织复合材料宏观经纬向拉伸弹性模量是合理的, 并且本文方法的计算过程简单易行。

4 纤维倾斜角度对组分材料应变分布影响分析

由图 4 所示的有限元仿真应变分布图可以发现, 2.5 维机织复合材料在承受经向拉伸时应变分布比较复杂, 这与经纱的弯曲分布导致的经纱各处的倾斜角度不同有重要关系。下面分析纤维倾斜角度对各组分材料应变的影响规律, 为了分析的简化, 只考虑经纱和树脂存在的情况, 取图 11 所示的倾斜纤维进行分析。

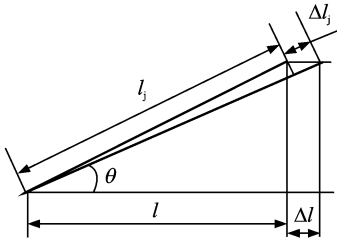


图 11 倾斜纤维变形分析

Fig. 11 Deformation analysis of inclined fiber

设倾斜部分的水平长度为 l , 水平变形量为 Δl , 水平应变为 ϵ , 倾斜纤维束的长度为 l_j , 倾斜纤维束的变形量为 Δl_j , 倾斜纤维束的应变为 ϵ_j , 倾斜角度为 θ 。在微小变形情况下, 这些参数之间的关系为

$$l_j = l / \cos\theta \quad (28)$$

$$\Delta l_j = \Delta l \times \cos\theta \quad (29)$$

$$\epsilon = \Delta l / l \quad (30)$$

$$\epsilon_j = \Delta l_j / l_j = \Delta l \times \cos^2\theta / l = \epsilon \times \cos^2\theta \quad (31)$$

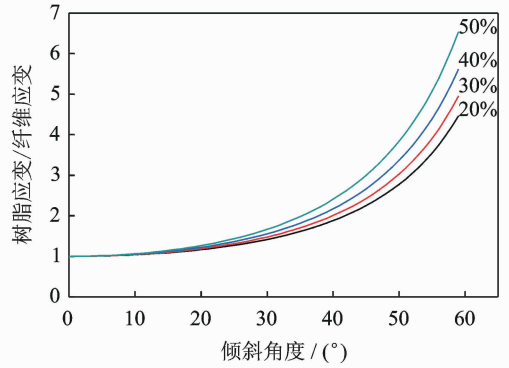
设倾斜纤维的体积含量为 v_j , 则树脂的应变为

$$\epsilon_b = \frac{\epsilon(1 - \cos^2(\theta)v_j)}{1 - v_j} \quad (32)$$

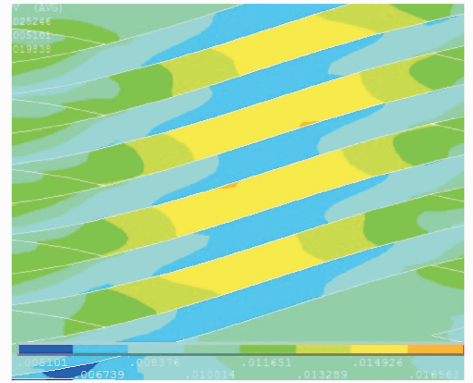
结合式(31,32)可以求得树脂应变与纤维应变的比值与纤维体积含量和纤维倾斜角度的关系, 即

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{1 - \cos^2\theta v_j}{\cos^2\theta(1 - v_j)} \quad (33)$$

图 12 为根据式(33)所计算出的纤维体积含量为 20%, 30%, 40% 和 50% 时, 不同倾斜角度下树脂的应变与纤维应变比值的曲线。



(a) 关系曲线



(b) 应变分布

图 12 纤维倾斜角度对应变关系的影响

Fig. 12 Relation of strain and fiber inclination angle

通过图 12 可以发现, 纤维体积含量增加和纤维倾斜角度增加都会使得树脂应变与纤维应变的比值增大, 这说明纤维倾斜角度越大, 纤维产生的变形越小, 产生的变形能越小, 树脂则需要产生更大的变形和更大的变形能, 并且纤维体积含量越大, 树脂需要产生越大的变形。

图 12 中树脂应变与纤维应变的比值与纤维倾斜角度的关系与树脂应变与经纱应变的分布规律一致, 说明采用能量等效原理可以比较接近地模拟 2.5 维机织复合材料各组分材料之间的力学关系。

5 结论

(1) 本文提出了采用能量等效原理计算 2.5 维机织复合材料经纬向弹性模量的思路, 推导了相应的计算公式。通过与试验结果的对比, 验证了本文方法的正确性, 并且本文的预测结果比体积平均法

更接近试验值。

(2)本文计算方法所需的基本参数易于在机织成型过程中测量到,在计算时更加方便。

(3)采用本文的方法分析了受经向拉伸载荷时各组分材料的应变分布规律,并与有限元仿真结果基本一致,说明本文方法比传统的串并联模型能更接近地模拟2.5维机织复合材料各组分材料之间的力学关系。

(4)本文方法可以推广到2.5维机织复合材料的纬向拉伸模量的计算,并且对单向复合材料的弹性模量计算同样适用,对3维编织复合材料等纤维束分布复杂的复合材料的弹性力学性能的计算也有一定的推广价值。

参考文献:

[1] Yang J M, Ma C L, Chou T W. Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 1986, 20(9):472-484.

[2] Whitney T J, Chou T W. Modeling of 3-D angle-interlock textile structural composites[J]. *Journal of Composite Material*, 1989, 23:890-911.

[3] Carrier C R. A simplified discrete-tow model for modeling stiffness and failure within woven composites[D]. Michigan State University, 2002.

[4] 丁辛,易洪雷. 三维机织结构的几何模型[J]. *复合材料学报*, 2003, 20(5):108-113.
Ding Xin, Yi Honglei. A geometric model of three dimensional woven structures [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2003, 20(5):108-113.

[5] Cox B N, Dadkhah M S. The macroscopic elasticity of 3D woven composites[J]. *Journal of Composites Materials*, 1995, 29(6):785-918.

[6] 杨连贺,邱冠雄,黄故. 任意三维机织结构复合材料弹性性能的计算机模拟[J]. *复合材料学报*, 2000, 17(2):79-83.
Yang Lianhe, Qiu Guanxiong, Huang Gu. Computer simulation of elastic properties on any structure 3-D woven composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2000, 17(2):79-83.

[7] 燕瑛,成传贤. 基于细观结构的三维机织复合材料弹性性能分析[J]. *航空学报*, 1999, 20(4):289-294.
Yan Ying, Cheng Chuanxian. Analysis of elastic property for 3-D woven composites based on fabric microstructure[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1999, 20(4):289-294.

[8] 高建辉. 三维机织复合材料结构振动分析技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2006.
Gao Jianhui. Vibration characteristic analysis technology of 3-D woven composite structure[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronau-

tics, 2006.

[9] 郑君. 2.5维机织复合材料刚度预测及失效准则研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2009.
Zheng Jun. Research on elastic property prediction and failure criteria of 2.5D woven composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009.

[10] 董伟峰. 2.5D编织复合材料力学性能及损伤机理的有限元研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2007.
Dong Weifeng. Research on mechanical properties and damage mechanism of 2.5D braided composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007.

[11] 董伟峰,肖军,李勇,等. 2.5维编织复合材料弹性性能的理论研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2005, 37(5):659-663.
Dong Weifeng, Xiao Jun, Li Yong, et al. Theoretical study on elastic properties of 2.5D braided composites[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2005, 37(5):659-663.

[12] 周储伟,喻澹鉴,周光明. 三维机织复合材料的一种梁单元细观力学模型[J]. *复合材料学报*, 2004, 21(6):155-160.
Zhou Chuwei, Yu Jianjian, Zhou Guangmin. Micro beam model for 3D woven composite materials[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2004, 21(6):155-160.

[13] Zhou Chuwei. Micro mechanical model of 3D woven composites [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2005, 18(1):40-46.

[14] Cox B N, Carter W C, Fleck N A. A binary model of textile composite I: Formulation[J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1994, 42(10):3463-3479.

[15] Xu J, Cox B N, McGlockton M A, et al. A binary model of textile composite II: The elastic regime [J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1995, 43(9):3511-3524.

[16] McGlockton M A, Cox B N, Memeking R M. A binary model of textile composites III: High failure strain and work of fracture in 3D weaves[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2003, 51:1573-1600.

[17] 王新峰. 机织复合材料多尺度渐进损伤研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2007.
Wang Xinfeng. Multi-scale analyses of damage evolution in woven composite materials[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007.

[18] 易洪雷,丁辛. 三维机织复合材料的弹性性能预报模型[J]. *力学学报*, 2003, 35(5):569-577.
Yi Honglei, Ding Xin. A model to predict elastic properties of 3D woven composites [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 35(5):569-577.