

## 预处理特征型边界条件及其回流处理技术

乔文友 黄国平 傅鑫

(南京航空航天大学江苏省航空动力系统重点实验室, 南京, 210016)

**摘要:**通过特征型预处理 Euler 方程推导出预处理特征型的边界条件处理方法,并发展了预处理的回流处理技术,增强计算的鲁棒性和精度。通过特征型预处理 Euler 方程的特征关系得到边界条件处理方法;在亚声速进口和出口边界,根据其特征方程确定回流边界处理方法。通过数值模拟发现:带回流的特征型边界处理方法比 Turkel 方法收敛快 1.5 倍以上,而计算精度与 SIMPLE 方法相当;在出口带有回流的计算中,其压力误差比 Fluent 降低 68.3%。由此可知带有回流处理的特征型边界处理方法具有较高的鲁棒性和精度,在实际的工程计算中有一定的应用价值。

**关键词:**预处理;特征型边界条件;回流处理

中图分类号:V211.3

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2014)04-0603-09

## Preconditioned Characteristic Boundary Conditions and Backflow Treatment

Qiao Wenyu, Huang Guoping, Fu Xin

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** To enhance the robustness and accuracy of the calculation, the treatment method for preconditioned characteristic boundary and preconditioned backflow boundaries are derived from the characteristics of preconditioned Euler equations. The preconditioned boundary treatment methods are obtained from the characteristic relation of preconditioned Euler equations, and in subsonic inlet and outlet boundaries, the backflow boundary treatment methods are acquired from the characteristic equations. Through numerical simulation, it is found that the backflow boundary treatment method converges more than 1.5 times faster, while the computational accuracy is similar to SIMPLE method; in the calculation of outlet with backflow, its pressure error is 68.3% lower than Fluent software. Thus the preconditioned backflow boundary treatment method has higher accuracy and better robustness, and is valuable in practical engineering calculation.

**Key words:** precondition; characteristic boundary conditions; backflow treatment

随着计算机以及计算流体力学的飞速发展,流场的数值模拟越来越倾向于实际的流动模拟。现代的计算流体力学分别在不可压缩流体和可压缩流条件下得到了较好的效果。传统的求解方法是对于马赫数大于 0.3 的情况下采用可压缩流的模拟方法,而对于不可压流采用基于压力求解的方法<sup>[1-2]</sup>。但是对于流场中既有可压缩又有不可压缩的流体的情况,如发动机涡轮盘腔内部流动和亚燃

冲压进气道扩张段的流动等,单独采用上述算法会遇到较大的问题。此时需要对控制方程进行预处理,使其克服求解低速流场时的“刚性”问题<sup>[3]</sup>。

无预处理方程在低速流动时由于特征波速相差太大产生“刚性”,造成收敛较慢和精度不高的问题。预处理方法则是对方程的时间导数项进行处理,使处理过后的方程特征波基本处于同一量级,从而克服方程的“刚性”,使其适用于全马赫数流场

基金项目:国家自然科学基金(11372134)资助项目;江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXLX12\_0168)资助项目。

收稿日期:2013-12-23;修订日期:2014-03-27

通信作者:黄国平,男,教授,博士生导师,E-mail:hgp@nuaa.edu.cn。

的数值模拟。在近几年,预处理技术在实际应用中取得了长足的进展<sup>[4-9]</sup>。

但是采用预处理方法改变了特征波的大小,而当边界与流场内部特征波的传播方式不同时会影响方程的鲁棒性和精度,Ramakrishnan<sup>[10-11]</sup>提出Turkel<sup>[8]</sup>近似的边界处理会降低解的精度,有时也会降低收敛速度。为使边界条件的处理和内部流场的计算相容,须保证边界特征波传递与内部计算域的特征波保持一致。当今,特征型边界处理方法在预处理计算中的应用已经比较广泛。肖天航<sup>[12]</sup>和韩志熔<sup>[13]</sup>分别给出了远场的特征型边界条件且获得了比较好的效果。盛春华<sup>[14]</sup>和 Colin<sup>[15]</sup>采用特征型边界条件处理方法对预处理变量相应的预处理变量得到了较好的效果。本文立足于文献[10~11]的预处理方法,实现与之对应的特征型边界条件处理方法。

与外流流场不同,在航空发动机的部件模型入口或出口直接与其他部件连接,此时计算模型的入口和出口流场很有可能因为其他部件的影响产生回流或压力梯度等。为了使预处理可以适应进出口出现的回流情况,本文对亚声速入口和出口边界增加了回流处理功能,增强了该预处理方法的鲁棒性和适用范围,提高了在进出口有回流出现时流场解的收敛速度。

## 1 预处理方法

### 1.1 流体控制方程

预处理变量的选取有很多种<sup>[8,16]</sup>,文献[8]对各种预处理变量进行对比发现, $\mathbf{Q}=[p, u, v, w, T]^T$ 比较切合不可压流的情况,因此本文也选用这组变量进行处理。预处理过后的 Euler 方程如下

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\mathbf{V} + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = 0$$

式中: $\mathbf{U}$ 为守恒变量; $\mathbf{F}$ 为通量,表达式如下

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}, \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \rho \mathbf{V} \\ \rho \mathbf{V}u + Pn_x \\ \rho \mathbf{V}v + Pn_y \\ \rho \mathbf{V}w + Pn_z \\ \rho \mathbf{V}e + p\mathbf{V} \end{bmatrix}$$

预处理矩阵为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \Theta u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \Theta v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \Theta w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \Theta H - 1 & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H + \rho C_p \end{bmatrix}$$

式中<sup>[17]</sup>

$$\Theta = \frac{1}{U_r^2} - \frac{\rho_T}{\rho C_p}$$

$$U_r^2 = \min(\max(|\mathbf{V}|_{\max}^2, 3Ma_{\infty}^2 c^2), c^2)$$

$$|\mathbf{V}|_{\max}^2 = \max(|\mathbf{V}|_{\text{neighbors}}^2, |\mathbf{V}|_{\text{cell}}^2)$$

其中  $Ma_{\infty}$  为参考马赫数,预处理将根据该马赫数进行。计算过程中面通量采用 Roe 格式计算如下

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L) - \frac{1}{2}|\mathbf{A}| \Delta \mathbf{U} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L) - \frac{1}{2}\Gamma |\mathbf{A}_r| \Delta \mathbf{Q}$$

式中: $\mathbf{F}_L$ 和 $\mathbf{F}_R$ 分别为界面两侧的通量;而矩阵 $|\mathbf{A}_r| = \mathbf{M}_r |\mathbf{A}_r| \mathbf{M}_r^{-1}$ ,其中 $\mathbf{A}_r$ 为预处理后的特征速度,具体形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_r &= \text{diag}(q'_n + c', q_n, q_n, q_n, q'_n - c') \\ q_n &= \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}, q'_n = \frac{q_n(1+\beta)}{2}, \beta = \frac{U_r^2}{c^2} \\ c' &= \frac{1}{2} \sqrt{(1-\beta)^2 q_n^2 + 4\beta c^2} \end{aligned} \quad (1)$$

文献[9]对特征速度分别在低马赫数、可压缩流以及超音速条件下进行分析发现,当单元面上法向速度 $q_n$ 趋近与0时,式(1)中 $q'_n$ 和 $c'$ 在同一数量级,使预处理方程的特征条件数 $(|q'_n| + c')/|q'_n|$ 不至于太大,从而克服原方程的“刚性”问题,提高了算法的稳定性。

### 1.2 方程的特征系统分析

预处理后的特征型边界条件首先要确定预处理后的 Euler 方程的特征不变量,具体如下

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \Gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} &= \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \Gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{X} \mathbf{A}_r \mathbf{X}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}^{-1}$ 为方程的右特征矢量,方程两边同乘以 $\mathbf{X}^{-1}$ 可得

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} + \mathbf{X} \mathbf{A}_r \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{w} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{Q} =$$

$$\begin{bmatrix} p + A_0 q_n \\ \left(T - \frac{p(\gamma-1)}{\rho \gamma R}\right) \cdot n_x + v \cdot n_z - w \cdot n_y \\ \left(T - \frac{p(\gamma-1)}{\rho \gamma R}\right) \cdot n_y + w \cdot n_x - u \cdot n_z \\ \left(T - \frac{p(\gamma-1)}{\rho \gamma R}\right) \cdot n_z + u \cdot n_y - v \cdot n_x \\ p + B_0 q_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $A_0 = \rho \left( \frac{1-\beta}{2} q_n + c' \right)$ ;  $B_0 = \rho \left( \frac{1-\beta}{2} q_n - c' \right)$ 。

式(4)中的  $w(1)$  和  $w(5)$  类似于原始方程的黎曼不变量  $R^+$  和  $R^-$ , 下面将根据式(4)推导边界条件处理方法。

## 2 特征型预处理边界处理

在超音速流动中, 由于预处理方程的特征变量与原始变量相同, 此时方程可与原始方程完全等价, 边界条件与原始变量流动边界条件完全等价。然而在亚声速流动中, 预处理方程的特征波大小改变, 其特征系统也发生相应变化, 因此需要重新设置边界条件以确保方程的稳定性和计算精度。

因此下面只分析亚声速条件下控制方程的特征系统, 并据此进行预处理边界条件的处理。在远场边界条件下, 文献[10, 15]给出了特征型边界条件的处理方法, 并与 Turkel<sup>[8]</sup> 边界条件进行比较发现, 特征型边界条件的处理方法具有更快的收敛速度和更高的计算精度, 在此本文不做进一步研究。本文只对亚声速入口、亚声速出口以及滑移边界进行特征边界处理并进一步与 Turkel<sup>[8]</sup> 简化处理、Veress<sup>[18-19]</sup> 边界处理方法进行对比。

### 2.1 Turkel 边界处理方法

Turkel<sup>[8]</sup> 提出了简化预处理边界处理方法, 该方法的具体做法是<sup>[8, 10]</sup>: 亚声速入口边界处给定速度和密度, 温度从内场插值得到, 边界处压力由密度和温度得到; 亚声速出口边界给定出口背压, 边界处速度和温度由内场插值得到, 边界密度由式(5)插值得到, 同时滑移固壁采用镜像边界处理方式。

$$\rho_b = \rho_{in} + \frac{p_b - p_{in}}{c^2} \quad (5)$$

### 2.2 Veress 边界处理方法

Veress<sup>[18-19]</sup> 边界处理方法是: 在亚声速入口处给定总温和总压, 将场内静压作为向场外传播的特征波进行计算; 亚声速出口处给定背压, 其余参数由内场插值得到; 滑移固壁处理方法同上。

由 Veress<sup>[18-19]</sup> 边界处理方式发现: 在亚声速入口边界处如果流场内部静压大于来流总压时发散, 因此该边界不能用在亚声速入口边界处有较大压力波传出的情况或者回流情况。

### 2.3 特征边界处理方法

特征型边界处理方法是由预处理特征方程出发, 基于特征速度和特征变量所建立起来的边界处理方法。在此假定所有边界面法矢量都是由内场

指向边界, 特征根为正时表示特征波内场向边界传播, 此时边界上特征不变量由内场得到, 反之则由边界外向内场传播, 此时边界上特征不变量由外来边界确定。特征型边界条件就根据相应的特征变量的符号来处理, 下面分别讨论无粘情况下入口、出口和无渗透固壁的特征型边界处理, 远场边界处理方法请参考文献[10]。

在超音的情况下, 入口处特征波全部指向内场, 边界虚单元参数应全部给定; 出口特征波全部指向外场, 边界虚单元参数由内场得到。在此讨论亚声速情况下的边界条件。

#### 2.3.1 亚声速入口边界

与其他边界条件不同, 亚声速入口边界需要给定4个指向内场的来流变量, 具有一定的特殊性, 首先根据文献[14~15]特征边界处理方式设置亚声速入口边界条件。亚声速入口边界给定总温  $T_t$ 、总压  $p_t$  和入口方向矢量  $(\phi_x, \phi_y, \phi_z)$ , 由式(1)可以看出, 第一个特征波为正, 与其相应的特征变量由内场得到, 其余全部给定。参考文献[14, 15]中亚声速入口边界的处理方法, 以边界速度作为自变量, 将所有的已知条件关联起来, 具体关系式如下

$$\begin{aligned} p_b &= p_t \left( 1 - \frac{(\gamma-1)U_b^2}{2\gamma R T_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ u_b &= U_b \cdot n_x, \quad v_b = U_b \cdot n_y, \quad w_b = U_b \cdot n_w \\ T_b &= T_t - \frac{(\gamma-1)U_b^2}{2\gamma R} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: 下标“b”代表边界上。式(6)中有6个未知量5个方程, 为了得到所有的边界参数还需补充一个方程, 在此根据特征关系式(4)中的特征变量  $w$  的第一个关系式来补充

$$w(1)_b = w(1)_{in}$$

将所有的入口参数表达式代入式(6), 由牛顿迭代法求解, 方程如下

$$\begin{aligned} f(U_b) &= p_t \left( 1 - \frac{(\gamma-1)U_b^2}{2\gamma R T_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} + \\ &A_0 q_n - w(1)_{in} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $q_n = U_b \cdot \cos(\theta) = U_b \cdot (n_x \phi_x + n_y \phi_y + n_z \phi_z)$ 。

采用牛顿迭代法求解式(7)即可得到  $U_b$ , 从而进一步确定边界单元所有参数。不过由  $f(U_b)$  和  $f'(U_b)$  随  $U_b$  的变化曲线(图1)发现,  $f(U_b)$  和  $f'(U_b)$  具有高度非线性, 而且具有多解, 不满足牛顿迭代和二分法求解的条件, 给边界处理带来一定困难。

由此可以看出文献[14,15]的方法不能直接应用于本文的特征变量。为此,将压力作为求解变量,给出如下特征方程

$$f(p_b) = p_b - p_t \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega(1)_{in} - p_b}{A}\right)^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0 \quad (8)$$

式中:  $A = A_0 \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}RT_t} \cdot \cos(\theta)$ 。图2为  $f(p_b)$  表达式及其导数曲线,可以看出该方程没有出现  $f(U_b)$  那样的高度非线性和间断点,应用牛顿迭代法很容易求解。但该方程为双根,通过分析发现该方程正确的根是二者之中较大者。如图2所示,边界上压力应取  $R_b$ 。取初值  $\omega(1)_{in}$  应用牛顿迭代法求解只需5~7次便可使解的精度达到  $10^{-6}$  以上。

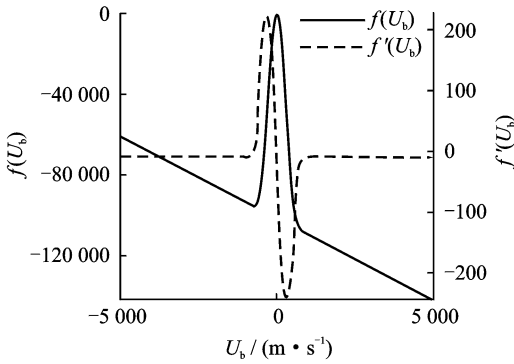


图1 曲线  $f(U_b)$  及其导数曲线

Fig.1 Curves of  $f(U_b)$  and its derivate

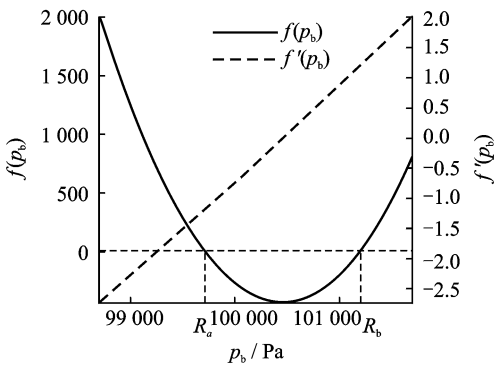


图2 曲线  $f(p_b)$  及其导数曲线

Fig.2 Curves of  $f(p_b)$  and its derivate

最后根据入口总温  $T_t$ 、总压  $p_t$  和入口方向矢量得到入口虚单元流场参数。

### 2.3.2 亚声速出口边界

在亚声速出口边界,前4个特征根为正,与其对应的特征波由内场向外传播,第5个特征根为负,则第5个特征波由外场向内传播。一般亚声速

出口边界给定压力  $p_e$ ,由  $p_e$  补充亚声速的第5个特征关系,具体关系如下

$$\omega(1)_b = \omega(1)_{in}, \omega(2)_b = \omega(2)_{in}, \omega(3)_b = \omega(3)_{in}, \omega(4)_b = \omega(4)_{in}, p_b = p_e$$

经过简单推导就可得出亚声速入口边界条件的给定关系式如下

$$\begin{aligned} p_b &= p_e \\ u_b &= u_{in} + \frac{p_{in} - p_b}{A_0} \cdot n_x \\ v_b &= v_{in} + \frac{p_{in} - p_b}{A_0} \cdot n_y \\ \omega_b &= \omega_{in} + \frac{p_{in} - p_b}{A_0} \cdot n_z \\ T_b &= T_{in} + \frac{\gamma-1}{\rho_0 \gamma R} (p_b - p_{in}) \end{aligned}$$

其中下标为“0”的变量全部都由内场参数得到。

### 2.3.3 无渗透边界

无渗透边界就是要保证没有流体通过壁面,它的特征关系前4个与亚声速出口相同,第5个关系式则由速度边界确定,表达式如下

$$\begin{aligned} \omega(1)_b &= \omega(1)_{in}, \omega(2)_b = \omega(2)_{in}, \\ \omega(3)_b &= \omega(3)_{in}, \omega(4)_b = \omega(4)_{in}, \\ u \cdot n_x + v \cdot n_y + \omega \cdot n_z &= 0 \end{aligned}$$

经过简单推导可以得出无渗透边界给定的关系式为

$$\begin{aligned} p_b &= p_{in} + A_0 \cdot q_n \\ u_b &= u_{in} - q_n \cdot n_x \\ v_b &= v_{in} - q_n \cdot n_y \\ \omega_b &= \omega_{in} - q_n \cdot n_z \\ T_b &= T_{in} + \frac{\gamma-1}{\rho_0 \gamma R} (p_b - p_{in}) \end{aligned}$$

需要特别说明的是,格点格式下直接应用上式推导的结果即可;格心格式下虚单元处参数应由边界参数和内部相邻单元参数插值得到<sup>[20]</sup>,插值公式如下

$$Q_p = 2Q_b - Q_{in}$$

## 3 边界条件的回流处理

特征边界条件处理对提高收敛速度和提高解的精度会有很大帮助。但如果在计算过程中遇到“较差”的初场(图3)或一些特殊的计算域边界(图4),入口和出口边界处会出现回流或压力波的反向“传播”(如水击现象)。在这些情况下仅仅采用前面的边界处理会影响计算的准确性(如图5所示计算得到一个错误的结果),严重时可导致发散。为增强预处理的鲁棒性和准确性,本文对亚声速入

口和出口边界进行回流处理。

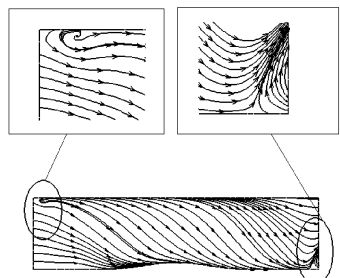


图 3 给定初场方向角(45°,45°,0°)时  
计算过程中的流线分布

Fig. 3 Streamline distribution in the calculation process with given initial flowfield direction angle (45°,45°,0°)

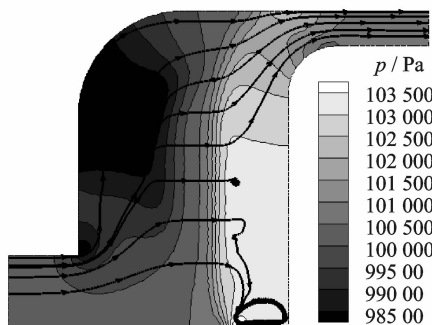


图 4 方腔流动:给定入口总压 101.2 kPa,初场速度方向  
向右,在右侧壁上产生的反射压力波

Fig. 4 Cavity flow: given inlet total pressure 101.2 kPa, initial flowfield direction to right, the reflected pressure waves generated on the right sidewall

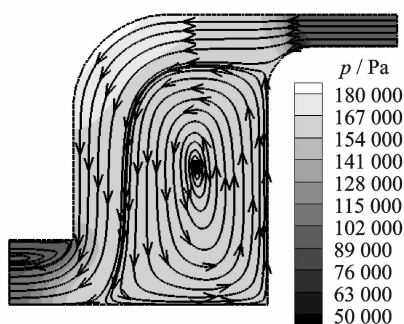


图 5 方腔流动:出口没有回流处理时的流场解

Fig. 5 Cavity flow: flowfield solution in outlet boundary without backflow treatment

CFD 计算可以假设成为如图 6 所示计算模型,入口和出口可以假设为两个巨大的罐体。初始时计算域内保存有一定量的流体(一般为统一流场),计算过程中入口气源向计算域内提供流体,而出口气源则吸收来自计算域内的流体。在亚声速条件下,计算域内参数变化会影响全场,此时的进

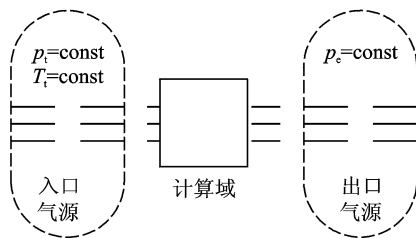


图 6 计算域进出口边界模型

Fig. 6 Calculation domain of inlet and outlet boundary models

出口气源应保证计算域内传播出来的特征波顺利进入气源,这也就是无反射边界条件的原理。为了满足计算要求,边界条件的设置应吸收流场内部传出的特征波,甚至回流。

关于进出口边界回流处理的研究较多,目前较为通用的做法是,根据边界上的流动方向判断是否进行回流处理。具体过程是:将亚声速入口处回流区作为局部出口条件,此时亚声速入口边界总压作为回流区背压;亚声速出口边界回流区作为局部入口条件,此时需给定回流区总温,亚声速出口压力作为回流区总压<sup>[21]</sup>。但是该方法在计算时的精度无法保证,例如在超音速进气道的设计中,由于出口马赫数较低,很容易引起在实际中并不会出现的分离和出口回流。为此有必要发展针对本文的预处理特征型边界的回流边界处理技术。

然而,当预处理进出口边界出现回流时,不能简单通过原始变量进行处理。如亚声速入口边界,当流场内部压力大于入口总压时,虽然边界入口处速度方向指向内场,但指向外部边界的特征向量求解则由于不满足相容方程的求解条件而发散。因此进出口边界的回流处理则应根据特征边界条件的特征方程进行判定。

### 3.1 亚声速入口边界的回流处理

通过对式(4)中的  $w(1)$  和式(8)的分析可以发现,当边界内部单元流场参数满足式(9)时,计算便会在亚声速入口边界处发散。式(9)中左边可以看作内部流场的静压与动压之和,右边为给定的来流总压,当边界面上的参数符合式(9)时,来流在边界面上滞止,并进一步带动内部流体逐渐减速并反向流出。

$$p_{in} + A_0 \cdot q_n > p_i \quad (9)$$

当式(9)满足时需进行回流边界处理,将亚声速入口总压作为入口回流区背压,整个入口回流区作为预处理亚声速出口边界进行计算。

### 3.2 亚声速出口边界的回流处理

通过分析亚声速出口边界处理表达式可以发现,亚声速出口边界处理的方法同简化的 TURKEL<sup>[8]</sup> 边界处理方式相类似,且具有一定的回流自适应能力。不过通过数值试验表明,在给定的初场与正确结果差距较大时,流场会收敛到一个错误的解(如图5)。由此可知亚声速出口边界的回流自适应能力有限,还须进一步对其添加回流处理能力。

与亚声速入口边界类似,通过分析亚声速出口特征边界条件表达式分析,得出回流判据如下

$$p_{in} + A_0 \cdot q_n < p_b \quad (10)$$

同理,当亚声速出口边界内单元参数满足式(10)时,该单元需进行回流处理,即将回流区作为入口,亚声速出口背压作为回流区总压,回流总温人为给定,然后采用预处理亚声速入口边界进行计算。

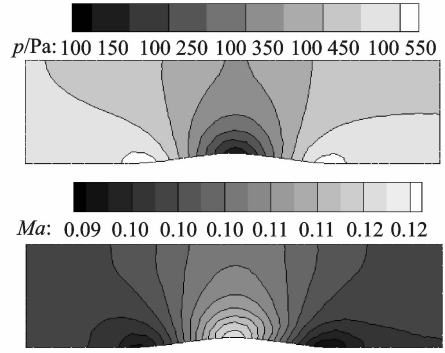
## 4 计算结果分析

采用几个典型的流场算例来验证本文特征型边界处理的效果。算例初场都尽量采用较为“恶劣”的情况使入口和出口边界都产生回流。本文所有算例都在基于三维无粘非结构网格的有限体积法程序的基础上完成,为了简化分析所有的计算都采用二维算例进行。

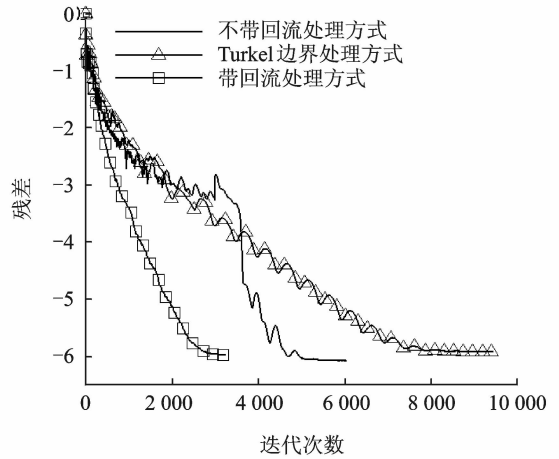
### 4.1 Bump 管流

为检验算法的鲁棒性和计算精度,在“较差”的初场条件下进行计算。给定亚声速入口总压 101.2 kPa、总温 300 K,入口速度矢量与入口面垂直,亚声速出口静压 100.5 kPa。给定初场总压 120 kPa,静压 90.5 kPa,总温 300 K,初始流场速度方向角为(45°, 45°, 0°),网格单元总数 83 797。给定来流马赫数为 0.1, CFL 数设为 4.5。计算结果如图7所示。

图7(a)为采用预处理方式计算的 Bump 管流压力和马赫数云图,与文献[22]计算结果基本吻合。在 Bump 管流计算中,由于初场给定流动矢量与管道有一定夹角,这在入口和出口都有回流产生(图3),Veress<sup>[18-19]</sup> 边界处理方式由于入口回流区的压力波大于给定总压,迭代不到两步便发散。如图7(b)所示,不带回流处理的特征边界处理方式需要约 5 000 步收敛,比 Turkel<sup>[8]</sup> 边界处理方式提前约 2 000 步,而带回流的特征边界条件则只需约 3 000 步便达到稳定解,比 Turkel<sup>[8]</sup> 边界处理方法快 1.5 倍以上。这主要是由于 Turkel<sup>[8]</sup> 边界处理



(a) 马赫数和压力云图



(b) 计算收敛曲线

图7 Bump 管道计算结果和收敛曲线

Fig. 7 Compute results and convergence history of Bump flow

只是一种近似,控制方程的特征波在边界上与内部单元的传播方式不同,从而影响了计算的稳定性和精度。表明在进出口没有较大回流时,本文的处理方收敛速度的提高非常明显。

### 4.2 方腔流动

在流动的计算中由于计算模型或者初始流场的特殊性,在流场内部会出现较大的压力波动反向传输到入口边界的情况,此时波动压力有可能大于来流总压的情况,如前文所述水击现象。本文给定计算域初场总压大于来流总压,并进一步检验算法鲁棒性。设定亚声速入口总压 101.2 kPa,总温 300 K,出口静压 100.5 kPa,初场总压 105.2 kPa,静压 90.5 kPa,静温 315 K,网格单元总数 46 784。计算结果如图8所示。

在计算开始时,由于进出口边界内部流场参数不满足式(9,10),所以在开始的计算过程中没有出现回流。而初场气流“撞击”在方腔右侧固壁时会产生较强的反射压力波,该波动压力值大于波前气

流总压,在出口处引起回流。不过采用带有回流处理的特征边界条件依然使计算收敛,计算结果如图 8(a)所示。

在低速不可压流动中, SIMPLE 方法取得了非常好的效果<sup>[1]</sup>,为了验证本文的预处理计算精度,将计算网格导入到 Fluent 中,采用 SIMPLE 方法进行计算,结果如图 8(b)所示。

由图 8(a, b)比较得知,本文预处理计算得到的方腔流动马赫数分布与 SIMPLE 方法计算结果十分吻合。如图 8(c)所示,由于主流马赫数较低,

计算过程中边界回流较小,带回流处理的特征边界条件与不带回流处理的边界条件相差不大,不过相对于 Turkel 边界条件收敛速度仍较快。

### 4.3 弯管流动

为进一步检验本文回流处理计算准确性,考虑到在马赫数 0.5 的条件下预处理方法的计算精度与未加预处理计算结果接近。然而 Fluent 基于密度计算方法未加预处理,因此可作为预处理计算的参考。在此给定来流马赫数 0.5 计算弯管流动并与 Fluent 基于密度算法结果进行对比。计算给定亚声速入口总压 118.62 kPa,总温 315 K,亚声速出口背压 100 kPa,网格量 38 120 个网格单元,计算结果如图 9 所示。

计算开始时出口便是回流条件,当边界没有添加回流处理时计算不到 300 步便发散,而设置回流处理时计算收敛,结果如如图 9(a)所示。由图 9(c)可知,带回流预处理方法与 Fluent 得到的计算结果出口马赫数基本一致,但出口压力分布与设置出口压力的误差却降低了 68.3%。图 9(d)给出的弯管计算收敛曲线,加回流处理的特征边界条件处理只需 3 500 步便收敛,而 Turkel<sup>[8]</sup>边界处理则需要至少 10 000 步才能收敛。由此说明本文回流处理方法的准确性相对于 Fluent 软件有进一步提高。

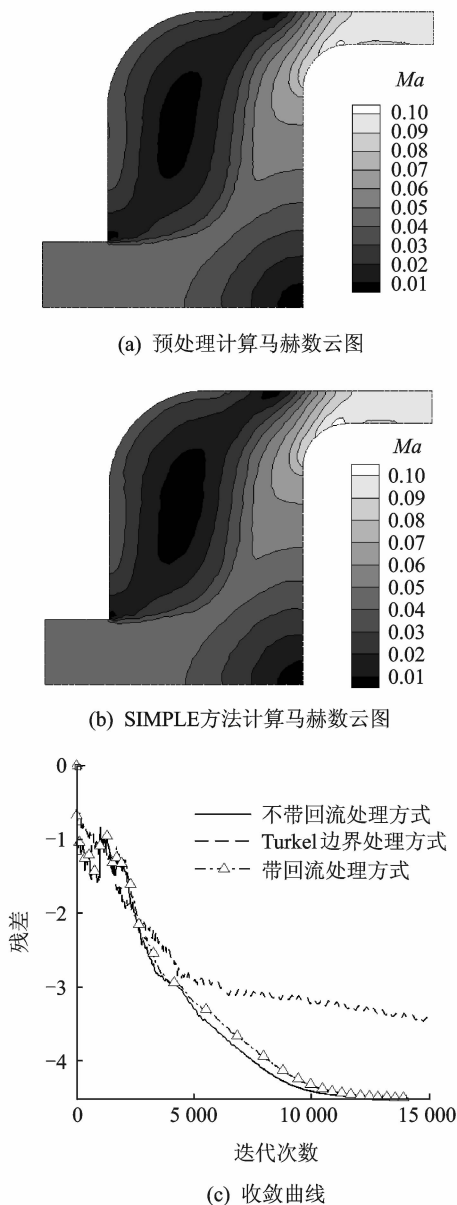
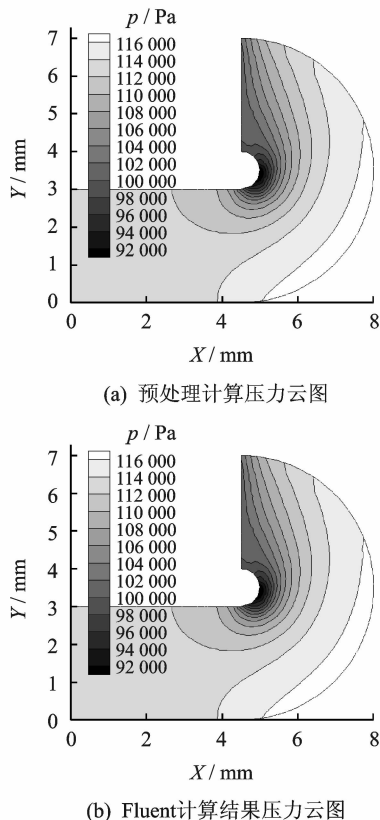
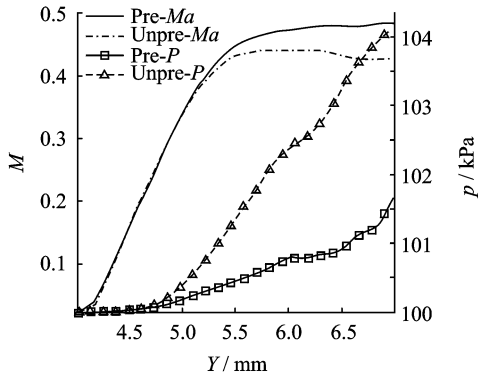


图 8 方腔流动预处理计算与 Fluent SIMPLE 方法结果对比

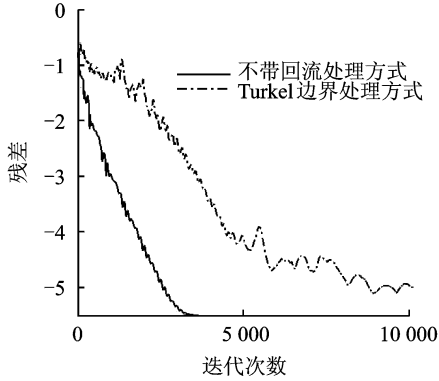
Fig. 8 Comparison of cavity flow between preconditioned results and Fluent SIMPLE method results



(b) Fluent计算结果压力云图



(c) 弯管出口马赫数和压力分布



(d) 收敛曲线

图9 弯管预处理方法与未预处理计算结果对比

Fig. 9 Comparison between preconditioned results and unpreconditioned results of elbow pipe flow

## 5 结 论

本文通过特征型预处理 Euler 方程得到了特征型边界以及回流边界的处理技术,主要得到以下结论。

(1)采用预处理的特征型边界处理在低马赫数、可压缩流动中都具有较好的鲁棒性和计算精度。主要原因是边界处的控制方程与计算域内部保持一致,使边界处理与计算域内部相容,从而确保了计算精度。

(2)通过数值模拟表明,采用带回流处理的预处理特征边界条件比 Turkel 边界处理方法收敛快 1.5 倍,且计算精度与 SIMPLE 方法相当。说明了本文边界处理方法的有效性。

(3)在可压缩流中对比出口回流的计算结果发现,本文回流边界处理方法比 Fluent 基于密度的计算方法误差降低了 68.3%。验证了本文回流边界处理技术的精度。

然而,在计算中参考马赫数对计算的稳定性和计算精度都有很大影响。该马赫数的设置需要根据计算域内马赫数分布来给定,带有一定的经验性,需要做进一步研究。

## 参考文献:

- [1] Suhas V P. Numerical heat transfer and fluid flow [M]. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [2] Chorin A J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems[J]. Computational Physics, 1967,135(2):12-26.
- [3] Volpe G. Performance of compressible flow codes at low mach number[J]. AIAA Journal, 1993,31(1):49-56.
- [4] Dohyung L, Bram V, John F L. A local Navier-Stokes preconditioner for all mach and cell Reynolds numbers[R]. AIAA-97-2024, 1997.
- [5] Liou M. A sequel to AUSM, Part II: AUSM+up for all speeds[J]. Journal of Computational Physics, 2006,214(1):137-170.
- [6] Briley W R, Mcdonald H, Shamroth S J. Low mach number euler formulation and application to time-iterative LBI schemes [J]. AIAA Journal, 1983, 21(10):1467-1469.
- [7] Turkel E. Review of preconditioning methods for fluid dynamics[R]. ICASE 9247, 1992.
- [8] Turkel E. Preconditioning techniques in computational fluid dynamics [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999,31:385-416.
- [9] Weiss J M, Smith W A. Preconditioning applied to variable and constant density time-accurate flows on unstructured meshes[R]. AIAA 94-2209, 1994.
- [10] Liu Zhining, Ramakrishnan S V. Improved characteristic-velocity-scale algorithm for preconditioned upwind schemes on hybrid grids[R]. AIAA 2005-4961, 2005.
- [11] Liu Zhining, Ramakrishnan S V. Preconditioned upwind schemes for simulation of low speed flows on hybrid grids[R]. AIAA 2004-1268, 2004.
- [12] 肖天航,昂海松,余少志,等.预处理法求解定常/非定常混合网格的全速流场[J].空气动力学学报,2007,25(4):425-430,442.  
Xiao Tianhang, Ang Haisong, Yu Shaozhi, et al. Using preconditioning method to simulate steady/unsteady flows at all speeds on hybrid grids[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2007,25(4):425-430,442.
- [13] 韩志熔,陆志良,郭同庆.基于预处理和网格自适应的风力机翼型气动力计算[J].南京航空航天大学学报,2011,43(5):586-591.  
Han Zhirong, Lu Zhiliang, Guo Tongqing. Air-load calculation of wind turbine airfoil based on preconditioning and grid adaption technique[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,



- 2011,43(5):586-591.
- [14] Sheng Chunhua, Wang Xiao. Characteristic variable boundary conditions for arbitrary mach number algorithm in rotating frame [R]. AIAA 2003-3976, 2003.
- [15] Colin Y, Deniau H, Boussuge J F. A robust low speed preconditioning formulation for viscous flow computations[J]. Computers & Fluids, 2011,47:1-15.
- [16] Turkel E, Radespiel R, Kroll N. Assessment of preconditioning methods for multidimensional aerodynamics[J]. Computers & Fluids, 1997,26:613-634.
- [17] Venkateswaran S, Li D, Merkle C L. Influence of stagnation regions on preconditioned solutions at low speeds[R]. AIAA 2003-435, 2003.
- [18] Veress A. Incompressible flow solver by means of pseudo-compressible method[R]. HEJ ANM-030110-A, 2003.
- [19] Vahid E, Pooria A. Numerical investigation on a new local preconditioning method for solving the incompressible inviscid, non-cavitating and cavitating flows [J]. Journal of the Franklin Institute, 2011, 348: 1208-1230.
- [20] Jameson A, Mavriplis D. Finite volume solution of the two-dimensional Euler equations on a regular triangular mesh[R]. AIAA-85-0435.
- [21] Fluent Inc. Fluent user's guide[EB/OL]. [http://hpce.iitm.ac.in/website/Manuals/Fluent\\_6.3/fluent6.3/help/pdf/ug/pdf.htm](http://hpce.iitm.ac.in/website/Manuals/Fluent_6.3/fluent6.3/help/pdf/ug/pdf.htm), 2010.
- [22] 李洋. 改善大网格拉伸比、驻点流影响的预调制计算技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2008.
- Li Yang. A method of preconditioning for reducing the affection of large aspect ratio and stagnation[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008.