

基于径向基函数的卫星平台桁架结构优化设计

彭磊 刘莉 龙腾

(北京理工大学宇航学院, 北京, 100081)

摘要:为了降低结构优化计算成本,同时保证搜索优化问题的全局优化解,本文将径向基函数代理模型应用于桁架式卫星平台结构设计优化中。针对桁架结构涉及离散的拓扑和尺寸变量,本文采用连续松弛变量的方式处理离散变量。另外,本文采用增广拉格朗日函数将涉及非线性约束的优化问题转换为一个只包含边界约束的优化问题,然后应用径向基函数代理模型对转换后的优化模型进行近似,并采用具有全局寻优能力的优化算法对所构造的代理模型进行优化。在桁架结构优化过程中,逐次更新朗格朗日罚系数和代理模型,直至搜索到可行优化点。最后,本文将所提出的优化策略应用于一个桁架式卫星平台设计优化实例中,通过优化结果验证了本文所提出的优化策略的高效性。

关键词:飞行器设计;卫星平台;结构优化;代理模型

中图分类号: V221 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2014)03-0475-06

Satellite Bus Truss Structure Optimization Using Radial Basis Function

Peng Lei, Liu Li, Long Teng

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081, China)

Abstract: In order to reduce computational cost during satellite bus structure optimization and satisfy the global convergence, the radial basis function is applied to dealing with structure optimization. As the truss structure optimization involves size, topology and geometry variables, continuous relaxation is used to treat discrete variables. Furthermore, the Lagrangian multiple method is applied to converting a constrained optimization problem to an equivalent unconstrained optimization problem with bound constraint. Then the radial basis function is used to approximate the Lagrangian function, and the optimum is obtained through using global optimization strategy for the approximated model. During the satellite bus structure optimization process, the parameter of Lagrange function and radial basis are updated until the process searches a feasible optimum. Finally, the proposed strategy is applied to a practical satellite bus truss structure, thus demonstrating the high efficiency.

Key words: flight vehicle design; satellite bus; structure optimization; metamodeling

面临航天任务越来越多的挑战,未来一体化卫星朝着大尺寸大功率发展。为了节约生产成本,有必要发展一种可以适用于各类有效载荷的通用卫星平台。桁架式卫星平台由于其自身的轻质量、可靠性和灵活性越来越多地应用于航天工业设计中,如 Boeing 702 系列平台的主支撑结构就是用桁架

组成。由于桁架式卫星平台具有显著的优势,因此,在桁架式卫星平台研究和设计过程中,桁架结构优化成为其中一个重要部分。

为了提高设计结果的精度和可靠性,CAD 和 CAE 已经广泛地应用于结构设计中^[1-3]。但是,高精度分析模型在提高设计精度的同时也带来高计

算量,此外,传统的全局优化方法(如:遗传算法、模拟退火、粒子群算法等)往往需要调用分析模型上千次。因此,如果选用全局优化方法直接对高精度分析模型进行优化,这将延长设计周期,从而导致设计成本增加。为了提高结构优化的效率,基于代理模型的优化技术^[4]已经广泛地应用于结构优化中^[5-6]。

目前,多种常见的代理模型方法被广泛地应用于工业设计中,如:响应面方法(Response surface method, RSM)、径向基函数(Radial basis function, RBF)^[7]、Kriging 模型(Kriging mode, KM)^[8]等,文献^[4, 9]详细地描述了这些代理模型方法。在这些代理模型方法中, RBF 在近似精度、计算成本和鲁棒性方面具有很好的综合性能。为了提高优化效率,众多专家学者提出了通过在优化过程中更新样本点和代理模型的动态代理模型优化设计方法。Jones 提出了一种基于序列响应面的高效全局优化方法(Efficient global optimization, EGO)^[10],该方法首先构造较小的样本点集合,然后在误差相对较大的区域增加额外的样本点。在优化过程中,代理模型通过更新的样本点集合重新构造直到满足终止条件。利用切割面削减设计空间的方法, Wang 提出了自适应响应面方法^[11],此外,通过继承的 LHD 采样方法,提出了改进的自适应响应面方法(Improved ARSM)^[12]。彭磊等通过构造重点采样空间的方式增加样本点提出了序列径向基函数代理模型方法(Sequential radial basis function, SRBF)^[13-14]。

以上基于动态代理模型的优化方法都只适用于无约束优化问题,或只包含边界约束的优化问题,并不能直接运用于含有非线性约束的结构优化问题中。因此,本文采用拉格朗日乘子法将带约束的结构优化问题转化为只包含边界约束的优化问题,并采用径向基函数代理模型对转化后的优化问题进行近似,并在优化过程中逐渐增加样本点更新代理模型,直至获取可行优化解。此外,针对桁架结构涉及离散的拓扑和尺寸变量,本文采用连续松弛变量的方式处理离散变量。

1 卫星平台桁架结构优化问题描述

通常,结构设计优化包含尺寸、拓扑和几何优化。尺寸优化是在假设单元、节点以及连接方式固定的情况下,搜索最优的单元横截面积^[15]。同时,

由于现在工业的限制,一些特殊的桁架截面尺寸是从现有尺寸几何中选择。桁架结构的拓扑是与桁架单元的数量相关^[15]。几何优化是搜寻整个结构最佳的外形,并在满足安装需求的前提下通过修改外形提高结构性能^[15]。在本文工作中,卫星平台桁架结构优化同时考虑了以上三种变量。典型的卫星平台桁架结构优化问题可以描述成以下形式

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = [A^c, A^d, T, C] \\ & \text{min } f(\mathbf{x}) \\ & \text{s. t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, n \\ & A^c = [A_j^c | A^L \leq A_j^c \leq A^U, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, N_{s^c}] \\ & A^d = [A_k^d | A_k^d \in \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \\ & \quad k = 1, 2, \dots, N_{s^d}] \\ & T = [T_i | T_i \in \{0 \text{ or } 1\}, i = 1, 2, \dots, N_t] \\ & C = [C_l | C^L \leq C_l \leq C^U, l = 1, 2, \dots, N_c] \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $f(\mathbf{x})$ 和 $g(\mathbf{x})$ 分别表示计算结构性能的目标模型和约束条件; \mathbf{x} 为包含尺寸(连续变量 A^c 和离散变量 A^d)、拓扑(T)和几何(C)设计变量的集合; N_{s^c} , N_{s^d} , N_t 和 N_c 分别表示连续尺寸变量、离散尺寸变量、拓扑变量和几何变量的数量;尺寸变量 A_j 表示第 j 单元的横截面尺寸, $A_j^c \in [A^L, A^U]$ 和 $A_k^d \in \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$;拓扑变量 T_i 通过状态参数值0和1表征第 i 桁架的状态,其中1表示第 i 桁架存在,而0表示第 i 桁架不存在;几何变量 C_l 表示第 l 节点的 X, Y, Z 三轴坐标;此外,在实际的生产中,拓扑桁架的截面尺寸是允许设计的,本文将拓扑变量和离散的尺寸变量结合到一起形成一个新的取值集合 $\{0, a_1, a_2, \dots, a_n\}$; $T_i = a_i$ 表示第 i 桁架是存在的,并且横截面的尺寸为 a_i ,当 $T_i = 0$ 表示该杆不存在。因此,卫星平台桁架结构优化可以转换为一个标准的连续-离散约束优化问题,该优化问题的数学描述如下

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = [\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_d] \\ & \text{min } f(\mathbf{x}) \\ & \text{s. t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n_c \\ & \quad x_b^c \leq x_c \leq x_{ub}^c, x_c \in R^{n_c^c}, x_d \in N^{n_d^d} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: \mathbf{x}_c 表示 n_c^c 个连续变量的向量集合; \mathbf{x}_d 表示 n_d^d 个离散变量的集合。在卫星平台桁架结构优化中, \mathbf{x}_c 表示连续的几何和尺寸变量,而 \mathbf{x}_d 表示拓扑桁架及其离散尺寸变量。

2 Lagrange-RBF 优化策略

本文选用 Lagrange 乘法法将卫星平台桁架结构优化转化为一个非约束的优化问题,同时采用 RBF 代理模型对该非约束优化问题进行近似,再采用具有全局寻优能力的优化算法对 RBF 代理模型进行优化。如果所获取的优化点不满足约束条件,则更新 Lagrange 罚系数,同时将该优化点加入到样本点集合中,该优化流程直至找到一个满足所有约束条件的可行点终止。由于卫星平台桁架优化涉及连续和离散两类变量,而标准的 LHD 采样方法只适用与涉及边界约束的连续变量。为了处理离散变量,本文采用连续松弛变量方法:

- (1) 将 n_d 个离散变量的设计空间定位 $[0, 1]^{n_d}$;
- (2) 采用标准 LHD 采样方法在步骤(1)中的设计空间采样;
- (3) 对于第 i 离散变量,采用“取整”函数求取该点在离散变量备选取值集合 T 中的编号,其中, n_v^d 表示集合 T 中的成员个数;

$$s_i = 1 + \text{floor}(n_v^d \times x_i) \quad i = 1, \dots, n_d \quad (3)$$

- (4) 获取第 i 离散变量在集合 T 中的值 $\tilde{x}_i = T(s_i)$, \tilde{x}_i 表示在集合 T 中的第 s_i 个值,然后将 \tilde{x}_i 代替由 $[0, 1]$ 空间中获取的 x_i 。

采用 Lagrange-RBF 优化策略解决卫星平台桁架结构的流程如图 1 所示,具体步骤如下:

步骤 1 采用标准的 LHD 采样方法在设计空间中构造 N_{initial} 样本点,对于离散变量采用连续松弛变量的方式处理。

步骤 2 调用分析模型,计算步骤 1 中样本点所对应的目标模型和约束条件的响应值。

步骤 3 采用式(4)计算目标模型和约束条件的归一化参数

$$c_f = \frac{\sum_{s=1}^{N_{\text{initial}}} |f_s|}{N_{\text{initial}}}$$

$$C_{g_i} = \frac{\sum_{s=1}^{N_{\text{initial}}} |g_{s_i}|}{N_{\text{initial}}} \quad i = 1, \dots, l \quad (4)$$

$$C_{h_j} = \frac{\sum_{s=1}^{N_{\text{initial}}} |h_{s_j}|}{N_{\text{initial}}} \quad j = 1, \dots, m$$

步骤 4 采用式(5)将目标模型和约束条件组

合为 Lagrange 方程,其中, $\psi_i = \max \left[\bar{g}_i(\mathbf{x}), -\frac{\lambda_i}{2M} \right]$, $\bar{f}(\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x})}{c_f}$, $\bar{g}_i(\mathbf{x}) = \frac{g_i(\mathbf{x})}{C_{g_i}}$ 。 \bar{f} 和 \bar{g} 分别表示目标函数和约束条件的归一化响应值

$$F(\mathbf{x}) = \bar{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^l [\lambda_i \psi_i + M \psi_i^2] \quad (5)$$

步骤 5 采用当前样本点以及 Lagrange 函数响应值构造 RBF 代理模型,RBF 代理模型的构造方法参见文献[14]。

步骤 6 采用具有全局寻优能力的优化算法,如遗传算法,对步骤 5 中的 RBF 代理模型进行优化,获取当前迭代优化解 x_k^* 。调用真实目标模型和约束条件,计算 x_k^* 处真实模型响应值,并将该优化解加入样本点集合中。

步骤 7 判断步骤 6 中优化解所对应的约束条件是否全部满足,以及判断前后两次优化解是否满足收敛条件,即目标模型响应值相对误差小于容差。如果是,则优化终止,否则转向步骤 8。

步骤 8 采用式(6)更新 Lagrange 罚系数,在本文中, $\alpha = 2$, $M_{\text{max}} = 1\ 000$ 。

$$\lambda_i^{p+1} = \lambda_i^p + 2M_p \left\{ \max \left[\bar{g}_i(\mathbf{x}), -\frac{\lambda_i^p}{2M_p} \right] \right\} \quad i = 1, \dots, l$$

$$\sigma_j^{p+1} = \sigma_j^p + 2M_p \bar{h}_j(\mathbf{x}) \quad j = 1, \dots, m$$

$$M_{p+1} = \alpha M_p \quad M_p < M_{\text{max}}$$

$$M_{p+1} = M_{\text{max}} \quad M_p \geq M_{\text{max}} \quad (6)$$

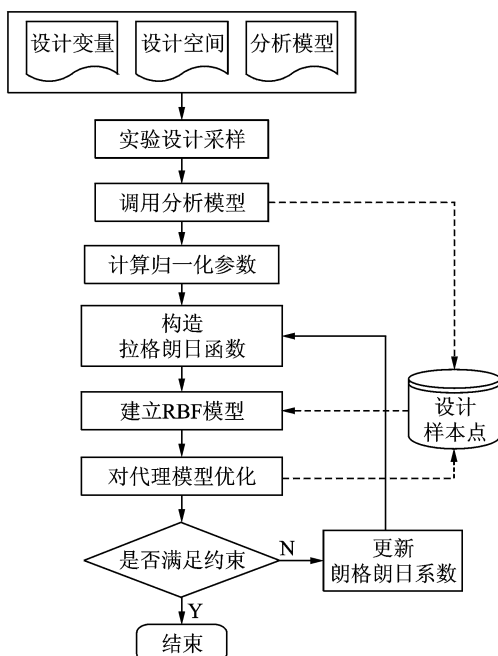


图 1 Lagrange-RBF 优化流程

Fig. 1 Optimization flowchart of Lagrange-RBF

3 卫星平台桁架结构优化实例

图2展示了一个典型的桁架式卫星平台,其主支撑结构由桁架和板组成,如图3所示。该结构优化的目标是使得主支撑结构的质量最小,同时满足卫星平台整体绕 X, Y, Z 三轴转动模态分别大于15.5, 13.5和31.5 Hz。推进剂选用非结构质量单元添加在每个贮箱的中心轴上,并采用无附加刚度的刚性连接RBE3将这些非结构质量单元连接在对应的贮箱单元上。

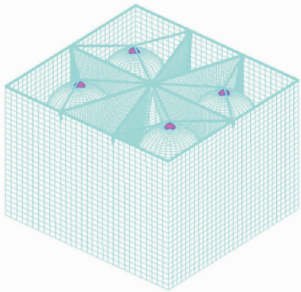


图2 卫星平台示例图

Fig. 2 Illustration of satellite bus

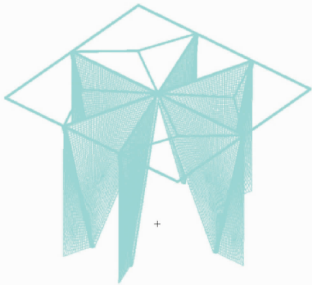


图3 卫星平台主支撑结构

Fig. 3 Main support structure of satellite bus

主支撑桁架结构是由25根桁架组成,并且横截面分为方框和圆形,如图4所示。这里有三组桁架,它们的横截面都为连续的圆截面尺寸。第一组桁架(桁架7,8,9,10)和第二组桁架(桁架13,14,15,16,17,18,19,20,21和22)都为圆横截面,其半径取值范围为 $[20, 25]$ mm,第三组桁架(桁架23,24,25,26)也为圆横截面,其半径范围为 $[5, 10]$ mm。桁架1,2,3,4,5,6是拓扑桁架,它们的横截面为方型,离散变量截面尺寸 (W, t) 是从集合 $S = \{(0, 0); (10, 1); (10, 2); (20, 1); (20, 2); (30, 1); (30, 2); (40, 1); (40, 2)\}$ mm中选取。如果截面尺寸 (W, t) 值为 $(0, 0)$,则表明该杆不存在。几何变量 α 的设计范围为 $[20^\circ, 45^\circ]$ 。因此,本算例一共有10个设计变量,其中3

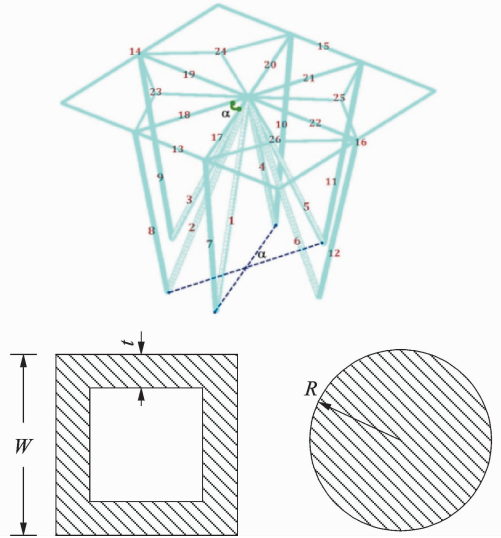


图4 主支撑桁架结构

Fig. 4 Main support truss structure

个尺寸变量、6个拓扑变量和1个几何变量。此优化算例的数学描述如式(7)所示

$$\begin{aligned}
 & \text{find } \mathbf{x} = \\
 & [A_1, A_2, A_3, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, C_1] \\
 & \min \text{ mass} \\
 & \text{s. t. } 15.5 - \text{modalFreqRX} \leq 0 \\
 & \quad 13.5 - \text{modalFreqRY} \leq 0 \\
 & \quad 31.5 - \text{modalFreqRZ} \leq 0 \\
 & 15 \leq A_1, A_2 \leq 25, 5 \leq A_3 \leq 10, \\
 & T_i = (W_i, t_i) \in \{(0, 0), (10, 1), \\
 & (10, 2), (20, 1), (20, 2), (30, 1), \\
 & (30, 2), (40, 1), (40, 2)\}, i=1, \dots, 6 \\
 & 20 \leq C_1 \leq 43 \quad (7)
 \end{aligned}$$

本文所建立的卫星平台FEM模型包括96个多点约束MPCs, 27 278个节点以及28 086个单元,使用HP工作站Z800(8核, CPU x5570 2.93 GHz, 内存32 GB)单次分析大约耗时7 min。因此,这是一个典型的高精度复杂分析模型,如果直接采用传统的全局优化算法进行优化(如:遗传算法),则优化成本难以估计,遗传算法调用分析模型的次数与种群数量和遗传代数相关。一般而言,为了保证优化结果的最优性,种群数量为20,遗传代数为100,则调用分析模型的次数为2 000,大约耗时14 000 min(10 d)。为了提高优化效率,该卫星平台桁架结构优化实例采用本文提出的Lagrange-RBF优化策略进行优化,初始样本点数量为200,优化结果如表1所示。

表1 使用 Lagrange-RBF 的卫星平台桁架结构优化结果

Tab. 1 Truss structure optimization results for satellite bus using Lagrange-RBF method

方法	质量/kg	模态频率/Hz			设计 [$A_1, A_2, A_3, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, C_1, C_2$]	调用模 型次数	CPU 时间/h
		RX	RY	RZ			
初始设计	103	15.2	12.9	31.7	[16, 25, 5, (40, 1), (30, 2), (10, 1), (40, 1), (10, 2), (40, 2), 41.5]	N/A	N/A
Lagrange-RBF	45.63	15.7	13.6	31.6	[10, 10, 7, (20, 1), (30, 2), (30, 1), (20, 2), (40, 2), (30, 2), 28.1]	204	23.4

图5显示了卫星平台桁架结构最优设计的外形,以及与贮箱的有限元模型。通过优化对比结果表1可知,采用 Lagrange-RBF 优化出来的卫星平台在满足整体模态频率约束的前提下,结构质量为45.63 kg,相比于初始节省了55.7%。而从优化效率而言,Lagrange-RBF 调用分析模型204次,CPU计算时间大约为23.4 h(1 d),大大地缩短了卫星平台的研制周期。图6显示了最优设计下的绕三轴模态振型图。

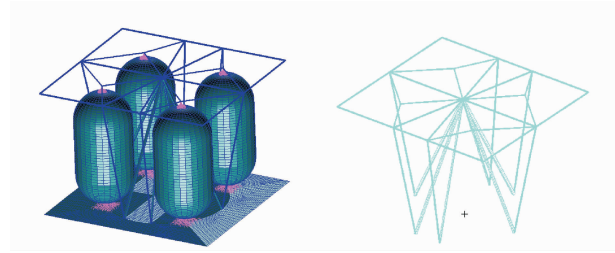


图5 最优设计桁架外形与FEM

Fig. 5 Shape and FEM for optimal design

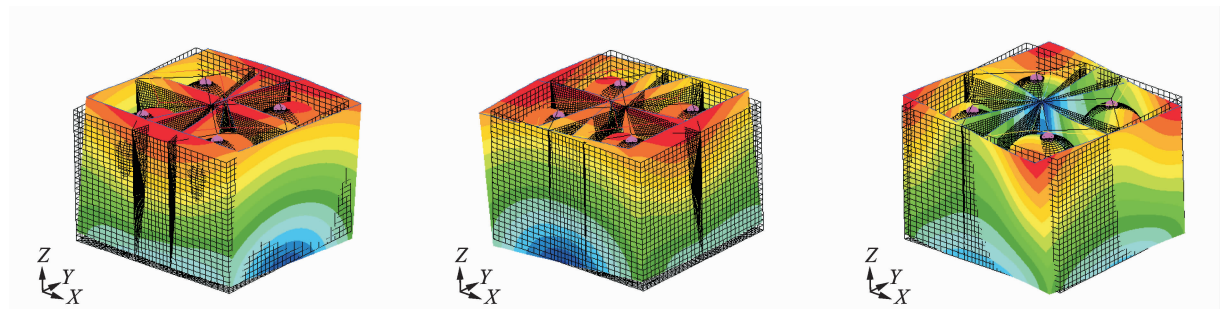


图6 绕三轴模态振型图

Fig. 6 Rotational modal shape graphs of three coordinates for satellite bus

4 结束语

本文针对卫星平台桁架结构优化,基于现有的径向基函数代理模型,提出了一种基于代理模型的优化策略处理涉及高精度模型约束条件的优化问题。此外,由于桁架结构优化涉及连续离散混合变量,采用连续松弛变量对离散变量进行近似,保证现有的实验设计方法和代理模型构造方法适用于涉及混合变量的优化问题。通过卫星平台桁架结构实例,采用本文所提出的 Lagrange-RBF 代理模型方法可以在保证结构性能的前提下,节省卫星平台结构质量,提高优化效率,缩短研制周期。

参考文献:

[1] Edke M S, Chang K H. Shape optimization of heavy load carrying components for structural performance and manufacturing cost [J]. Structural and Multidis-

ciplinary Optimization, 2006, 31(5):344-354.

- [2] Ingarao G, Di Lorenzo R. Optimization methods for complex sheet metal stamping computer aided engineering [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 42(3): 459-480.
- [3] Kaya N, Karen I, Ozturk F. Re-design of a failed clutch fork using topology and shape optimisation by the response surface method [J]. Materials & Design, 2010, 31(6):3008-3014.
- [4] Wang G G, Shan S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 29(4): 370-380.
- [5] Park H S, Dang X P. Structural optimization based on CAD-CAE integration and metamodeling techniques [J]. Computer-Aided Design, 2010, 42(10): 889-902.
- [6] Oudjene M, Ben-Ayed L, Delameziere A, et al.

- Shape optimization of clinching tools using the response surface methodology with Moving Least-Square approximation [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, 209(1):289-296.
- [7] Fang H B, Horstemeyer M F. Global response approximation with radial basis functions [J]. *Engineering Optimization*, 2006, 38(4):407-424.
- [8] Cressie N. Spatial prediction and ordinary kriging [J]. *Mathematical Geology*, 1998, 20(4):405-421.
- [9] Younis A, Dong Z M. Trends, features, and tests of common and recently introduced global optimization methods [J]. *Engineering Optimization*, 2010, 42(8):691-718.
- [10] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [11] Wang G G, Dong Z M, Aitchison P. Adaptive response surface method a global optimization scheme for approximation-based design problems[J]. *Engineering Optimization*, 2001, 33(6): 707-733.
- [12] Wang G G. Adaptive response surface method using inherited latin hypercube design points[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2003, 125(2): 210-220.
- [13] Lei Peng, Li Liu, Long T. Study of sequential radial basis function for computation-intensive design optimization problem[C]//12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSM, Indianapolis, Indiana: [s. n.], 2012.
- [14] 彭磊, 刘莉, 龙腾. 基于动态径向基函数代理模型的优化策略[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(7):164-170.
Peng Lei, Liu Li, Long Teng. Optimization strategy using dynamic radial basis function metamodel[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(7): 164-170.
- [15] Dominguez A, Stiharu I, Sedaghati R. Practical design optimization of truss structures using the genetic algorithms [J]. *Research in Engineering Design*, 2006, 17(2):73-84.

