

基于宏细观统一本构模型的复合材料湿热应力分析

王 德¹ 金 平² 谭 晓 明² 万 钺¹

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 烟台, 264001; 2. 海军航空工程学院青岛校区, 青岛, 266041)

摘要: 基于有限体积直接平均方法(Finite-volume direct averaging micromechanics, FVDAM), 建立了一种从复合材料细观到宏观的统一本构模型。根据均匀化方法和连续介质力学构建复合材料的宏细观相关矩阵, 通过该矩阵将细观组分材料的损伤性能传递到宏观复合材料中, 计算了湿热环境中复合材料的细观应力场。结果表明: FVDAM 采用子胞边界平均位移作为未知量, 使本构模型中的未知量总数大为减小, 相对提高了模型的效率, 但这些方程都是建立在平均意义上的, 因此预测的应力场存在一定的不连续性; 湿热环境下, 前期的吸湿有缓解热残余应力的作用, 随着时间的增加, 吸湿的影响逐渐超过热残余应力的影响。

关键词: 复合材料; 宏细观统一本构模型; 平均边界; 湿热应力场

中图分类号: TB332 文献标志码: A 文章编号: 1005-2615(2014)03-0389-06

Research on Hygrothermal Stresses of Composite Based on Unified Macro- and Micro-constitutive Model

Wang De¹, Jin Ping², Tan Xiaoming², Wan Cheng¹

(1. Graduate Students Brigade, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, 264001, China;
2. Qingdao Branch, Naval Aeronautical Engineering Institute, Qingdao, 266041, China)

Abstract: Based on finite-volume direct averaging micromechanics (FVDAM), which is a multi-scale finite element method for composite, a unified macro- and micro-constitutive model for composite structures is developed. The global stiffness matrix is constructed based on homogenization theory and continuum medium mechanics, through which the meso-damage properties of fiber and matrix are transferred to macro-material. Hygrothermal stress fields are calculated using the model. The results show that the efficiency of the FVDAM model is promoted for the reason of taking the surface-averaged fluctuating displacements as basic unknown micro-variables, and the total number of unknowns is decreased a lot. Because the equations are built on the basis of averaged meaning, there are discontinuities in the solved stress fields. The initial moisture content can reduce the thermal residual stress, but the hygroscopic stress would exceed thermal residual stress finally.

Key words: composite; unified macro- and micro-constitutive model; surface-averaged; hygrothermal stress field

随着航空航天事业的快速发展, 为实现飞行器自身的减重, 要求提高飞行器用材的强度/密度比, 而碳纤维增强复合材料由于其在重量/强度比上的显著优势, 已成为现代航空航天工业采用的主要结构材料之一, 并且随着材料性能的不断改进, 复合

材料特别是碳纤维增强树脂基复合材料的应用范围及占整机材料的比率不断提高^[1]。

碳纤维增强复合材料细观结构复杂, 其纤维体积比、排列方式、形状以及基体的性能都会对复合材料的整体性能产生较大的影响, 复合材料的本构

模型必须能够反映上述影响因素。而宏细观结合的研究方法可以兼顾宏观结构特征和局部细观特征,该方法将多相材料的细观量与宏观量联系起来,针对复合材料的特征体元进行计算得到细观应力应变场,然后通过体积均匀化方法得到材料的本构关系,并可以根据细观场量研究复合材料的损伤破坏等问题^[2]。基于这种思想建立起来的模型一方面可以避免对细观几何作过多的假设,使得模型更接近现实,另一方面大大降低了模型的计算复杂程度,提高了模型的效率。国内外学者在宏细观一体化分析方面已经做了不少的研究^[3-8]。

复合材料应用于飞机结构不仅要承受复杂、长时的疲劳载荷、意外冲击载荷等,而且还要承受高温、高湿等严苛的外部环境因素。在湿热环境下,树脂基复合材料吸收水分后会产生变形、内应力,引起材料性能变化、结构件表面损伤、开裂和破坏等诸多复杂的湿热效应^[9]。目前对复合材料性能的影响进行了大量的实验研究^[10-14],但主要是针对湿热环境中复合材料的宏观性能变化,未考虑湿热条件产生的细观应力,因此有必要对湿热环境中的细观应力场进行计算,为分析湿热环境对复合材料性能的影响提供参考。考虑湿热效应的影响,本文将湿/热膨胀系数引入有限体积直接平均方法(Finite volume directe average method, FVDAM)中,建立湿热环境下复合材料的宏细观统一本构模型,分析了复合材料的湿热应力应变场。

1 FVDAM 模型的基本理论

假设复合材料的各组分都是均匀且连续的,纤维平行等距排列,从而复合材料在宏观上是均匀的,复合材料的细观结构符合周期性分布,因此可以取一细观单元作为周期单胞单元(RUC)进行研究。单胞单元体的选取,应当小得足以表示出细观材料的组成结构,而又必须大得足以代表复合材料体内的全部特征,在周期单胞单元中,其应力-应变在细观尺度上是不均匀的,而在宏观尺度上又是均匀的。

在复合材料中,纤维在基体中的排列简化成正方形排列,如图 1 所示。复合材料细观结构的周期单胞结构被划分成矩形子胞,使用全局坐标系(x_1, x_2, x_3)来描述整个周期阵列的平均响应,而每个子胞的位移场均使用局部坐标(y_1, y_2, y_3)来表示。选取一个单胞作为分析区域,将其离散成

$N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞,每个子胞的尺寸分别为 h_β 和 l_γ , $H = \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta$, $L = \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} l_\gamma$, $\beta=1, 2, \dots, N_\beta$; $\gamma=1, 2, \dots, N_\gamma$, 如图 2 所示。

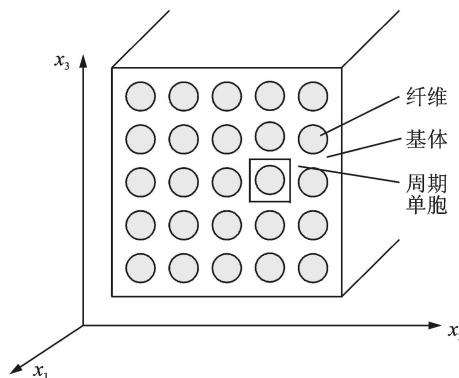


图 1 复合材料的周期性细观结构

Fig. 1 Periodic meso-structure of composite material

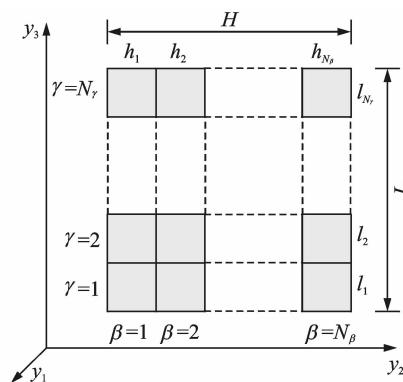


图 2 周期单胞结构离散的 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞

Fig. 2 Unit cell containing $N_\beta \times N_\gamma$ subcelles

根据均匀化理论,子胞 (β, γ) 位移场的宏细观一体的形式^[6]为

$$u_i^{(\beta, \gamma)} = \bar{\epsilon}_{ij} x_j + u'_i^{(\beta, \gamma)} \quad (1)$$

式中: $u_i^{(\beta, \gamma)}$ 为子胞位移; $\bar{\epsilon}_{ij} x_j$ 表示子胞的平均位移; $u'_i^{(\beta, \gamma)}$ 为细观位移扰动量; $u'_i^{(\beta, \gamma)}$ 为在局部坐标系下的二阶勒让德展开式,如式(2)所示

$$\begin{aligned} u'_i^{(\beta, \gamma)} = & W_{i(00)}^{(\beta, \gamma)} + \bar{y}_2^{(\beta)} W_{i(10)}^{(\beta, \gamma)} + \bar{y}_3^{(\gamma)} W_{i(01)}^{(\beta, \gamma)} + \\ & \frac{1}{2} \left(3(\bar{y}_2^{(\beta)})^2 - \frac{h_\beta^2}{4} \right) W_{i(20)}^{(\beta, \gamma)} + \frac{1}{2} \left(3(\bar{y}_3^{(\gamma)})^2 - \frac{l_\gamma^2}{4} \right) W_{i(02)}^{(\beta, \gamma)} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $i = 1, 2, 3$; $W_{i(mn)}^{(\beta, \gamma)}$ 为子胞 (β, γ) 的未知微变量。

根据 Cauchy 几何关系式,有

$$\bar{\epsilon}_{ij}^{(\beta, \gamma)} = \bar{\epsilon}_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i^{(\beta, \gamma)}}{\partial y_j^{(\cdot)}} + \frac{\partial u'_j^{(\beta, \gamma)}}{\partial y_i^{(\cdot)}} \right) \quad (3)$$

将扰动方程(2)代入到几何方程(3)中,得出子胞 (β, γ) 的各个应变分量为

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\epsilon}_{11}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{11} \\ \bar{\epsilon}_{22}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{22} + W_{2(10)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_2^{(\beta)}W_{2(20)}^{(\beta,\gamma)} \\ \bar{\epsilon}_{33}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{33} + W_{3(01)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_3^{(\gamma)}W_{3(02)}^{(\beta,\gamma)} \\ \bar{\epsilon}_{12}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{12} + \frac{1}{2}[W_{1(10)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_2^{(\beta)}W_{1(20)}^{(\beta,\gamma)}] \\ \bar{\epsilon}_{13}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{13} + \frac{1}{2}[W_{1(01)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_3^{(\gamma)}W_{1(02)}^{(\beta,\gamma)}] \\ \bar{\epsilon}_{23}^{(\beta,\gamma)} = \bar{\epsilon}_{23} + \frac{1}{2}[W_{2(01)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_3^{(\gamma)}W_{2(02)}^{(\beta,\gamma)} + W_{3(10)}^{(\beta,\gamma)} + 3\bar{y}_2^{(\beta)}W_{3(20)}^{(\beta,\gamma)}] \end{array} \right. \quad (4)$$

对于湿热形变下的弹性结构,根据广义HOOK定律,子胞 (β,γ) 的应力表达式为

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)} &= C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}(\epsilon_{kl}^{(\beta,\gamma)} - \epsilon_{kl}^{T(\beta,\gamma)} - \epsilon_{kl}^{H(\beta,\gamma)}) = \\ C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}\epsilon_{kl}^{(\beta,\gamma)} &- C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}a_{kl}^{(\beta,\gamma)}\Delta T - C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}b_{kl}^{(\beta,\gamma)}\Delta M = \\ C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}\epsilon_{kl}^{(\beta,\gamma)} &- \Gamma_{ij}^{T(\beta,\gamma)}\Delta T - \Gamma_{ij}^{H(\beta,\gamma)}\Delta M \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $C_{ijkl}^{(\beta,\gamma)}$ 为刚度矩阵; a,b 分别为材料的湿热膨胀系数; $\Delta T, \Delta M$ 分别为材料的温差和平衡吸湿量。

FVDAM 模型中的平均边界位移和平均边界应力的定义^[15]如图 3 所示。

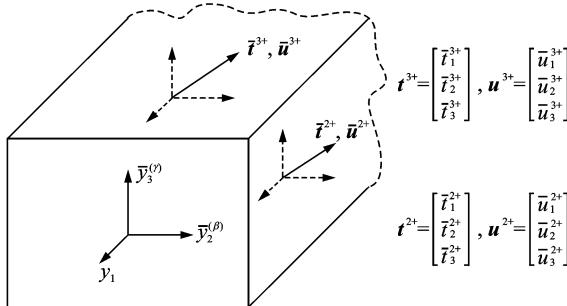


图 3 FVDAM 模型中的平均边界位移和平均边界应力

Fig. 3 Surface-averaged displacement and traction components employed in FVDAM model

子胞 (β,γ) 平均边界位移的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}'_i^{2\pm(\beta,\gamma)} = \frac{1}{l_\gamma} \int_{-l_\gamma/2}^{l_\gamma/2} u'_i^{(\beta,\gamma)} \left(\pm \frac{h_\beta}{2}, \bar{y}_3^{(\gamma)} \right) dy_3^{(\gamma)} \\ \bar{u}'_i^{3\pm(\beta,\gamma)} = \frac{1}{h_\beta} \int_{-h_\beta/2}^{h_\beta/2} u'_i^{(\beta,\gamma)} \left(\bar{y}_2^{(\beta)}, \pm \frac{l_\gamma}{2} \right) dy_2^{(\beta)} \end{array} \right. \quad (6)$$

子胞 (β,γ) 平均边界应力的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{t}_i^{2\pm(\beta,\gamma)} = \frac{1}{l_\gamma} \int_{-l_\gamma/2}^{l_\gamma/2} t_i^{n(\beta,\gamma)} \left(\pm \frac{h_\beta}{2}, \bar{y}_3^{(\gamma)} \right) dy_3^{(\gamma)} \\ \bar{t}_i^{3\pm(\beta,\gamma)} = \frac{1}{h_\beta} \int_{-h_\beta/2}^{h_\beta/2} t_i^{n(\beta,\gamma)} \left(\bar{y}_2^{(\beta)}, \pm \frac{l_\gamma}{2} \right) dy_2^{(\beta)} \end{array} \right. \quad (7)$$

式中: 平均边界应力 $t_i^{n(\beta,\gamma)} = \sigma_{ji}^{(\beta,\gamma)} n_j^{(\beta,\gamma)}$; n_j 为面上外法线方向余弦。

依据式(6,7),每一个子胞 (β,γ) 的局部刚度矩阵中有 12 个平均边界位移对应着 12 个平均边界应力,还需要 3 个额外的方程才能完全求解式(2)中的 15 个未知变量,这 3 个额外的方程通过子

胞的全局应力平衡方程来获得

$$\int_{S_{\beta\gamma}} t_i^{n(\beta,\gamma)} dS_{\beta\gamma} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

通过内部子胞之间相邻边界上的应力连续条件和位移连续条件,并结合边界子胞的周期边界条件,可以求得这些未知的平均边界位移分量 $\bar{u}'_i^{\pm(\beta,\gamma)}$ 。在子胞 (β,γ) 和子胞 $(\beta+1,\gamma)$ 之间的相邻界面上,子胞相应表面上的平均边界应力分量必须满足连续条件,同样,子胞 (β,γ) 和子胞 $(\beta,\gamma+1)$ 之间的相邻界面上也要满足连续条件

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{t}_i^{2+(\beta,\gamma)} + \bar{t}_i^{2-(\beta+1,\gamma)} = 0 \\ \bar{t}_i^{3+(\beta,\gamma)} + \bar{t}_i^{3-(\beta,\gamma+1)} = 0 \end{array} \right. \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

类似地,子胞 (β,γ) 和子胞 $(\beta+1,\gamma)$ 之间相邻界面上的 3 个扰动平均边界位移、子胞 (β,γ) 和子胞 $(\beta,\gamma+1)$ 之间相邻界面上的 3 个平均边界位移均应相等

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_i^{2+(\beta,\gamma)} = \bar{u}_i^{2-(\beta+1,\gamma)} \quad \text{记为: } \bar{u}_i^{2(\beta+1,\gamma)} \\ \bar{u}_i^{3+(\beta,\gamma)} = \bar{u}_i^{3-(\beta,\gamma+1)} \quad \text{记为: } \bar{u}_i^{3(\beta+1,\gamma)} \end{array} \right. \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

单胞的外部边界,可以根据周期边界条件来描述为

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{t}_i^{2(1,\gamma)} + \bar{t}_i^{2(N_\beta+1,\gamma)} = 0 \\ \bar{t}_i^{3(\beta,1)} + \bar{t}_i^{3(\beta,N_\gamma+1)} = 0 \\ \bar{u}'_i^{2(1,\gamma)} = \bar{u}'_i^{2(N_\beta+1,\gamma)} \\ \bar{u}'_i^{3(\beta,1)} = \bar{u}'_i^{3(\beta,N_\gamma+1)} \end{array} \right. \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

结合式(9~11),一共得到 $6N_\beta N_\gamma$ 个方程用于求解全部的 $6N_\beta N_\gamma$ 个未知平均边界位移分量,由此得出平均边界位移 \bar{u}' 与宏观应变 $\bar{\epsilon}$ 的关系,进而可以求得 $W_{i(mn)}^{(\beta,\gamma)}$ 。

子胞平均应变的定义式为

$$\bar{\epsilon}_{ij}^{(\beta,\gamma)} = \frac{1}{h_\beta l_\gamma} \int_V \epsilon_{ij}^{(\beta,\gamma)} dV_{\beta\gamma} \quad (12)$$

结合式(4),经过整理可以得出

$$\bar{\epsilon}^{(\beta,\gamma)} = \mathbf{A}^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \mathbf{D}^{(\beta,\gamma)} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{A}^{(\beta,\gamma)}$ 为应变集中系数; $\mathbf{D}^{(\beta,\gamma)}$ 表示湿热效应的影响。

子胞平均应力可表示为

$$\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} = C^{(\beta,\gamma)} (\mathbf{A}^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \mathbf{D}^{(\beta,\gamma)}) - (\mathbf{I}^{T(\beta,\gamma)} \Delta T + \mathbf{I}^{H(\beta,\gamma)} \Delta M) \quad (14)$$

在整个单胞上的宏观应力

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{HL} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta l_\gamma \bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} \quad (15)$$

结合式(14,15),将复合材料的宏观本构方程记作如下形式

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^* \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - (\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^H) \quad (16)$$

此处的均匀刚度矩阵以及湿热项的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{C}^* = \frac{1}{HL} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta l_\gamma C^{(\beta,\gamma)} \mathbf{A}^{(\beta,\gamma)} \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^H = \frac{-1}{HL} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta l_\gamma [C^{(\beta,\gamma)} \mathbf{D}^{(\beta,\gamma)} - (\mathbf{I}^{T(\beta,\gamma)} \Delta T + \mathbf{I}^{H(\beta,\gamma)} \Delta M)] \end{cases} \quad (17)$$

仅考虑湿热环境下的复合材料的自由湿热变形时, 材料的宏观应力为 $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = 0$, 依据宏观本构方程(14)可以求出宏观应变 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$; 将计算得到的宏观应变

$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 代入到依据式(10~12)而确定的平均位移 \bar{u}' 与宏观应变 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 关系中可以求出各个子胞的平均位移 \bar{u}' , 进而可以求得 $W_{i(mn)}^{(\beta,\gamma)}$, 结合式(4,5)即可求得材料细观湿热应力应变场。

2 湿热应力场计算

以 T300/5208 复合材料^[16]为例(见表 1), 假设纤维在基体内周期分布, 选取一个代表体积元进行分析。纤维直径等于 7 μm , 纤维的体积分数约为 60%, 则 RUC 的边长取为 8 μm 。

表 1 T300/5208 复合材料的组分性能参数

Tab. 1 Property parameters of T300/5208 composites

组分	E_1/GPa	$E_2, E_3/\text{GPa}$	v_{12}, v_{13}	G_{23}/GPa	G_{12}/GPa	a_1/K^{-1}	a_2/K^{-1}	b_1, b_2	$M/\%$
T300	230	15	0.25	7	15	-0.7e-6	12e-6	0	
5208	2.9	2.9	0.35	1.07	1.07	60e-6	60e-6	0.6	1.48

文中分别将单胞划分成 $16 \times 16, 32 \times 32$ 个子胞进行分析, 如图 4,5 所示。

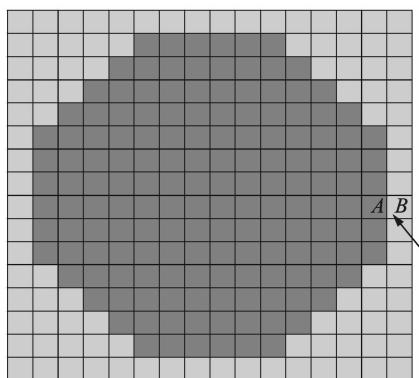


图 4 16×16 子胞划分密度

Fig. 4 Mesh of 16×16 subcelles

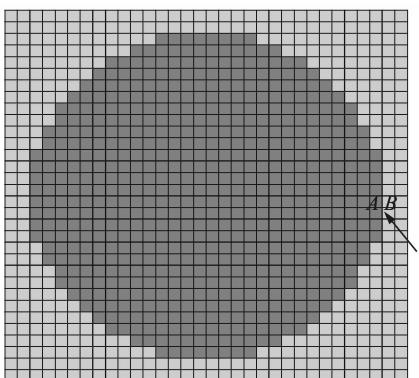


图 5 32×32 子胞划分密度

Fig. 5 Mesh of 32×32 subcelles

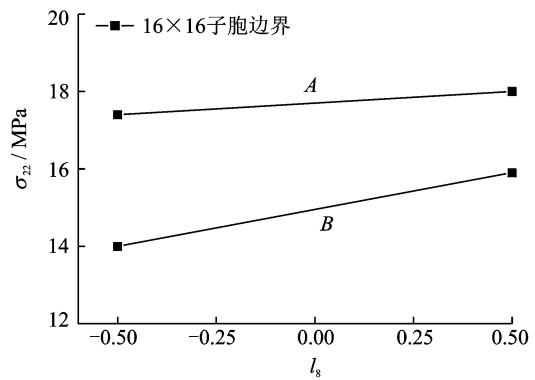


图 6 16×16 子胞边界 AB 的应力分布曲线

Fig. 6 Stress distribution along AB boundary of 16×16 subcelles

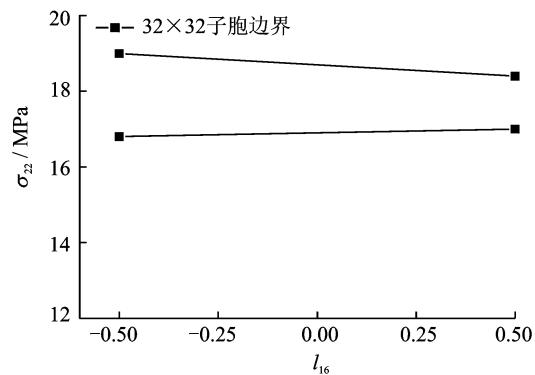


图 7 32×32 子胞边界 AB 的应力分布曲线

Fig. 7 Stress distribution along AB boundary of 32×32 subcelles

图 6,7 给出了在两种划分精度下子胞边界的应力分布曲线, 边界位置分别标注在图 4,5 中。从图中可以看出 FVDAM 预测的细观应力场在子胞

边界存在不连续性, 然而当子胞精度增大时, FVDAM 预测的子胞边界应力张量之间的差异相对有所减小, 这说明通过增加网格密度可以缓解 FV-

DAM 应力场的不连续性。FVDAM 通过式(10, 11)来保证位移连续和应力平衡, 这种平均意义上的平衡往往只能保证边界中点处的应力连续而不能对整个边界的应力分布进行有效的控制。

在湿热环境中, 热传导系数远大于湿扩散系数, 材料很快可达热平衡, 而达到吸湿平衡则需一段时间, 因此在不同时间内复合材料受湿热应力影响的程度各异。在吸湿初期, 主要受由固化温度降至环境/老化温度产生的热残余应力的影响; 随着吸湿的增加, 湿的影响逐渐增大; 当达到吸湿平衡时, 受湿的影响达到最大。本文选取3个时刻进行分析: 在吸湿初期, 从室温环境温度迅速上升到湿热老化实验时的温度, $\Delta T = -70^{\circ}\text{C}$, $M_1 = 0$; 吸湿过程中, $\Delta T = -70^{\circ}\text{C}$, $M_2 = 0.7\%$; 吸湿平衡后, $\Delta T = -70^{\circ}\text{C}$, $M_3 = 1.48\%$, 得到边界AB的平均应力如图8所示。

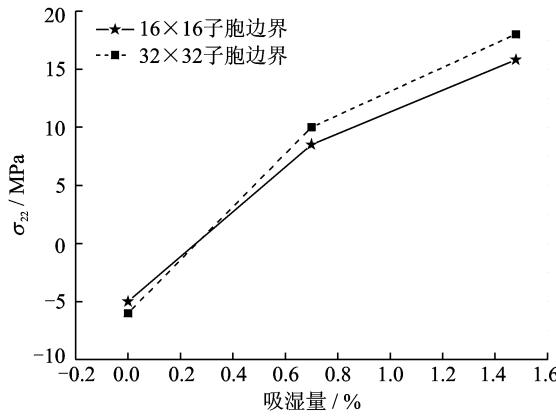


图8 AB边界横向应力随吸湿量的变化关系

Fig. 8 Transverse stress of AB boundary of different moisture absorption content

在材料从固化温度降至老化温度时, 材料内部存在较大的热残余应力, 该残余应力常导致初始界面裂纹的形成; 随着吸湿的增加, 由于湿和热产生相反的效果, 界面上的应力反而减小, 热残余应力得到释放, 此时形成新的界面裂纹或原有界面裂纹产生扩展的难度变大; 随着吸湿的进一步增加, 湿应力的影响逐渐超过热应力, 到达吸湿平衡后, 界面应力状态完全改变。在湿热环境下, 当界面应力值相对较大时, 复合材料界面与基体材料有可能发生塑化和降解等变化。

3 结 论

本文基于宏细观统一本构模型, 使用FVDAM理论对复合材料湿热应力分析进行了研究。在模型中引入湿/热膨胀系数, 获得了复合材料湿热细

观应力分布场。结果表明:

(1) FVDAM 采用子胞边界平均位移作为未知量, 应用子胞之间的平均位移连续条件和平均应力连续条件建立全局本构方程, 该方程给出了宏观应变与细观位移之间的关系, 相比于原始的通用单胞模型, 全局本构方程中未知量总数大为减小, 相对提高了模型的效率。

(2) 由于FVDAM所有的方程都是建立在平均意义上的, 因此预测的应力场存在一定的不连续性, 虽然通过增加子胞密度可以改善这种不连续性, 但却无法完全消除, 而且随着子胞密度的增大, 计算时间也会大大增加, 明显降低了计算效率。

(3) 在湿热环境中, 前期的吸湿有缓解热残余应力的作用, 随着时间的增加, 吸湿的影响逐渐超过热残余应力的影响, 而到达吸湿平衡后, 界面处应力状态发生改变由受压改变为受拉, 当界面应力值相对较大时, 复合材料界面与基体材料有可能发生塑化和降解。

参考文献:

- [1] 杜善义. 先进复合材料与航空航天[J]. 复合材料学报, 2007, 24(1): 1-12.
Du Shanyi. Advanced composite materials and aerospace engineering [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(1): 1-12.
- [2] Mario W E, Liz G N, Bibiana M L. A micro-macro mechanical approach for composite laminates [J]. Mechanics of Materials, 2008, 40(11): 885-906.
- [3] 宋迎东, 雷友锋, 孙志刚, 等. 一种新的纤维增强复合材料细观力学模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(4): 435-440.
Song Yingdong, Lei Youfeng, Sun Zhigang, et al. A new micro-mechanics model for fibrous composite [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2003, 35(4): 435-440.
- [4] 张博明, 赵琳. 基于单胞解析模型的复合材料层合板渐进损伤数值分析[J]. 工程力学, 2012, 29(4): 36-42.
Zhang Boming, Zhao Lin. Numerical analysis for progressive damage of composite laminates based on analytic model of unit cell [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(4): 36-42.
- [5] 高希光, 宋迎东, 孙志刚. 基于虚位移原理的宏细观统一本构模型[J]. 航空动力学报, 2011, 26(3): 593-602.
Gao Xiguang, Song Yingdong, Sun Zhigang. Macro

- and micro scale coupled constitutive model based on virtual displacement principle [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(3): 593-602.
- [6] Sun Zhigang, Zhao Long, Chen Lei, et al. Research on failure criterion of composite based on unified macro- and micro-mechanical model [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(1): 122-129.
- [7] 雷友锋, 魏德明, 高德平. 细观力学有限元法预测复合材料宏观有效弹性模量[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2003, 16(3): 11-15.
Lei Youfeng, Wei Deming, Gao Deping. Predicting macroscopic effective elastic moduli of composites by micromechanics FEM [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2003, 16(3): 11-15.
- [8] Khatam H , Pindera M J. Parametric finite-volume micromechanics of periodic materials with elasto-plastic phases [J]. International Journal of Plasticity, 2009, 25(7): 1386-1411.
- [9] 惠雪梅, 王晓洁, 尤丽虹. CE/EP/CF 复合材料的湿热性能研究[J]. 工程塑料应用, 2006, 34(5): 49-51.
Hui Xuemei, Wang Xiaojie, You Lihong. Study on hydrothermal properties of CE/EP/CF composites [J]. Engineering Plastics Application, 2006, 34(5): 49-51.
- [10] 余治国, 杨胜春, 宋笔锋. T700 和 T300 碳纤维增强环氧树脂基复合材料耐湿热老化性能的对比[J]. 机械工程材料, 2009, 33(6): 48-51.
Yu Zhiguo, Yang Shengchun, Song Bifeng. Comparison of wet and hot aging resistance of T700 and T300 carbon fiber strengthened epoxy resin composites [J]. Materials for Mechanical Engineering, 2009, 33(6): 48-51.
- [11] Zafar A, Bertocco F, SchThomsen J S, et al. Investigation of the long term effects of moisture on carbon fibre and epoxy matrix composites [J]. Composites Science and Technology, 2012, 72(6): 656-666.
- [12] Sun Pei, Zhao Yan, Luo Yunfeng, et al. Effect of temperature and cyclic hydrothermal aging on the interlaminar shear strength of carbon fiber bismaleimide (BMI) composite [J]. Materials and Design, 2011, 32(8/9): 4341-4347.
- [13] 张利军, 肇研, 罗云烽, 等. 湿热循环对 CCF300/QY8911 复合材料界面性能的影响[J]. 材料工程, 2012(2): 25-29.
Zhang Lijun, Zhao Yan, Luo Yunfeng, et al. On the interfacial properties of CCF300/QY8911 composite with cyclical hydrothermal treatments[J]. Journal of Materials Engineering, 2012(2): 25-29.
- [14] 李海斌, 阳建红, 刘承武. FVDAM 在复合材料细观应力分析中的应用[J]. 机械科学与技术, 2010, 29(2): 170-174.
Li Haibin, Yang Jianhong, Liu Chengwu. Application of finite volume direct averaging method to mesomechanical stress analysis of composites [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2010, 29(2): 170-174.
- [15] Bansal Y, Pindera M. Finite-volume direct averaging micromechanics of heterogeneous materials with elastic-plastic phases [J]. Int J Plasticity, 2006, 22(5): 775-825.
- [16] Youssef Z, Jacquemin F, Gloaguen D. A multi-scale analysis of composite structures: application to the design of accelerated hydrothermal cycles [J]. Composite Structures, 2008, 82(2): 302-309.