

# 飞机蒙皮厚度连续变化要求下的结构强度优化设计

李琦 邱志平

(北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京, 100191)

**摘要:**基于有限元法,提出了使用满应力设计方法对飞机蒙皮厚度进行优化设计。首先基于满应力法对各个单元厚度进行迭代更新,接着考虑蒙皮厚度的连续性要求,应用邻近单元厚度加权平均法对单元的厚度进行修正。在进行厚度加权平均后,对单元厚度进行整体修正来保证蒙皮厚度分布满足应力约束条件。该方法同时适用于金属蒙皮与复合材料蒙皮。数值算例验证了该方法的可行性和有效性。

**关键词:**结构强度; 满应力法; 机翼蒙皮; 有限元; 应力约束

中图分类号: V24 文献标志码: A 文章编号: 1005-2615(2014)03-0377-05

## Structural Optimization of Wing Skin Considering Requirement of Continuity of Thickness

Li Qi, Qiu Zhiping

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100191, China)

**Abstract:** Based on the finite element, a method based on full stress rule is proposed for the thickness optimization of wing skin. Firstly based on full stress rule, the thickness of each element is updated. Then in order to meet the requirement of continuity, the thickness of each element is modified by weighted average method. After performing the weighted average method, an overall modification is implemented for skin thickness distribution to ensure that all elements satisfies the stress constraints. This method is applicable to problems involving with metal skin and composite skin. Finally, numerical examples demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** strength of structure; full stress rule; skin of wing; finite element method; stress constraint

减重是航空航天飞行器设计永远的课题。蒙皮和长桁是机翼的重要承力结构<sup>[1]</sup>。蒙皮的主要作用是承受横向气动力并将其转换成机翼的弯矩和扭矩。如果蒙皮设计不合理,就会由于蒙皮局部的应力过大而导致结构的失效。因此研究并设计满足许用应力的最轻蒙皮厚度分布是蒙皮设计的一项重要工作。此外,高性能复合材料可以大大减轻飞行器的重量<sup>[2]</sup>,所以研究复合材料蒙皮的厚度分布更有实际的意义。

传统的对蒙皮厚度的优化设计<sup>[3-8]</sup>大多假设各

个屏格蒙皮厚度都是相同,这导致了材料的浪费,增加了飞行器的重量。本文基于有限元法假设蒙皮厚度是随着单元不同而变化的,即蒙皮为变厚度蒙皮。设计的目标函数为蒙皮质量最轻,约束条件为各个单元满足许用应力。对于这样的多变量、多约束优化问题,现有的数学规划方法很难求解。针对这一困难,可以用满应力法进行求解。满应力方法<sup>[9-10]</sup>是直观准则法的一种,建立在直观的物理概念基础上:在确定外载荷作用下,当各个单元的应力都达到许用应力,此时结构的重量最轻。对于多

**基金项目:**高等学校学科创新引智计划(B07009)资助项目;国家自然科学基金(11372025,11002013)资助项目;国防基础科研计划基金资助项目。

**收稿日期:**2013-12-24;**修订日期:**2014-03-17

**通信作者:**邱志平,男,教授,博士生导师,E-mail:zpqiu@buaa.edu.cn。

数工程结构,满应力解往往接近最优解,而且基于满应力法的优化方法在普通程序上添加一段代码即可实现。

本文首先基于满应力的思想,给出金属蒙皮单元的厚度迭代更新公式。由于单纯采用满应力方法得到蒙皮厚度不连续,加工性较差,所以应用邻近单元厚度加权平均的方法对单元的厚度进行修正,可以得到厚度连续分布的变厚度蒙皮结构。在进行厚度加权平均后,对单元的厚度进行整体修正保证蒙皮厚度分布满足应力约束条件。接着将此满应力方法推广到复合材料机翼蒙皮铺层厚度优化问题。最后通过数值算例验证此方法对于金属蒙皮与复合材料蒙皮都有一定的适用性和可行性。

## 1 蒙皮厚度优化模型

蒙皮一般通过铆钉以分散的形式与翼梁、长桁和翼肋相连接,可以将屏格结构建立为两端固支板板结构<sup>[1]</sup>。当建立如图1所示的机翼蒙皮有限元模型后,在采用金属蒙皮情况下,考虑应力约束条件的重量最小的优化列式可以表示为

$$\begin{aligned} \min_h W &= \sum_{i=1}^n \rho_i A_i h_i \\ \text{s. t. } \quad \mathbf{KU} &= \mathbf{F} \\ \sigma_{is} - \sigma_s &\leq 0 \quad i=1,2,\dots,n \\ \underline{h}_i &\leq h_i \leq \bar{h}_i \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $W$  为蒙皮的总重量;  $n$  为蒙皮单元的个数;  $\rho_i$  为第  $i$  个蒙皮单元的密度;  $A_i$  为第  $i$  个单元蒙皮单元的面积;  $h_i$  为第  $i$  个蒙皮单元的厚度即优化变量;  $\underline{h}_i, \bar{h}_i$  为设计变量  $h_i$  的上界与下界;  $\mathbf{K}$  为总体刚度阵;  $\mathbf{U}$  为总体位移向量;  $\mathbf{F}$  为单元节点力,一般由气动载荷转化得到。当蒙皮为金属材料时需要考虑蒙皮应力满足 Von Mises 应力准则,其中  $\sigma_{is}$  为第  $i$  个蒙皮单元 Von Mises 应力,  $\sigma_s$  为许用应力。

对于复合材料蒙皮,式(1)优化列式可以写为

$$\begin{aligned} \min_h W &= \sum_{i=1}^n \rho_i A_i \sum_{j=1}^m h_{i,j} \\ \text{s. t. } \quad \mathbf{KU} &= \mathbf{F} \\ k_{i,j}(\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}) &\leq 0 \\ i &= 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \\ \underline{h}_{i,j} &\leq h_{i,j} \leq \bar{h}_{i,j} \\ i &= 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $j$  代表复合材料的铺层序号;  $m$  为铺层总数;  $\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}$  分别代表第  $i$  个蒙皮单元第  $j$  铺层纤维方向的应力,基体方向应力以及剪切应力;  $h_{i,j}$  为第  $i$  个蒙皮单元的第  $j$  铺层厚度;  $\underline{h}_{i,j}, \bar{h}_{i,j}$  为设计变量  $h_{i,j}$  的上界与下界;  $k_{i,j}(\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j})$  为应力状态函数。

由于以上问题为多变量、多约束优化问题,现有的数学规划方法很难求解。而满应力方法是直观准则法的一种,建立在直观的物理概念基础上:在确定外载荷作用下,当各个单元的应力都达到许用应力,此时结构的重量最轻。因此本文用满应力方法进行求解。

## 2 金属机翼蒙皮优化

当蒙皮为金属材料时,考虑蒙皮 Von Mises 应力满足  $\sigma_{is} - \sigma_s \leq 0$ ,其中  $\sigma_{is}$  第  $i$  个蒙皮单元 VonMises 应力,  $\sigma_s$  为许用应力。那么基于满应力的思想:如果单元的应力超过许用应力就需要增加单元的厚度,反之就降低单元的厚度。基于有限元法,蒙皮单元的厚度更新公式可以表示为

$$\begin{aligned} h_i(t+1) &= h_i(t) + x_0(\eta_1 \sigma_{is} / \sigma_s - 1) \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $x_0$  为参考步长。如果参考步长过小,收敛速度就会很慢;如果参考步长,就可能得到较差的结果。一般取参考步长为  $0.1 \sim 0.2(\bar{h}_i - h_i)$ 。为了防止最终结果的单元应力不能满足应力约束条件与优化过程中的厚度值不稳定问题,引入参数  $\eta_1 = 1.05 \sim 1.2$  对单元的应力比进行修正。

如图2(a)所示,从数值算例中发现采用满应力方法得到蒙皮厚度不连续,加工性较差,所以对蒙皮厚度进行连续化处理。为了使得蒙皮的厚度分布连续,采用式(4)<sup>[11-12]</sup>对蒙皮的厚度进行平均化处理

$$h_e(t+1) = \frac{\sum_{i \in N_e} w(x_i) h_i(t+1)}{\sum_{i \in N_e} w(x_i)} \quad (4)$$

式中:  $N_e$  为第  $i$  个蒙皮单元邻域内的单元,  $N_e =$

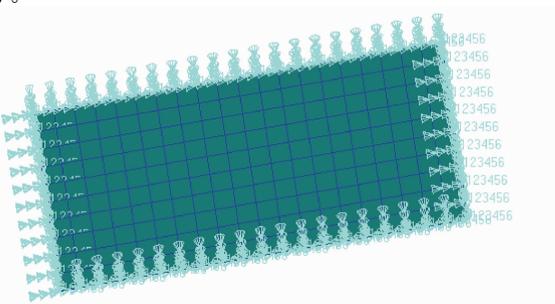


图1 机翼蒙皮有限元模型

Fig. 1 Finite element model of wing

$\{i | x_i - x_e \leq R\}$ 。其中  $R$  为过滤半径;  $x_i, x_e$  为蒙皮单元中心处的坐标,  $w(x_i) = R - x_i - x_e$ 。最终得到如图 2(b) 所示的单元厚度连续分布的结果。

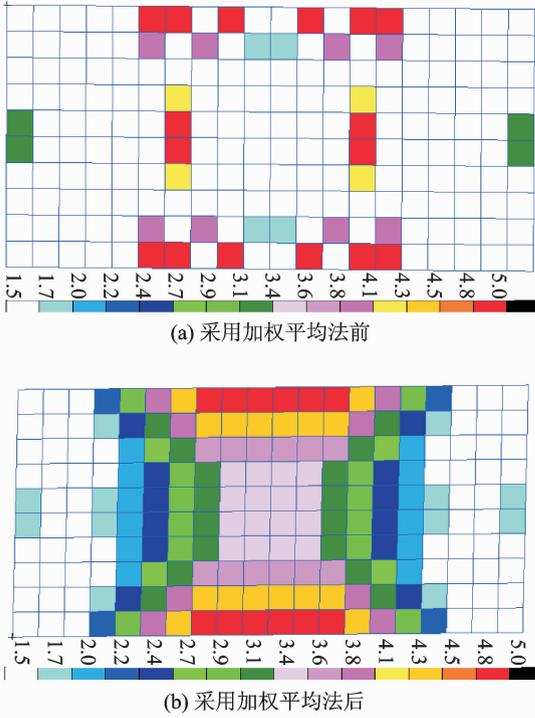


图 2 采用加权厚度平均法前后的厚度分布

Fig.2 Thicknesses before and after using the weighted sum method

在进行厚度加权平均后,某些单元应力较大的单元厚度会变小,这样就导致最终结果将不满足应力约束。所以需要计算过程中对加权平均法得到厚度进行修正。由于采用有限元法得到单元刚度阵为  $k_i = h_i^3 k_i^0$  向量,  $k_i^0$  为厚度为 1 时的刚度矩阵。可以看出单元的刚度与厚度的三次幂成正比。那么就可以用式(5)对蒙皮厚度进行修正

$$h_i(t+1) = \begin{cases} h_i & \eta_2 h_i(t+1) < \bar{h}_i \\ \bar{h}_i & \eta_2 h_i(t+1) > \bar{h}_i \\ \eta_2 h_i(t+1) & \text{其他} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

式中  $\eta_2$  为蒙皮厚度修正系数,且

$$\eta_2 = \sqrt[3]{(1.1 \sim 1.5) \max(\sigma_{is} / \sigma_s, i = 1, 2, \dots, n)} \quad (6)$$

采用以上更新列式可以使所有单元同时增厚或者减小  $\eta_2$  倍,既使得蒙皮厚度分布满足应力约束条件,又增加了计算的收敛速度。在优化过程的前期,此修正起很大作用,但在优化过程的后期由

于单元厚度比较稳定,最大应力比接近于 1,此修正作用会变得不显著。

当在对机翼蒙皮厚度进行优化迭代时,考虑达到规定的最大迭代次数或者以下条件为迭代停止准则

$$\max(\text{abs}(h_i(t+1) - h_i(t)) - \epsilon_i, i = 1, 2, \dots, n) \leq 0 \quad (7)$$

即前后两次迭代过程中的单元蒙皮厚度最大差异小于  $\epsilon_i$ 。本文中对于金属材料蒙皮取  $\epsilon_i = 0.01(\bar{h}_i - \underline{h}_i)$ 。

进行满应力优化设计的流程如图 3 所示。

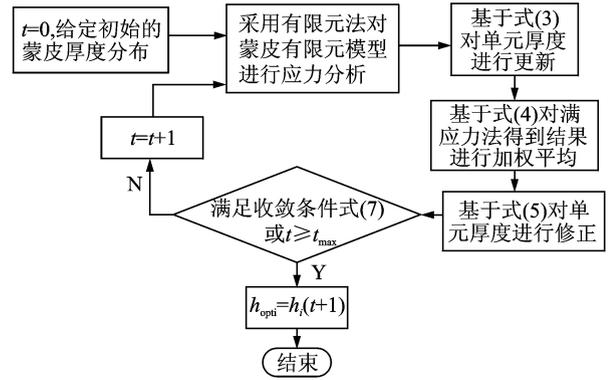


图 3 基于满应力蒙皮厚度优化设计流程图

Fig.3 Flowchart of the thickness optimization for the skin of wing based on full stress rule

### 3 复合材料机翼蒙皮优化

当蒙皮为复合材料时需要考虑蒙皮应力满足 Hill-蔡准则

$$k_{i,j}(\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}) = \frac{\sigma_{i1,j}^2}{X^2} - \frac{\sigma_{i1} \sigma_{i2,j}}{X^2} + \frac{\sigma_{i2,j}^2}{Y^2} + \frac{\tau_{i12,j}^2}{S^2} - 1$$

其中:  $j$  代表复合材料的铺层序号;  $\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}$  分别代表第  $i$  个蒙皮单元第  $j$  铺层纤维方向的应力,基体方向的应力以及剪切应力;  $X$  为纤维方向强度;  $Y$  为基体方向强度;  $S$  为面内剪切强度。那么第  $i$  个蒙皮单元其第  $j$  层厚度的更新公式可以表示为

$$h_{i,j}(t+1) = h_{i,j}(t) + x_0 \eta_1 k_{i,j}(\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}) \quad (8)$$

此时参考步长  $x_0$  可取为  $0.1 \sim 0.2(\bar{h}_{i,j} - \underline{h}_{i,j})$ 。

当蒙皮选用复合材料时,厚度的邻域内加权平均公式可以类推为

$$h_{e,j}(t+1) = \frac{\sum_{i \in N_e} w(x_i) h_{i,j}(t+1)}{\sum_{i \in N_e} w(x_i)} \quad (9)$$

在进行厚度加权平均后,蒙皮铺层厚度修正公式可以同理推得

$$h_{i,j}(t+1) = \begin{cases} \bar{h}_{i,j} & \eta_2' h_{i,j}(t+1) < \bar{h}_{i,j} \\ \eta_2' h_{i,j}(t+1) & \eta_2' h_{i,j}(t+1) > \bar{h}_{i,j} \\ \eta_2' h_{i,j}(t+1) & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

式中  $\eta_2$  为蒙皮铺层厚度修正系数

$$\eta_2' = \sqrt[3]{(1.1 \sim 1.5) \max(k_{i,j}(\sigma_{i1,j}, \sigma_{i2,j}, \tau_{i12,j}))} \quad (11)$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ 。当在对机翼复合材料蒙皮铺层厚度进行优化迭代时,考虑达到规定的最大迭代次数或者以下条件为迭代停止准则

$$\max(\text{abs}(h_{i,j}(t+1) - h_{i,j}(t)) - \epsilon_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m) \leq 0 \quad (12)$$

即前后两次迭代过程中的单元蒙皮铺层厚度最大的差异小于  $\epsilon_{i,j}$ 。本文中对于复合材料蒙皮取  $\epsilon_{i,j} = 0.05(\bar{h}_{i,j} - \underline{h}_{i,j})$ 。

### 4 算 例

如图4所示四边固支的蒙皮有限元模型,  $xy$  平面内的4个顶点坐标为  $(0, -120), (0, 524), (687, 120), (687, 677)$ , 其单位为 mm。蒙皮高度  $z$  和作用在蒙皮表面的压强  $p$  近似表示为:  $z(x, y) = 305 + 0.0388y - 0.056x$ ,  $p(x, y) = 5 \times 10^{-2} - 2.6 \times 10^{-5}y + 7.5 \times 10^{-6}x$ 。蒙皮近似均匀划分为  $70 \times 35$  个四边形板单元。

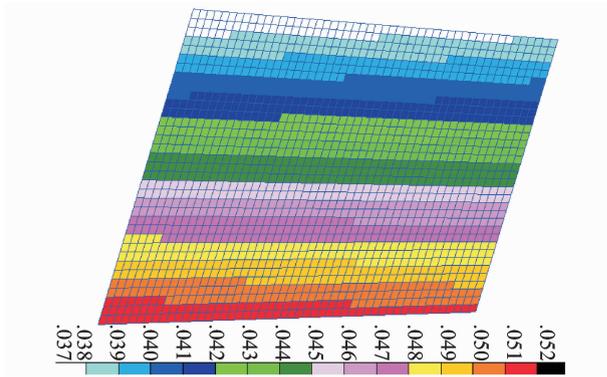


图4 有限元模型上的气动压力分布

Fig. 4 Distribution of pressure of finite model

当蒙皮为铝合金材料时其弹性模量  $E_1 = 68$  GPa,泊松比  $\nu = 0.28$ ,密度为  $2700 \text{ kg/m}^3$ ;许用应力  $E_1 = 260$  MPa。单元厚度的下界为 1 mm,上界为 8 mm。当蒙皮为 T300/5208 材料时,材料各

个方向的弹性模量、剪切模量、泊松比分别为  $E_1 = 180$  GPa,  $E_2 = 10$  GPa,  $G_{12} = 7.2$  GPa,  $\nu = 0.28$ ,材料的密度为  $1600 \text{ kg/m}^3$ 。纤维方向应力强度为  $1063$  MPa,基体方向应力强度为  $51$  MPa,面内剪切强度为  $83$  MPa。复合材料由单层板按照  $(0^\circ/45^\circ/-45^\circ)_s$  对称铺设而成。各个单元铺层厚度的下界为  $0.15$  mm,上界为  $1$  mm。

当材料选用铝合金材料时,通过本文提出的满应力法进行优化可以得到如图5所示的具有连续性的蒙皮厚度分布。从图6的金属材料蒙皮 Von Mises 应力分布来看,采用满应力方法得到结果应力分布比较均匀。

由于复合材料的应力失效准则以及弹性模量在各个方向的差异性,所以如图5,7所示采用满应力方法得到复合材料蒙皮与金属蒙皮最优厚度分布有很大不同。但是采用两种材料得到结果都是中间单元厚度要比周围单元的厚度大一些。同时如图8所示,无论材料选用金属材料或复合材料,采用满应力法可以快速地收敛到一个满应力解。

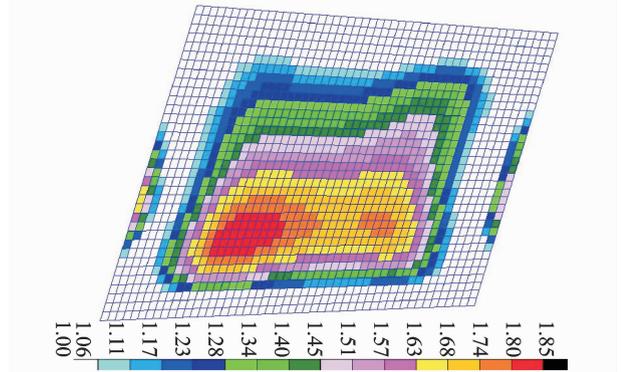


图5 金属材料蒙皮厚度分布

Fig. 5 Distribution of the thickness of metal skin

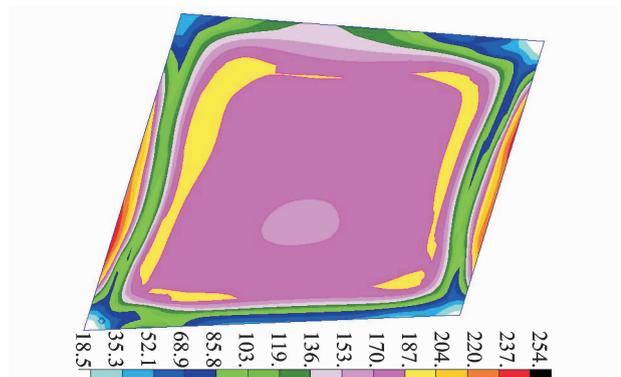


图6 金属材料蒙皮 Von Mises 应力分布

Fig. 6 Distribution of Von Mises stress

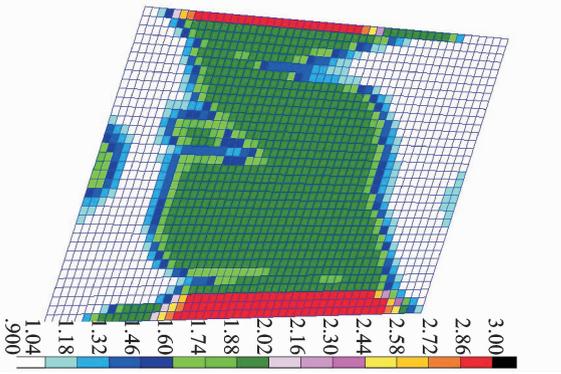


图7 复合材料蒙皮厚度分布

Fig. 7 Distribution of the thickness of composite skin

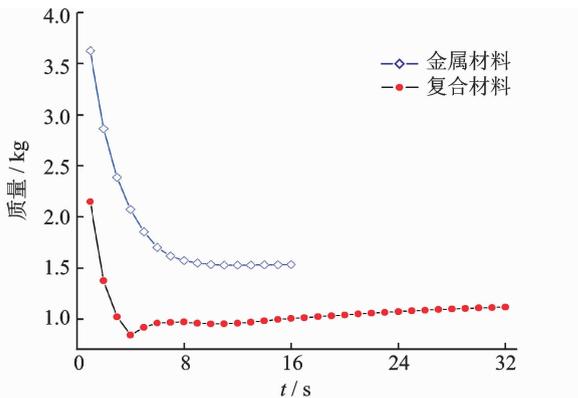


图8 蒙皮质量时间历程图

Fig. 8 Iteration history of the weight of wing skin

## 5 结束语

本文提出一种基于有限元与满应力方法的蒙皮厚度分布的工程优化算法。该方法简单易行,在减轻飞行器蒙皮质量的同时使得蒙皮满足许用应力的要求。该方法同时适用于金属材料蒙皮和复合材料蒙皮。由于复合材料的应力失效准则以及弹性模量在各个方向的差异性,所以采用满应力方法得到复合材料蒙皮与金属蒙皮最优厚度分布有很大不同。由于满应力方法建立在直观的物理概念基础上,没有显式地考虑优化目标,最终的结果不能保证全局最优。期待其他更好的优化方法对本问题进行研究。

## 参考文献:

- [1] 酆正能,程小泉,方卫国. 飞行器结构力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.  
Li Zhengneng, Cheng Xiaoquan, Fang Weiguo. Aircraft structural mechanics [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press,2003.
- [2] 沈观林,胡更开. 复合材料力学[M]. 北京:清华大学出版社,2006.  
Shen Guanlin, Hu Gengkai. Mechanics of composite

materials [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.

- [3] 常楠,赵美英,王伟,等. 基于 PATRAN/NASTRAN 的复合材料机翼蒙皮优化设计[J]. 西北工业大学学报,2006,24(3):326-329.  
Chang Nan, Zhao Meiyong, Wang Wei, et al. Efficiently optimizing skin of composite wing structure with PATRAN/NASTRAN [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(3): 326-329.
- [4] 李太鹏,徐元铭. 基于 PATRAN-NASTRAN 的复合材料结构铺层的分级优化设计方法[J]. 固体火箭技术,2004,27(4):308-315.  
Li Taipeng, Xu Yuanming. A multilevel optimization for layer design of composite structures based on PATRAN/NASTRAN [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2004, 27(4): 308-315.
- [5] Gu Yuanxian, Zhao Guozhong. Design optimization of composite laminated plates with sub-layer variable method[R], AIAA 2002-1219,2002.
- [6] Wang Wei, Yang Wei, Chang Nan. Integration shape and sizing optimization of composite wing structure based on response surface method[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008,25(2):94-100.
- [7] 张磊,邱志平. 基于协同优化方法的多学科非概率可靠性优化设计[J]. 南京航空航天大学学报,2010,42(3):267-271.  
Zhang Lei, Qiu Zhiping. Multidisciplinary non-probabilistic reliability optimization based on collaborative optimization method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 42(3): 267-271.
- [8] 唐振杰,李玉龙. 基于等效刚度矩阵的复合材料机翼盒段优化设计[J]. 南京航空航天大学学报,2011,43(4):521-525.  
Tang Zhenjie, Li Yulong. Timization design for box of composite wing based on effective stiffness matrix [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2011, 43(4): 521-525.
- [9] 程耿东. 工程结构优化设计基础[M]. 北京:水利电力出版社,1983.  
Cheng Gengdong. Engineering structural optimization design basis [M]. Beijing: Water Power Press, 1983.
- [10] 钱令希. 工程结构优化设计 [M]. 北京:水利电力出版社,1983.  
Qian Lingxi. Engineering structural optimization design [M]. Beijing: Water Power Press, 1983.
- [11] Bourdin B. Filters in topology optimization [J]. Int J Numer Methods Eng, 2001,50(9):2143-2158.
- [12] Bruns T E. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms [J]. Comput Methods Appl Mech Eng, 2001,190(26/27):3443-3459.

