

## 层合板混合模式分层扩展能量准则评估

吴义韬<sup>1</sup> 姚卫星<sup>2</sup> 沈浩杰<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京, 210016;

2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京, 210016)

**摘要:**对文献中已出现的复合材料层合板混合模式分层扩展能量准则进行了总结。在 Reeder 的研究基础上, 采用 11 种材料的 22 组试验数据对其中 10 种分层扩展准则的预测能力进行比较全面的评估分析。评估结果表明: 为兼顾准则表达式的繁简程度与准则的预测精度, 选用三参数 B-K 准则和四参数 Power-Law 准则相对最优。本文研究能够为复合材料分层扩展行为研究中分层扩展准则的选用提供合理的参考依据。

**关键词:**复合材料层合板; 分层; 失效准则; 混合模式

**中图分类号:** V258.3      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2014)03-0364-07

## Evaluation of Mixed-Mode Energy-Based Delamination Growth Criteria of Laminated Composites

Wu Yitao<sup>1</sup>, Yao Weixing<sup>2</sup>, Shen Haojie<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** Mixed-mode energy-based delamination growth criteria of laminated composites are summarized after an extensive literature survey. Ten criteria of them are analyzed comprehensively based on Reeder's research using 22 groups of test data from 11 kinds of materials. Evaluation results show that, B-K criterion with three parameters and Power-Law criterion with four parameters are relatively better considering the complexity of the expression and the prediction accuracy. This study contributes for the choice of the proper criteria in the analysis of delamination growth behaviors in future.

**Key words:** laminated composites; delamination; failure criterion; mixed-mode

分层是纤维增强复合材料层合板的主要损伤模式之一。分层损伤能显著降低层合板结构的强度和刚度, 加速结构失稳发生, 甚至造成结构灾难性的毁坏。由于其不易发现和检出, 分层损伤严重威胁着复合材料结构的稳定性和完整性。

复合材料层合板分层是一种层间界面断裂行为。预测分层扩展行为最常用的方法是比较分层

扩展过程中能量释放率与临界能量释放率的大小。当层间裂纹尖端区域的总能量释放率( $G_T$ )大于临界能量释放率( $G_c$ )时, 则认为分层扩展, 新的层间裂纹面产生。分层损伤过程中能量释放率与层间界面应力状态和破坏模式有关<sup>[1-2]</sup>。单轴层间应力下, 分层损伤可分为 I 型、II 型和 III 型模式。实际服役过程中, 层间应力状态复杂, 分层损伤多为 I/

**基金项目:**国家自然科学基金(11202098)资助项目;江苏省高校优势学科建设工程资助项目。

**收稿日期:** 2013-12-24; **修订日期:** 2014-03-02

**通信作者:** 姚卫星, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn。

II 型或者 I/II/III 型混合模式。由于 III 型能量释放率不易测量和分离, 试验常常集中在 I/II 型混合模式下的分层扩展研究。

余种基于能量释放率表达的分层扩展判定准则。本文将文献中已出现的分层扩展准则进行了归纳, 总结于表 1 中。由于 III 型难以测定, 且截止目前还没有合适的包含 III 型断裂的混合模式分层扩展

对分层扩展行为的研究, 研究者已提出了 10

表 1 基于能量释放率表达的混合模式分层扩展准则

Tab. 1 Mixed-mode delamination growth criteria expressed with energy release rate

时间	准则	表达式	临界能量释放率参数	拟合参数
	Single-mode	$G_I^m = G_{Ic}, G_{II}^m = G_{IIc}$	2	0
	Linear	$\frac{G_I^m}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} = 1$	2	0
1983	$K_I^{[6]}$	$G_I^m = G_{IIc} - (G_{IIc} - G_{Ic}) \sqrt{\frac{G_I^m}{G_{Ic}}}$	2	0
1984	Power-Law <sup>[7]</sup>	$\left(\frac{G_I^m}{G_{Ic}}\right)^{c_1} + \left(\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}}\right)^{c_2} = 1$	2	2
1984	Hackle <sup>[8]</sup>	$G_I^m = (G_{Ic} - c_1) + c_1 \sqrt{1 + \frac{G_{II}^m}{G_{Ic}} \sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}}$	1	1
1985	Exponential-Hackle <sup>[9]</sup>	$G_I^m = (G_{Ic} - G_{IIc}) e^{c_1 \langle 1-N \rangle} + G_{IIc}$ 式中, $N = \sqrt{1 + \frac{G_{II}^m}{G_{Ic}} \sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}}$	2	1
1987	Exponential- $K_I/K_{II}^{[10]}$	$G_I^m = (G_{IIc} - G_{Ic}) e^{-\left(\frac{G_I^m}{G_{II}^m}\right)^{1/c_1}} + G_{Ic}$	2	1
1987	COD <sup>[11]</sup>	mode I: $\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{E_{22}}{E_{11}}} \left(\frac{G_{Ic}}{G_I^m} - \frac{G_{Ic}}{G_{Ic}}\right)$ mode II: $\frac{G_I^m}{G_{Ic}} = 3 \sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}} \left(\left(\frac{G_{IIc}}{G_{Ic}}\right)^2 \frac{G_{Ic}}{G_{II}^m} - \frac{G_{II}^m}{G_{Ic}}\right)$	2	0
1990	Interaction <sup>[12]</sup>	$\left(\frac{G_I^m}{G_{Ic}} - 1\right) \left(\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} - 1\right) - c_1 \frac{G_I^m}{G_{Ic}} \frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} = 0$	2	1
1991	Linear-Interaction <sup>[13]</sup>	$\left(\frac{G_I^m}{G_{Ic}} - 1\right) \left(\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} - 1\right) - K \frac{G_I^m}{G_{Ic}} \frac{G_{II}^m}{G_{IIc}} = 0$ 其中, $K = c_1 + c_2 \left(\frac{G_I^m}{G_{Ic} + G_{II}^m}\right)$	2	2
1991	Polynomial <sup>[14]</sup>	$G_I^m = G_{Ic} + c_1 \left(\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}}\right) + c_2 \left(\frac{G_{II}^m}{G_{IIc}}\right)^2$	1	2
1993	Bilinear <sup>[1]</sup>	$G_I^m = c_1 G_{II}^m + G_{Ic}$ for $\frac{G_I^m}{G_{II}^m} \geq 1.0$ $G_I^m = c_2 (G_{II}^m - G_{IIc})$ for $\frac{G_I^m}{G_{II}^m} \leq 1.0$	2	2
1996	B-K <sup>[15]</sup>	$G_I^m = G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left(\frac{G_{II}^m}{G_I^m + G_{II}^m}\right)^{c_1}$	2	1
2007	LIBC <sup>[5]</sup>	$G_I^m = \frac{G_{Ic}}{1 - (1 + c_1) \left(\frac{G_{II}^m}{G_I^m}\right)}$ for $0 \leq \frac{G_{II}^m}{G_I^m} \leq Z$ $G_I^m = \frac{c_2 G_{IIc}}{(1 + c_2) \left(\frac{G_{II}^m}{G_I^m}\right) - 1}$ for $Z \leq \frac{G_{II}^m}{G_I^m} \leq 1$ $c_1 = \frac{(1-Z)G_c(Z) - G_{Ic}}{ZG_c(Z)}$ $c_2 = \frac{(1-Z)G_c(Z) - G_{Ic}}{ZG_c(Z) - G_{IIc}}$	3	0

$G_I^m(Z)$  is obtained from SLB test or MMB test at  $Z \approx 0.4$

测试方法。因而,大部分混合模式分层扩展准则建立的是关于 I 型和 II 型能量释放率之间的关系。在分层扩展模拟分析中,为了方便处理,通常直接将 II 型和 III 型能量释放率合并为层间剪切能量释放率<sup>[3-4]</sup>,即  $G_{\text{shear}} = G_{\text{II}} + G_{\text{III}}$ 。

Reeder<sup>[1]</sup>对早期的混合模式分层扩展准则作了比较详细的回顾,采用了三组试验数据对部分分层扩展准则以及作者提出的双线性准则进行了评比。Reeder 指出:Single-Mode 准则没有反映混合模式比对能量释放率的变化,无法合理表征混合模式分层扩展行为;Hackle 准则和 COD 准则在接近纯 II 型模式时,会预测得出无限大的  $G_{\text{II}}^{\text{m}}$  值,结果与实际不符;Polynomial 准则在随着 I 型能量占比的减小,会出现  $G_{\text{I}}^{\text{m}}$  非常大或者  $G_{\text{I}}^{\text{m}}$  和  $G_{\text{II}}^{\text{m}}$  同时趋向于 0 的两种情形,显然这两种情况都是不切实际的。Davidson 等人<sup>[5]</sup>采用多组试验数据,只对自己提出的 LIBC 准则(Limited input bilinear criterion)的预测能力作了评估分析。其他准则提出者都只采用个别组试验数据对各自提出的准则进行了验证。截止目前,还没有研究者对分层扩展准则的预测能力进行综合性评估分析。

本文对文献中已出现的 14 种分层扩展能量准则进行了归纳总结。在 Reeder 的研究基础上,排除 Single-Mode 准则、Hackle 准则、COD 准则和 Polynomial 准则,采用 11 种材料的 22 组试验数据对剩余 10 种准则的预测能力进行全面性评估,对评估结果进行了客观性地分析和总结。

## 1 试验数据筛选

为了更广层面和更合理地评估各分层扩展准则的预测能力,本文对已发表的层状纤维增强树脂基复合材料的分层扩展试验数据进行了统计与筛选。各材料数据必须包含有独立 I 型 DCB 试验,独立 II 型 ENF 或 4ENF 试验,以及混合 I/II 型 MMB 试验的数据。在材料数据筛选过程中,还考虑以下几个限制因素:(1)预制起始分层不在试件中面的试验没有纳入评估分析;(2)分离面两侧为非 0°铺设的多向层合板的分层扩展试验没有纳入评估分析,因为在分层扩展过程中裂纹一般会偏离中面;(3)层间出现桥连现象的试验没有纳入评估分析,因为分层扩展过程中桥连纤维的拔出和断裂会耗散能量<sup>[5]</sup>,造成试验计算得到的能量值非单纯层间临界能量释放率值;(4)少于 5 个实测能量混合模式比的分层扩展试验没有纳入评估分析,因为表 1 准则中最多的有 4 个参数,故试验所测的模式

比个数不得少于 5 个。最后,符合上述限制条件的试验材料数据整理于表 2,其中单向带叠层材料 9 种,18 组试验数据;编织布叠层材料 2 种,4 组数据。

表 2 中,第 1 列为用于评估分析的材料名称。其中部分为相同材料的不同测试人、不同试件几何、不同试件成型方法、不同临界载荷的试验。AS4/3501-6 和 AS4/PEEK 材料考虑了不同学者所作的试验,T800/924 考虑了不同几何形式,T300/934 试验考虑了 3 种热压成型方式(ATM 为热压罐成型,CM 为压缩成型,CMV 为真空辅助压缩成型),E-glass/DGEBA 考虑不同几何形式和不同临界载荷计算方式。第 2 列为参考文献来源。第 3 列为试验测得的模式比的个数,模式比越多,对评估的价值越大。第 4 列为与计算临界释放率对应的临界载荷的确定方式。其中,Onset 为刚要起裂时对应的载荷,Max 为外载荷-位移( $P \sim \delta$ )曲线中的峰值载荷,AE 为声发射首次检测到分层损伤对应的载荷,NL 为  $P \sim \delta$  曲线中偏离线性的点对应的载荷,5% 为  $P \sim \delta$  曲线上斜率比线性段斜率降低了 5% 的点对应的载荷。第 5 列为预制裂纹的方式。Insert 为试件制作过程中预置了塑料薄膜。T800/924 分层扩展试验中<sup>[2]</sup>,除了置入塑料薄膜外,还在 75% 的 I 型模式载荷下进行了 5 mm 的起始扩展,以此作为预制裂纹方式。第 6 列从参考文献中获取试验数据的方式,其中,Extracted 为从数据图中提取数据,Tabulated 为从数据表格中提取数据。Mean,CV,SD 分别为试验均值、变异系数和标准差,表明在文献中已给出。另外,C12K/R6376 材料和 AS4/3501-6(Mathews)材料都组合了 SLB 试验得到的数据,T800H/3900-2 材料合并了两批试验件测得的数据。

## 2 准则评估

### 2.1 评估方案

基于引言中所述,排除了 Single-Mode 等 4 种准则,本文对表 1 中剩余 10 种混合模式分层扩展准则进行评估。采用表 2 中 22 组试验数据对各分层扩展准则进行最小二乘法拟合,拟合精度可以拟合度  $R^2$  来评定。 $R^2$  越接近于 1 时,表示拟合越精准,即意味着该准则对试验数据越吻合。根据拟合度  $R^2$  的大小和准则参数的个数来综合评价各准则预测能力。拟合度  $R^2$  越接近于 1,准则参数个数越少,表明该准则的预测能力越强。拟合度  $R^2$  的计算公式如下

表 2 用于分层扩展准则评估分析的材料  
 Tab. 2 Materials used for evaluation of delamination growth criteria

材料	文献	模式比	临界载荷	预开裂形式	离散数据
Unidirectional tape					
C12K/R6376	Ref <sup>[16]</sup>	7	Onset	Insert	Extracted, SLB test Combined
T800H/3900-2	Ref <sup>[17]</sup>	6	Onset	Insert	Extracted, Two batches materials
IM7/977-2	Ref <sup>[1]</sup>	6	NL	Insert	Extracted
AS4/3501-6 Reeder	Ref <sup>[1]</sup>	6	NL	Insert	Extracted
T300/HS-160-REM	Ref <sup>[18]</sup>	6	Max	Insert	Extracted, Only mean applied
T800/924, dry 40 mm crack	Ref <sup>[2]</sup>	6		5 mm precrack from insert	Extracted, Mean only Less fiber bridging
T800/924, dry 60 mm crack	Ref <sup>[2]</sup>	6		5 mm precrack from insert	Extracted, Mean only Less fiber bridging
T800/924, wet 60 mm crack	Ref <sup>[2]</sup>	6		5 mm precrack after insert	Extracted, Mean only Less fiber bridging
E-glass/DGEBA 16 plies(AE)	Ref <sup>[19]</sup>	6	AE	Insert	Tabulated, Mean and CV
E-glass/DGEBA 16 plies(NL)	Ref <sup>[19]</sup>	6	NL	Insert	Tabulated, Mean and CV
E-glass/DGEBA 16 plies (5%)	Ref <sup>[19]</sup>	6	5% offset	Insert	Tabulated, Mean and CV
E-glass/DGEBA 24 plies(AE)	Ref <sup>[19]</sup>	6	AE	Insert	Tabulated, Mean and CV
E-glass/DGEBA 24 plies(NL)	Ref <sup>[19]</sup>	6	NL	Insert	Tabulated, Mean and CV
E-glass/DGEBA 24 plies (5%)	Ref <sup>[19]</sup>	6	5% offset	Insert	Tabulated, Mean and CV
IM7/5260	Ref <sup>[20]</sup>	5	Max	Insert	Tabulated, Mean and CV
AS4/3501-6 Mathews, et al	Ref <sup>[21]</sup>	5	Onset	Insert	Tabulated, SLB test Combined
AS4/PEEK Reeder	Ref <sup>[1]</sup>	5	NL	Insert	Extracted
AS4/PEEK Camanho, et al	Ref <sup>[4, 22]</sup>	5		Insert	Tabulated, Mean only
Woven Fabric					
T300/934, ATM	Ref <sup>[23]</sup>	6	Onset	Insert, Marked	Tabulated, Mean and SD
T300/934, CM	Ref <sup>[23]</sup>	6	Onset	Insert, Marked	Tabulated, Mean and SD
T300/934, CMV	Ref <sup>[23]</sup>	6	Onset	Insert, Marked	Tabulated, Mean and SD
IM7/8552	Ref <sup>[24]</sup>	5	Onset	Insert	Mean and SD for DCB and 4ENF only

$$R^2 = 1 - \frac{\sum [(G_{c,i}^{\text{Exp}} - G_{c,i}^{\text{P}})^2]}{\sum [(G_{c,i}^{\text{Exp}})^2] - \left(\frac{1}{N}\right) [\sum G_{c,i}^{\text{Exp}}]^2} \quad (1)$$

式中： $i$  从 1 到  $N$  作求和运算， $N$  为试验所测的混合模式比数目； $G_{c,i}^{\text{Exp}}$  为试验测得的第  $i$  种模式比的临界能量释放率的均值； $G_{c,i}^{\text{P}}$  为分层扩展准则预测得到的对应第  $i$  种模式比的能量释放率值。

## 2.2 评估结果与分析

对表 2 中的 22 组试验数据，采用各分层扩展准则拟合，计算得到的各准则的拟合度列于表 3。22 组试验数据对各个准则的平均拟合度见表 3。从表中数据可以分析得出：

(1) 四参数的 Power-Law 准则、Linear-Inter-

action 准则和 Bilinear 准则由于各有两个拟合参数，拟合度明显优于其他准则。3 种四参数准则对比分析，Power-Law 准则预测能力相对更优，对各组材料数据的拟合度都在 0.94 以上，且该准则形式简单，在分层扩展仿真分析中广泛采用。但从 Power-Law 准则对各组数据的拟合曲线分析得出，当 I 型能量释放率随着  $G_{\text{II}}/G_{\text{T}}$  的增大出现先增大后减小的情形时，Power-Law 准则无法合理描述。

(2) 三参数的 Exponential-Hackle 准则、Exponential- $K_{\text{I}}/K_{\text{II}}$  准则、Interaction 准则、B-K 准则和 LIBC 准则的拟合度较好。从表中结果对比分析可知，Exponential-Hackle 准则和 B-K 准则预测

表 3 各混合模式准则的拟合度

Tab. 3 Goodness of fit of mixed-mode criteria

Goodness of fit ( $R^2$ )	Linear	$K_{\text{I}}$	Power-Law	Exp-Hac.	Exp- $K_{\text{I}}/K_{\text{II}}$	Interaction	Linear-Int.	Bilinear	B-K	LIBC
Unidirectional tape										
C12K/R6376	0.970	0.949	0.999	0.976	0.819	0.985	0.997	0.999	0.991	0.990
T800H/3900-2	0.541	0.068	0.994	1.000	0.752	0.940	0.993	0.995	0.997	0.976
IM7/977-2	0.743	0.556	0.993	0.995	0.999	0.944	0.999	1.000	0.998	0.991
AS4/3501-6, Reeder.	0.873	0.744	0.994	0.973	0.976	0.915	0.997	0.998	0.962	0.982
T300/HS-160-REM	0.944	0.799	0.999	0.991	0.997	0.996	0.999	0.999	0.999	0.958
T800/924, dry, 40 mm	0.332	0.573	0.997	0.766	0.354	0.916	1.000	0.952	0.797	0.918
T800/924, dry, 60 mm	0.532	0.773	0.998	0.962	0.446	0.997	0.999	0.996	0.974	0.978
T800/924, wet, 60 mm	0.892	0.981	0.995	0.992	0.804	0.987	0.994	0.989	0.970	0.976
E-glass/DGEBA, 16, AE	0.678	0.464	0.985	0.998	0.996	0.911	0.985	0.998	0.999	0.959
E-glass/DGEBA, 16, NL	0.695	0.462	0.981	0.996	0.978	0.937	0.972	0.993	0.989	0.955
E-glass/DGEBA, 16, 5%	0.509	0.268	0.964	0.949	0.903	0.909	0.935	0.973	0.933	0.869
E-glass/DGEBA, 24, AE	0.677	0.476	0.981	0.997	0.988	0.921	0.968	0.997	0.992	0.976
E-glass/DGEBA, 24, NL	0.802	0.621	0.998	0.989	0.991	0.964	0.999	0.998	0.998	0.946
E-glass/DGEBA, 24, 5%	0.980	0.912	1.000	0.997	0.865	0.996	0.999	1.000	0.984	0.992
IM7/5260	0.930	0.885	0.999	0.988	0.922	0.998	0.999	0.999	0.997	0.968
AS4/3501-6, Mathews	0.963	0.985	1.000	0.995	0.866	0.999	1.000	1.000	0.979	0.995
AS4/PEEK, Reeder	0.568	0.131	0.945	0.879	0.648	0.891	0.908	0.843	0.851	0.731
AS4/PEEK, Camanho	0.925	0.977	0.990	0.985	0.963	0.980	0.989	0.984	0.957	0.978
Woven Fabric										
T300/934, ATM	0.873	0.675	0.993	0.950	0.931	0.970	0.987	0.970	0.944	0.873
T300/934, CM	0.978	0.887	0.995	0.979	0.995	0.984	0.989	0.989	0.993	0.981
T300/934, CMV	0.907	0.789	0.979	0.940	0.956	0.934	0.951	0.981	0.946	0.942
IM7/8552	0.991	0.987	1.000	0.991	0.852	0.995	0.999	0.998	0.998	0.996
Average	0.786	0.680	0.990	0.968	0.864	0.958	0.985	0.984	0.966	0.951

能力相当,且优于其他 3 种三参数准则。相比于 Exponential-Hackle 准则, B-K 准则形式简单,除个别组数据外,该准则对其余组数据的拟合程度都很高。B-K 准则在分层扩展仿真分析中广泛采用。LIBC 准则中没有拟合参数,只需要 3 个试验确定 3 个临界能量释放率就可表达给出,该准则相对简单有效。

(3) 双参数的 Linear 准则和  $K_I$  准则的预测能力不强,因为这两个准则表达式中除了需要独立 I 型和独立 II 型临界释放率外,没有其他拟合参数。从表中结果可以看出,这两个准则除了对个别材料预测较好外,大部分预测都不准确,总体预测能力差。

### 3 结束语

本文对文献中已出现的 14 种混合模式分层扩展能量准则进行了总结,采用 11 种材料的 22 组试验数据对其中 10 种分层扩展准则的预测能力进行了综合评估。评估结果表明:为了兼顾准则的预测精度与准则表达式的繁简程度,选用三参数 B-K 准则和四参数 Power-Law 准则相对最优,该两种准则也是目前复合材料层合板分层扩展研究中广泛采用的准则。本文研究能为后续科研工作者在选用恰当分层扩展准则及参数进行层间性能预测与失效分析时提供合理的参考依据。

### 参考文献:

- [1] Reeder J R. An evaluation of mixed-mode delamination failure criteria[R]. NASA, 1992.
- [2] Greenhalgh E S, Singh S. The effect of moisture, matrix and ply orientation on delamination resistance, failure criteria and fracture morphology in CFRP[M]. Composite Materials: Testing, Design and Acceptance Criteria, ASTM International, 2002; 221-234.
- [3] Li J, Sen J K. Analysis of frame-to-skin joint pull-off tests and prediction of the delamination failure[C]// 42th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Seattle, WA, U. S. A: [s. n.], 2000.
- [4] Camanho P P, Dávila C G. Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials[R]. [S. l.]: National Aeronautics and Space Administration, 2002.
- [5] Davidson B D, Zhao W. An accurate mixed-mode delamination failure criterion for laminated fibrous composites requiring limited experimental input [J]. Journal of Composite Materials, 2007, 41(6): 679-702.
- [6] Hahn H T. A mixed-mode fracture criterion for composite materials[J]. Composites Technology Review, 1983(5):26-29.
- [7] Whitcomb J D. Analysis of instability-related growth of a through-width delamination[R]. NASA, 1984.
- [8] Hahn H T, Johannesson T. A correlation between fracture energy and fracture morphology in mixed-mode fracture of composites[J]. Mechanical behaviour of materials-IV, 1984(1):431-438.
- [9] Donaldson S L. Fracture toughness testing of graphite/epoxy and graphite/PEEK composites[J]. Composites, 1985, 16(2):103-112.
- [10] White S R. Mixed-mode interlaminar fracture of graphite/epoxy composites[D]. Saint Louis, Missouri: Washington University, 1987.
- [11] Hashemi S, Kinloch A J, Williams J G. Interlaminar fracture of composite materials[C]//6th ICCM & 2nd ECCM Conference Proceedings. London: Elsevier Applied Science, 1987.
- [12] Hashemi S, Kinloch A J, Williams J G. The effects of geometry, rate and temperature on the mode I, mode II and mixed-mode I/II interlaminar fracture of carbon-fibre/poly composites [J]. Journal of Composite Materials, 1990, 24(9):918-956.
- [13] Hashemi S, Kinloch A J, Williams J G. Mixed-mode fracture in fiber-polymer composite laminates[M]. [S. l.]: Composite Materials: Fatigue and Fracture, 1991.
- [14] Yan X Q, Du S Y, Duo W. An engineering method of determining the delamination fracture toughness of composite laminates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1991, 39(4):623-627.
- [15] Benzeggagh M L, Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus[J]. Composites Science and Technology, 1996(56):439-449.
- [16] Davidson B, Fariello P, Hudson R, et al. Accuracy assessment of the singular-field-based mode-mix decomposition procedure for the prediction of delamination[M]. Composite Materials: Testing and Design, Thirteenth Volume, ASTM International, 1997:109-128.
- [17] Davidson B D, Bialaszewski R D, Sainath S S. A

- non-classical, energy release rate based approach for predicting delamination growth in graphite reinforced laminated polymeric composites[J]. *Composites Science and Technology*, 2006, 66(10):1479-1496.
- [18] Pereira A B, de Morais A B. Mixed mode I+II interlaminar fracture of carbon/epoxy laminates [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2008, 39(2):322-333.
- [19] Ducept F, Davies P, Gamby D. An experimental study to validate tests used to determine mixed mode failure criteria of glass/epoxy composites[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1997, 28(8):719-729.
- [20] Shivakumar K N, Crews J H, Avvat V S. Modified mixed-mode bending test apparatus for measuring delamination fracture toughness of laminated composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 1998(32): 804-828.
- [21] Mathews M J, Swanson S R. Characterization of the interlaminar fracture toughness of a laminated carbon/epoxy composite [J]. *Composites Science and Technology*, 2007, 67(7/8):1489-1498.
- [22] Camanho P P, Davila C G, de Moura M F. Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials[J]. *Journal of Composite Materials*, 2003, 37(16):1415-1438.
- [23] Adeyemi N B, Shivakumar K N, Avva V S. Delamination fracture toughness of woven-fabric composites under mixed-mode loading[J]. *AIAA Journal*, 1999, 37(4):517-520.
- [24] Paris I, Minguet P J, O'Brien T K. Comparison of delamination characterization for IM7/8552 composite woven and tape laminates[J]. *Composite Materials: Testing and Design*, 2003, 14:372-390.