

基于 Kriging 模型的结构耐撞性优化

何欢^{1,2} 朱广荣^{1,3} 何成¹ 陈国平^{1,2}

(1. 南京航空航天大学振动工程研究所, 南京, 210016;

2. 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京航空航天大学, 南京, 210016;

3. 中国商用飞机上海飞机设计研究院, 上海, 201210)

摘要:提出了基于 Kriging 模型的耐撞性优化方法。首先就 Kriging 模型的构造方法及其精度评估问题进行了讨论;然后,以薄壁管为研究对象,采用瞬态非线性有限元分析程序作为计算核心,以薄壁管的直径和壁厚为优化变量,以最大撞击载荷为目标函数,薄壁管的最大压缩量等作为约束函数,构造了基于 Kriging 模型的全局近似函数来逼近真实的优化目标函数与约束函数;随后,提出了提高全局近似函数精度的 Kriging 模型更新方法,改进了优化设计分析流程;最后,在所构造的全局近似函数的基础上,采用遗传算法进行优化分析。算例分析结果表明,该方法构造的最大撞击载荷与最大压缩量的全局近似函数在最优解处与真实解非常吻合,说明了 Kriging 模型的有效性。

关键词:Kriging 模型;全局近似函数;耐撞性;优化

中图分类号:V221

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2014)02-0297-07

Crashworthiness Optimization Based on Kriging Metamodeling

He Huan^{1,2}, Zhu Guangrong^{1,3}, He Cheng¹, Chen Guoping^{1,2}

(1. Institute of Vibration Engineering Research, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. State Key Lab of Mechanics and Control for Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

3. Shanghai Aircraft Design & Research Institute, Commercial Aircraft Corporation of China, Ltd., Shanghai, 201210, China)

Abstract: A crashworthiness optimization method based on Kriging metamodeling is proposed. Construction of the Kriging metamodeling method and its evaluation of the accuracy criteria are discussed firstly. Transient nonlinear finite element method is employed to model the crush process of thin-walled tube. Secondly, radius and thickness of the tube are defined as independent design variables and the global approximation model is built based on Kriging metamodeling with the maximum impact load and the maximum crush length defined as optimal object and constraints function respectively. Then, an updating strategy of Kriging metamodeling is introduced to improve accuracy of the global approximation and the optimization process is introduced too. Finally, both object and constraint functions obtained through global approximation model are coupled with genetic algorithms to perform the objective optimization.

Key words: Kriging metamodeling; global approximation function; crashworthiness; optimization

耐撞性能优化研究是结构耐撞性设计中的一个关键问题之一,也是目前工程界和理论界公认的

基金项目:江苏高校优势学科建设工程资助项目;中央高校基本科研业务费(NS2014002)资助项目。

收稿日期:2012-09-05;修订日期:2013-08-23

通信作者:何欢,男,副教授,E-mail:hehuan@nuaa.edu.cn。

难点之一。首先,由于结构冲击动力学响应与加载路径、变形历史、接触、摩擦及材料本身的性质等多种因素有关,一般无法给出结构响应等目标函数随结构参数变化的显式方程。其次,结构在强冲击载荷下的响应计算一般依赖于非线性有限元分析,对大量样本点进行计算的成本比较高昂。从优化方法来说,需要在优化过程中不断更新变量,以便找到最优解,这对有限元(Finite element, FE)分析程序的参数化建模功能提出了要求,而现有的非线性瞬态分析程序均不具备参数化建模功能。因此,根据有限个样本点构造一个函数来逼近结构耐撞性目标函数,并且利用这个近似函数替代真实目标函数进行结构耐撞性优化是一种可取的办法。在实际应用中,用得较为广泛的有经典响应面模型(Response surface model, RSM)、Kriging 模型(Kriging model, KM)和径向基函数模型(Radial basis function, RBF)等。国内外一些研究者利用全局近似函数对薄壁结构进行了耐撞性优化研究,获得了一些有益的结果。

文献[1]结合仿真分析软件 LS-DYNA 和径向基函数法建立了复合材料锥形管的最大能量吸收量的响应面模型,研究了垂直碰撞和斜碰两种情况下的缓冲吸能特性优化问题。文献[2]以薄壁管的最大能量吸收量为目标函数,结合分析软件 DYNA3D、试验设计方法和经典响应面方法构造了目标函数的响应面模型。文献[3,4]以薄壁管的半径和壁厚为优化变量,采用中心复合试验设计方法确定了样本点,然后结合仿真分析软件和经典响应面方法对薄壁管的能量吸收能力、最大撞击载荷等目标函数进行了优化求解。文献[5]将试验设计方法与响应面法相结合,研究了锥形管几何参数和重量对应力流动材料圆锥形金属管的吸能特性的影响。文献[6]利用神经网络对船体的比吸能与最大冲击过载进行了优化,取得了较好的结果。文献[7]采用 RBF 方法构造了整车正面压溃距离、侧面压溃距离以及车身质量的近似模型,并利用粒子群算法进行了多目标耐撞性优化研究。文献[8]对 RBF 若干模型在耐撞性分析中的精度进行了比较,完成了薄壁圆锥管的耐撞性优化,并用于机身抗坠毁数值模型中。近些年随着各种新型缓冲吸能材料的陆续应用^[9-10],其耐撞性能以及优化方法研究也吸引的不少研究者的注意。

文献[2~5]的研究基于经典二阶响应面模型,响应面方程为一组二阶多项式。当目标函数的非线性程度较高时,经典二阶响应面模型难以准确逼

近真实响应,而且,上述研究在建立响应面方程时缺少对响应面方程的修正过程,有可能导致响应面精度不够。文献[11]将 RSM、KM 和 RBF 几类响应面构造方法进行了对比,发现经典响应面模型与真实响应之间的近似程度相对较低,往往不能很好地满足优化分析精度要求。文献[12]总结了经典响应面模型和 Kriging 模型的优缺点,研究结果表明 Kriging 模型适用于非线性程度高的情况。文献[13]对 Kriging 进行了改进,提出了多学科仿真的改进序列 Kriging 优化方法。

本文将 Kriging 模型引入到薄壁结构耐撞性优化问题中,用于轻型飞机航空座椅的薄壁缓冲吸能管优化设计。研究了以薄壁管的几何尺寸作为设计变量,最大撞击载荷作为目标函数,薄壁管的最大压缩量作为约束条件下的薄壁圆管耐撞性优化问题。引入 Kriging 模型分别构造了目标函数和约束条件的响应面方程,并提出利用 Kriging 模型更新准则对代理模型进行修正,以提高代理模型预报精度。最后采用遗传算法对薄壁圆管进行了优化求解。

1 Kriging 模型的构造

Kriging 模型是一种基于随机过程的估计方差最小的无偏估计模型,能够非常好地逼近各种非线性函数、多峰函数等复杂函数。Kriging 模型认为逼近函数与真实的响应在各个样本点处的误差存在某种联系。记 $\mathbf{X} = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\}^T$, 则响应可用回归模型 $f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{X})$ 和某随机过程 $\zeta(\mathbf{X})$ 表示为^[14]

$$\hat{y} = f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{X}) + \zeta(\mathbf{X}) \quad (1)$$

式中 $\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 为待定的回归系数向量。 $f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{X})$ 又可表示为

$$f(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{X}) = \mathbf{f}(\mathbf{X})\boldsymbol{\beta} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \{f_1(\mathbf{X}) \ f_2(\mathbf{X}) \ \cdots \ f_m(\mathbf{X})\}$ 。

Kriging 模型假设随机过程 $\zeta(\mathbf{X})$ 的均值为零,且估计函数的方差最小,因此可得待测点的响应估计值

$$\hat{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}^T\boldsymbol{\alpha} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 为回归函数的基函数,可表示为

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ f_m(\mathbf{x})\} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{Y} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad (6)$$

式中 \mathbf{F} 为各个样本点处回归函数的基函数构成的矩阵

$$\mathbf{F} = [\mathbf{f}(\mathbf{x}_1) \ \mathbf{f}(\mathbf{x}_2) \ \cdots \ \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)]^T \quad (7)$$

\mathbf{R} 为 n 阶方阵, \mathbf{R} 的元素 R_{ij} 表示第 i 个样本点和第 j 个样本点之间的相关函数, 一般取为 Gauss 函数如下

$$R_{ij} = \exp\left[-\sum_{k=1}^q \theta_k |x_{i,k} - x_{j,k}|^2\right] \quad (8)$$

式中 \mathbf{r} 为待测点与样本点之间的相关函数构成的基向量

$$\mathbf{r} = \{r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_n\} \quad (9)$$

当相关函数取为 Gauss 函数时, r_i 可表示为

$$r_i = \exp\left[-\sum_{k=1}^q \theta_k |x_{i,k} - x_k|^2\right] \quad (10)$$

式中: $i=1, 2, \dots, n$ 。

虽然采用 Kriging 模型构造响应面方程的过程较为复杂, 计算量也远远高于经典响应面模型, 但是 Kriging 模型能够很好地逼近具有强非线性特征的复杂函数。正是基于这一考虑, 本文选择 Kriging 模型构造目标函数和约束函数的响应面方程。

2 Kriging 模型精度的评估

初始样本点数量一般较少, 为了评价样本点数量是否合适, 在构造出响应面方程后还需要对方程的精度做出评价。由于引入了随机过程, Kriging 模型在待测点处的估计值具有不确定性, 其不确定性可以由均方差函数 (Mean square error, MSE) 表示

$$s^2 = \sigma^2 (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}) + \sigma^2 \mathbf{u}^T (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{u} \quad (11)$$

式中

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - \frac{1}{n} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}\boldsymbol{\beta} \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{f} \quad (13)$$

根据式(11)可以评价响应面模型估计值的好坏, 并且对响应面模型的精度做出判断。估计点距样本点越近, MSE 值越小, 估计值与真实响应之间的误差越小; 反之, 则估计值精度不够。

为提高响应面模型的预报精度, 可以利用使样本填充准则取最大值的估计点作为新的样本点, 对已经构造出的响应面进行更新。本文选择 Expected Improvement 准则作为样本填充准则^[15]。Expected Improvement 准则可表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}) = (f_{\min} - \hat{\mathbf{y}}) \Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{\mathbf{y}}}{s}\right) + s \varphi\left(\frac{f_{\min} - \hat{\mathbf{y}}}{s}\right) \quad (14)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 和 $\varphi(\cdot)$ 分别表示标准正态分布函数和概率密度函数。

以 $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ 取最大值时的估计点作为新的样本点, 重新计算响应, 并构造新的响应面方程。一般认为, 当 $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ 最大值小于当前 f_{\min} 的 1% 时, 响应面满足精度要求。

3 复杂函数的全局近似函数算例

下面以一个多峰函数的算例说明采用 Kriging 模型构造响应面的过程。给定一个二维曲面如下:

$$f(x, y) = 1\,000 \sin x \sin y \cos y e^{\cos x} \\ x \in [-2 \quad 2], y \in [-2 \quad 2]$$

根据随机拉丁超立方试验设计方法, 确定 18 个初始样本点。然后利用 Kriging 模型构造响应面方程。随后, 在样本空间内采用优化算法寻找使 $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ 取最大值的样本点, 检验响应面方程是否满足精度要求。若不满足要求, 则以该点作为新的样本点, 重新构造响应面。

经过 42 次迭代后, 达到精度要求。图 1 为原曲面, 图 2 为全局近似函数。图 2 中的黑色方块为样本点处的响应值。比较图 1 和图 2 可以看出, 采用 Kriging 方法构造的响应面可以非常准确地逼近真实响应。图 3 所示为迭代终止时的 $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ 。

RSM 和 RBF 与本文方法进行对比分析与讨论, 为了量化的体现拟合精度, 本文选择 R^2 判定系数对使用相同样本点数构造的 RSM、RBF 和 Kriging 模型进行误差分析。 R^2 判定系数如式 (15) 所示

$$R^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} \quad (15)$$

式中: SSE 表示全局近似函数预测响应与真实响应的误差平方和; SST 表示全局近似函数预测响应与真实响应的总误差平方和。 R^2 判定系数反映了全局近似函数与真实响应之间的吻合程度, 取值介于 0 和 1.0 之间。 R^2 判定系数越接近 1.0, 说明全局近似函数与真实响应越接近, 反之亦然^[16]。

由于采用 Kriging 模型构造全局近似函数最终使用到了 60 个样本点, 同样地, 使用 60 个样本点构造 RSM 及 RBF 模型, 表 1 给出了 60 个样本点下全局近似函数 R^2 判定系数的对比。

从表 1 中可以看出, 采用 Kriging 和 RBF 构造的全局近似模型 R^2 判定系数分别为 0.997 5 和 0.998 7, 均接近 1.0, 说明这采用两类方法构造的全局近似函数与真实函数吻合程度高, 而 RSM 方法构造的全局近似函数 R^2 判定系数仅为 0.347 7,

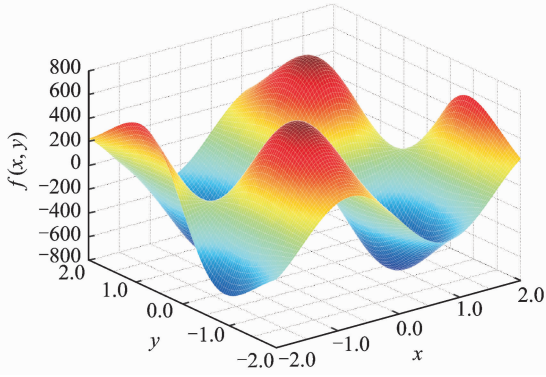


图1 原始函数曲面

Fig. 1 Original function

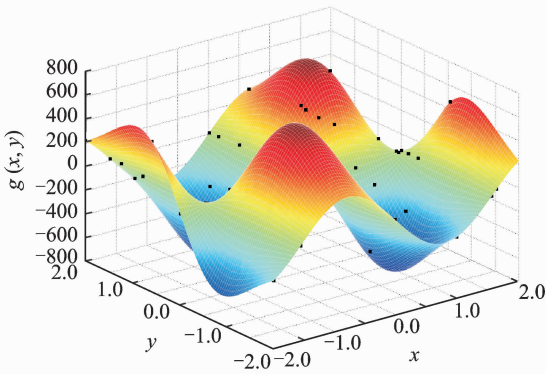
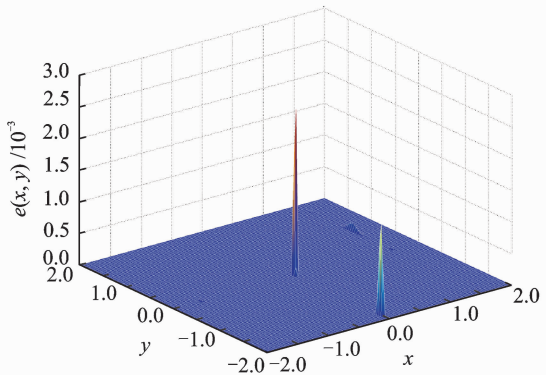


图2 Kriging 模型构造的全局近似函数

Fig. 2 Agent model formulated by Kriging

图3 迭代终止时的 $E(X)$ 曲面Fig. 3 Final function of $E(X)$

说明 RSM 方法无法满足强非线性函数拟合精度要求。

表1 60个样本点下全局近似函数 R^2 判定系数对比
Tab. 1 Comparison of R^2 between Kriging, RBF and RSM constructed by 60 samples

模型	Kriging	RBF	RSM
R^2	0.997 5	0.998 7	0.347 7

从计算效率上来说,采用 RSM 方法构造全局近似函数所需要花费的计算量最小, Kriging 和 RBF 方法计算量接近。

然而,就一般问题来说,在构造全局近似函数时往往缺乏先验知识,即很难事先判断究竟选择多少个样本点合适,因此本文采用样本填充准则作为依据,在构造全局近似函数的过程中通过不断补充样本,使全局近似函数逐步逼近真实响应,以此来避免事先给定的样本点不足或样本点数太多所带来的全局近似函数拟合精度和分析效率方面的问题。

4 薄壁缓冲管的优化

以洛克希德-马丁公司负责设计和生产了的一款专农林飞机“Thrush”的钢架式座椅为例,该型航空座椅系统的缓冲吸能形式主要有两种:一是通过座椅导轨与轴套之间的摩擦力吸收能量,又称为“约束环”吸能模式;另一种则是通过套在导轨外的铝合金薄壁管的压溃过程吸能,又称为“薄壁管”吸能模式,如图4所示。作为耐撞性优化分析的例子,本文选择该型座椅薄壁管为研究对象,研究薄壁管压溃过程的优化问题。

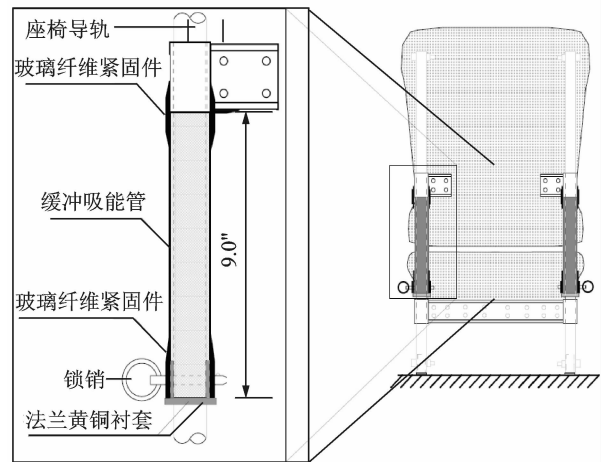


图4 薄壁缓冲吸能管及安装示意图

Fig. 4 Schematic assembly of thin-walled tubes energy absorber

耐撞性指数、最大过载和平均撞击载荷等多项指标都可用于综合评价结构的耐撞性。耐撞性指数反映的是结构单位质量的吸能能力;最大过载则反映了结构在受撞击时所受到的撞击载荷的水平;平均撞击载荷是撞击载荷在压缩位移上的算术平均值,反映了结构的整体吸能能力。对航空座椅而

言,由缓冲吸能薄壁管传递到座椅结构上的载荷对乘员安全性有最直接的影响,因此本文选择缓冲吸能薄壁管作用到轴套上的最大撞击力 F_{\max} 作为目标函数。由于安装条件和座椅本身尺寸的限制,薄壁管的长度的设计余地较小。本文选择半径 r 和壁厚 t 作为设计参数。

设座椅轴套的内、外直径分别为 d_{inner} 和 d_{outer} , 为保证轴套能够完整的覆盖薄壁管,薄壁管的半径和壁厚应满足的关系如下

$$\begin{cases} 2r - \frac{t}{2} \geq d_{\text{inner}} + \delta_{\text{min}} \\ 2r + \frac{t}{2} \leq d_{\text{outer}} - \delta_{\text{min}} \end{cases} \quad (16)$$

式中: δ_{min} 为一常数。

薄壁管的最终压缩量对作用到座椅上的过载有很大影响。如果在薄壁管在撞击过程中被完全压实,则撞击力会迅速上升,有可能对座椅结构带来破坏,而且这种情况下,薄壁管吸能能力也无法达到要求。因此,必须对薄壁管的最大压缩量 ΔL 做出限制

$$\Delta L \leq \eta L \quad (17)$$

式中: L 为薄壁管的原长; η 为 0 到 1 之间的常数。

$$\begin{cases} f_{\text{opt}}(\mathbf{x}) = F_{\max}(\mathbf{x}) \\ f_{\text{constr}}(\mathbf{x}) = \Delta L(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (18)$$

则上述设计要求可归结为如下优化问题

$$\begin{aligned} & f_{\text{opt}}(\mathbf{x}) \rightarrow \min \quad (19) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \mathbf{x}_{\text{lo}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\text{up}} \\ 2x_1 - \frac{x_2}{2} \geq d_{\text{inner}} + \delta_{\text{min}} \\ 2x_1 + \frac{x_2}{2} \leq d_{\text{outer}} - \delta_{\text{min}} \\ f_{\text{constr}}(\mathbf{x}) - \eta L \leq 0 \end{cases} \quad (20) \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{x} = \{x_1 \ x_2\}^T$ 为优化变量, $x_1 = r$; $x_2 = t$; \mathbf{x}_{lo} 和 \mathbf{x}_{up} 分别为优化变量的下界和上界。

由于薄壁管的压溃过程具有很强的非线性特征,并且在变形过程中受座椅导轨的限制,无法建立撞击载荷、最大压缩量与优化变量之间的显式表达关系,因此,在优化设计过程中,采用 Kriging 方法分别构造最大撞击载荷 $F_{\max}(\mathbf{x})$ 和最大压缩量 $\Delta L(\mathbf{x})$ 的全局近似模型来逼近真实撞击载荷和最大压缩量。

为保证全局近似模型的精度,根据 Expected Improvement 准则对评估精度较差的点进行样本填充,使 Kriging 模型不断更新以达到精度要求。

最后,采用遗传算法对全局近似模型进行优化,给出最优解。具体优化流程如图 5 所示。

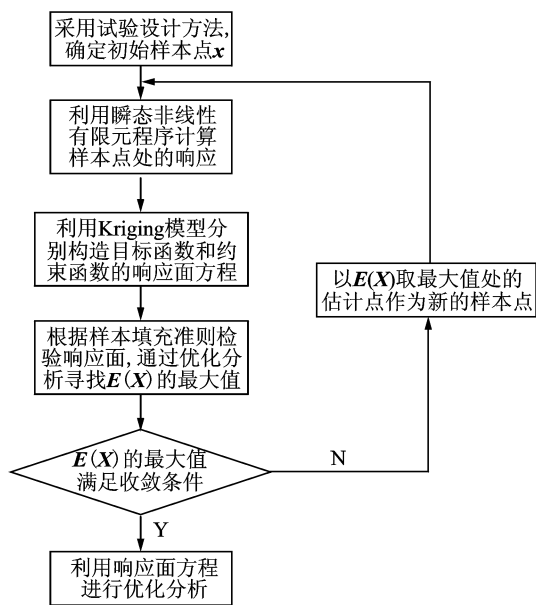


图 5 优化分析流程

Fig. 5 Optimization process

5 优化分析算例

考虑座椅一侧的导轨/薄壁管系统,薄壁管长度为 200.0 mm,乘员和座椅作用在一侧的质量为 85.0 kg,简化为集中质量分布在轴套上。设导轨直径为 25.0 mm,薄壁管壁厚取值范围为 0.6 ~ 3.2 mm,半径取值范围为 13.5 ~ 19.5 mm,最大压缩量取为 150.0 mm,轴套内、外径分别为 26 mm 和 40.0 mm, $\delta_{\text{min}} = 1.0$ mm。假设导轨和轴套为刚性体,薄壁管底部完全固支。

采用拉丁超立方体试验设计方法确定了 18 个样本点,为了弥补拉丁超立方体试验设计只能给出设计变量空间内部的点的缺陷,又增加了额外 8 个设计变量空间的边界点。这样,在设计变量空间内总共确定了 26 个初始样本点。

不同时刻下薄壁管的典型变形如图 6 所示。根据初始样本点建立最大撞击载荷和最大压缩量的全局近似模型,并按 Expected Improvement 准则对 Kriging 模型进行更新。

经过 52 次迭代后,最大撞击载荷响应面满足收敛要求。此时的最大撞击载荷响应面和最大压缩量的全局近似函数分别如图 7 和图 8 所示,最大撞击载荷所对应的 $E(\mathbf{X})$ 曲面如图 9 所示。

以迭代终止时的最大撞击载荷响应面方程作

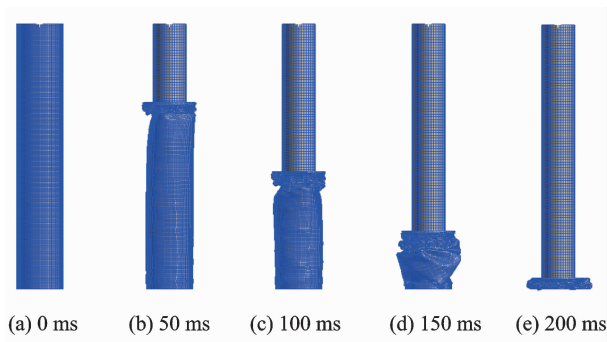


图6 薄壁管压溃过程(未变形部分为刚性导轨)

Fig. 6 Crushing process of thin-walled tube (undeformed part is rigid rail)

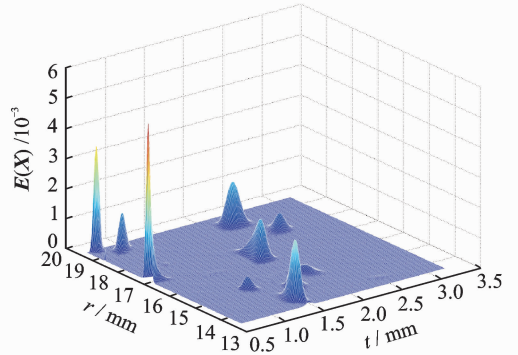


图9 迭代终止时撞击载荷响应面的 $E(X)$ 曲面

Fig. 9 Final agent model of $E(X)$ about impact load

0.657 mm, $r=18.77$ mm.

通过直接将优化分析得到的最优解处的设计变量作为输入条件进行仿真分析得到的最大撞击载荷为 94.57 kN, 优化结果与分析结果之间的误差为 1.28%, 仿真分析给出的最大压缩量为 154.82 mm, 略超出约束范围 3.21%。这说明按本文方法构造的最大撞击载荷和最大压缩量的全局近似函数与真实响应函数吻合程度很高, 利用所构造的全局近似函数进行优化分析是可行的。

6 结束语

本文研究结果表明, 在利用 Kriging 模型构造全局近似函数时可以通过引入样本填充准则对全局近似函数与真实响应之间的吻合程度进行评价, 并根据评价结果补充新的样本点, 从而达到选择合适样本点数的目的, 避免了初始样本点过多或过少带来的问题。

论文通过 Kriging 模型构造全局近似函数, 并结合遗传算法完成了薄壁缓冲吸能管的优化问题。算例分析结果表明, Kriging 模型能够很好地逼近真实的最大撞击载荷和最大压缩量的函数。在此基础上, 利用寻优能力强的遗传算法可以得到优化分析结果。

虽然本文以薄壁结构作为研究对象, 但其构造目标函数、约束函数及优化分析流程具有通用性, 容易推广到一般情况。

参考文献:

- [1] Lanzi L, Castelletti L M L, Anghileri M. Multi-objective optimisation of composite absorber shape under crashworthiness requirements [J]. Composite Structures, 2004, 65(3/4): 433-441.
- [2] Nagel G M, Thambiratnam D P. Dynamic simulation

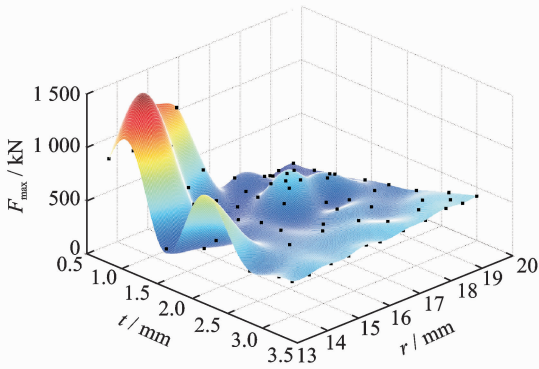


图7 迭代终止时的最大撞击载荷响应面

Fig. 7 Final agent model of peak impact load

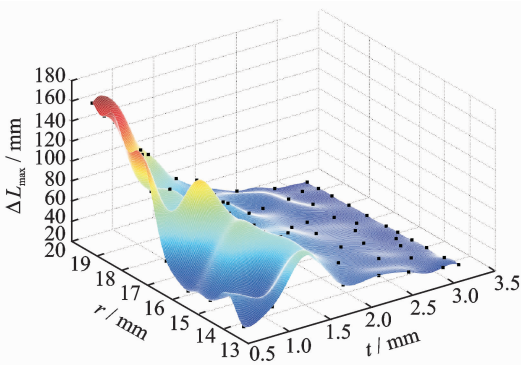


图8 迭代终止时的最大压缩量响应面

Fig. 8 Final agent model of crushing length

为目标函数, 将最大压缩量响应面方程代入式(17)和式(19)构成完整的约束条件。由于约束方程和目标函数都具有较强的非线性, 而且有多个峰值, 为了保证分析结果为全局最优, 选择了全局寻优能力较强的遗传算法。

算法选择 20 个初始种群, 进化次数 100 代, 交叉概率 0.8, 采用 Adaptive feasible 变异方式。经过 5 次进化后得到最优解为 $\min(f_{opt}) = 93.38$ kN。最优解对应的设计变量分别为 $t =$

- and energy absorption of tapered tubes under impact loading [J]. *International Journal of Crashworthiness*, 2004, 9(4):389-399.
- [3] 王海亮,林忠钦,金先龙. 基于响应面模型的薄壁构件耐撞性优化设计[J]. *应用力学学报*, 2003, 20(3): 61-65.
Wang Hailiang, Lin Zhongqin, Jin Xianlong. Optimal design of thin-walled sections for structural crashworthiness based on the response surface model [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2003, 20(3): 61-65.
- [4] 张立新,隋允康,杜家政. 基于响应面方法的结构耐撞性优化[J]. *北京工业大学学报*, 2007, 33(2): 129-133.
Zhang Lixin, Sui Yunkang, Du Jiazheng. Structural crashworthiness optimization based on response surface methodology [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2007, 33(2): 129-133.
- [5] Sheriff N M, Gupta N K, Velmuruganc, R, et al. Optimization of thin conical frusta for impact energy absorption [J]. *Thin-Walled Structures*, 2008, 46(6): 653-666.
- [6] Jiang Zhiyu, Gu Mintong. Optimization of a fender structure for the crashworthiness design [J]. *Material & Design*, 2010, 31(3): 1085-1095.
- [7] Yildiz A R, Solanki K N. Multi-objective optimization of vehicle crashworthiness using a new particle swarm based approach [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, 59(1/2/3/4): 367-376.
- [8] 何成,薄壁金属结构耐撞性优化研究[M]. 南京:南京航空航天大学, 2010.
- [9] Hou Shujuan, Ren Lili, Dong Duo, et al. Crashworthiness optimization design of honeycomb sandwich panel based on factor screening [J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2012, 14(6): 655-678.
- [10] Yin Hanfeng, Wen Guilin, Hou Shujuan, et al. Multiobjective crashworthiness optimization of functionally lateral graded foam-filled tubes [J]. *Materials & Design*, 2012, 44:414-428.
- [11] Fang H, Rais-Rohani M, Liu Z, et al. A comparative study of metamodeling methods for multiobjective crashworthiness optimization [J]. *Computer & Structures*, 2005, 83(25/26): 2121-2136.
- [12] Forsberg J, Nilsson L. Evaluation of response surface methodologies used in crashworthiness optimization [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, 32(5): 759-777.
- [13] Wang Hao, Wang Shaoping, Mileta M T. Modified sequential kriging optimization for multidisciplinary complex product simulation [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 23(5): 616-622.
- [14] Sakata S, Ashida F, Zako M. An efficient algorithm for Kriging approximation and optimization with large-scale sampling data [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193(3/4/5): 385-404.
- [15] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [16] 何成,何欢,陈国平. 基于全局近似函数的薄壁结构耐撞性多目标优化[J]. *南京航空航天大学学报*, 2012, 44(4): 472-477.
He Chen, He Huan, Chen Guoping. Multi-objective optimization of thin-walled structures crashworthiness based on global approximate function [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 44(4): 472-477.