

可压缩平板边界层转捩的大涡模拟

刘海旭¹ 郑晨炜¹ 陈林² 葛宁¹ 唐登斌³

(1. 南京航空航天大学能源与动力学院, 南京, 210016; 2. 中国航天空气动力技术研究院, 北京, 100074;

3. 南京航空航天大学航空宇航学院, 南京, 210016)

摘要:入口利用层流速度型叠加二维和三维 Tollmien-Schlichting(T-S)波,应用动态亚格子模型、预处理技术以及高精度算法,采用大涡模拟(Large eddy simulation,LES)数值计算方法,对可压缩平板边界层空间模式的转捩机理及其拟序结构进行了研究。计算结果展示了 T-S 波经历线性、非线性发展阶段破碎形成发卡涡,最终演化成具有 4 个涡环的涡链结构的整个过程,并揭示了发卡涡腿并非完整对称及低速条带在涡环产生的位置不连续的现象,探讨了主流向涡与壁面相互作用诱导生成次流向涡的机理。

关键词:大涡模拟;可压缩流动;边界层转捩;拟序结构;涡系演化

中图分类号:V231.3

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2014)02-0246-06

Large Eddy Simulation of Boundary Layer Transition over Compressible Plate

Liu Haiyu¹, Zheng Chenwei¹, Chen Lin², Ge Ning¹, Tang Dengbin³

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 2. China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing, 100074, China;

3. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The inlet boundary is specified by laminar Blasius similarity solution as the basic flow with imposed Tollmien-Schlichting (T-S) waves as the disturbances, the dynamic subgrid-scale model, the high order schemes and a preconditioned algorithm are used in the study of laminar-to-turbulent transition in a spatially developing boundary layer by large eddy simulation(LES). Simulation result exhibits the linear and nonlinear growth of T-S waves, the formation and evolution of hairpin vortex and multiple vortex rings with four ring-like vortexes, coupled with complex ejection/sweep movements and high/low speed streaks. Finally, the generation and development processes of secondary streamwise vortex are analyzed.

Key words: large eddy simulation (LES); compressible flow; boundary layer transition; coherent structures; evolution of vortex

边界层从层流到湍流的转捩问题是流体力学研究领域中一个十分重要而又非常复杂的难题。理解边界层转捩的物理过程对研究湍流的来源有重要的意义,而转捩的预测和控制工程上也有重大的应用价值。譬如:层流边界层的低表面摩擦系数一直是高性能飞行器设计者追求的目标,而许多研究领域中湍流边界层中的高传热率也是设计者

们想要得到的。

为了解释小涡无序化的过程,文献[1]最先提出了高剪切层的概念。文献[2]采用直接数值模拟精确计算了槽道内层流向湍流发展的全过程。文献[3]采用大涡模拟(Large eddy simulation,LES)方法观察了自然转捩过程中 Tollmien-Schlichting (T-S)波的增长。文献[4~7]通过直接数值模拟

方法研究了边界层自然转捩过程,并对转捩晚期的涡系结构的演化进行了深入研究,发现了发卡涡、U 型涡、桶型涡等多种涡结构形式,探讨了次流向涡的生成机理。文献[8]则分析了直接数值模拟结果与实验结果之后,确定了 T-S 波感受性问题以及其非线性发展阶段对转捩的影响。

关于平板层流转捩过程也有众多的学者进行了大量的实验研究。这些研究不仅实现了边界层流动的可视化,并且对涡系结构的空问发展进行了描述。文献[9]通过实验研究观测了三维非线性波包、发卡涡、二次涡环以及涡链的形成过程。文献[10]实验研究发现边界层转捩晚期可以分为 H 型和 K 型两种扰动,尽管它们的涡结构有着不同的空问排列方式,但它们的涡系演化规律在转捩的后期是相似的。

本文采用作者课题组自主开发的 LES 方法计算了平板从层流向湍流转捩的整个过程。进口为层流速度剖面叠加二维、三维 T-S 波,选用动态 Smagorinsky 模型,为提高计算精度,分别采用六阶对称加权基本无震荡(Weighted essentially non-oscillatory, WENO)格式和六阶中心紧致差分格式计算对流项和黏性项。文中针对转捩后期发卡涡等涡结构的演化进行了深入的研究。

1 控制方程

控制方程为三维可压缩 Navier-Stokes 方程,采用密度加权过滤方法,应用预处理技术,得到曲线坐标系下无量纲形式的 LES 控制方程

$$\mathbf{M}\Gamma^{-1}\mathbf{J}\frac{\partial\mathbf{q}}{\partial\tau}+\mathbf{J}\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial\mathbf{F}_j}{\partial\mathbf{x}_j}=\mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_j=\mathbf{J}\begin{bmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_j \\ \bar{\rho}\tilde{u}_1\tilde{U}_j+\bar{p}\mathbf{\kappa}_{x1}^j+\mathbf{\kappa}_{xi}^j\left(\tau_{1i}-\frac{1}{Re}\tilde{\sigma}_{1i}\right) \\ \bar{\rho}\tilde{u}_2\tilde{U}_j+\bar{p}\mathbf{\kappa}_{x2}^j+\mathbf{\kappa}_{xi}^j\left(\tau_{2i}-\frac{1}{Re}\tilde{\sigma}_{2i}\right) \\ \bar{\rho}\tilde{u}_3\tilde{U}_j+\bar{p}\mathbf{\kappa}_{x3}^j+\mathbf{\kappa}_{xi}^j\left(\tau_{3i}-\frac{1}{Re}\tilde{\sigma}_{3i}\right) \\ \tilde{U}_j[\bar{\rho}\tilde{e}+(\gamma-1)Mr^2\bar{p}]-(\gamma-1) \\ Mr^2\tilde{T}_{\kappa_{ji}}\tilde{u}_i+\mathbf{\kappa}_{xi}^j\left(\frac{1}{Re}\mathbf{q}_i+q_i^{\text{SGS}}\right) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:上标“—”为系统平均;“~”为细网格过滤; $\mathbf{M}=\partial\mathbf{Q}/\partial\mathbf{q}$ 为转换矩阵;原始变量为 $\mathbf{q}=[\bar{\rho},\bar{u}_1,\bar{u}_2,\bar{u}_3,\bar{p}]^T$;守恒变量为 $\mathbf{Q}=[\bar{\rho},\bar{\rho}\tilde{u}_1,\bar{\rho}\tilde{u}_2,\bar{\rho}\tilde{u}_3,\bar{\rho}\tilde{e}]^T$;特征雷诺数为 $Re=\bar{\rho}\bar{u}\bar{L}/\mu$ 。 $\Gamma=\text{diag}\{1\ 1\ 1\ 1\ \beta(Mr)\}$ 为预处理矩阵,如果

$Mr<1,\beta(Mr)=Mr^2$,如果 $Mr>1,\beta(Mr)=1$; $\tau_{ij}=\bar{\rho}(u_iu_j-\tilde{u}_i\tilde{u}_j)$ 为亚格子黏性应力; q_i^{SGS} 为亚格子热通量;雅克比矩阵转换矩阵为 $\mathbf{J}=\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(\xi,\eta,\zeta)}\right|$ 。

2 数值方法

控制方程应用有限体积法进行离散,代码采用高精度格式,其中对流通量使用对称 WENO 格式,黏性通量的离散采用文献[11]的六阶中心紧致差分格式,时间推进使用文献[12]的具有三阶精度的总变差恒定(Total variation diminishing, TVD)性质的 Runge-Kutta 格式。

2.1 亚格子模型

准确地模拟边界层转捩过程需要建立合理的亚格子模型,使层流流动不受亚格子模型的影响。本文采用的是文献[13]提出的动态亚格子模型,通过粗细两次过滤,动态确定亚格子黏性系数。表达式如下

$$\tau_{ij}=\bar{\rho}(u_iu_j-\tilde{u}_i\tilde{u}_j)=-2C\bar{\rho}\Delta^2|\tilde{S}|\tilde{S}_{ij}+\frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} \quad (3)$$

式中: $\tilde{S}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i}\right)$; $|\tilde{S}|=\sqrt{2\mathbf{S}_{ij}\mathbf{S}_{ij}}$;系数 C 通过粗细两次过滤产生的亚格子应力之差确定,即

$$C=\frac{\mathbf{M}_{ij}\mathbf{L}_{ij}}{\langle\mathbf{M}_{ij}\mathbf{L}_{ij}\rangle} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{M}_{ij},\mathbf{L}_{ij}$ 具体表达式参见文献[14]; $\langle\rangle$ 表示在统计方向上平均量。

2.2 进口边界条件

入口边界条件为二维布拉修斯相似解,叠加设定的 T-S 扰动波,具体形式为

$$\mathbf{q}=\mathbf{q}_{1\text{am}}+A_{2d}\mathbf{q}'_{2d}e^{i(\alpha_{2d}x-\omega t)}+A_{3d}\mathbf{q}'_{3d}e^{i(\alpha_{3d}x\pm\beta z-\omega t)} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{q}_{1\text{am}}$ 为二维层流平板边界层的布拉修斯相似解,扰动为一个二维 T-S 波(方程(5)右边第 2 项)和一对三维 T-S 波(方程(5)右边第 3 项),这里通过求解可压缩平板边界层的线性稳定性方程,分别得到了二维扰动和三维扰动的特征值和特征扰动形状函数; A_{2d} 和 A_{3d} 为扰动振幅; \mathbf{q}'_{2d} 和 \mathbf{q}'_{3d} 为相应的扰动形状函数(特征向量); α,β,ω 分别为扰动波的流向波数、展向波数和频率。

表 1 中列出了 T-S 波扰动参数,表 2 则给出了流动参数。其中来流马赫数为 0.5,基于进口位移厚度的雷诺数为 732,普朗特数为 0.7。

表1 T-S扰动波参数

Tab.1 Parameters of T-S waves

A_{2d}	A_{3d}	β	α_{2d}
0.015	0.005	0.241 8	$0.107 7 + i6.924 \times 10^{-3}$
		α_{3d}	ω_{2d}
		$0.238 8 - i2.760 \times 10^{-3}$	0.090 9
			ω_{3d}
			0.045 45

表2 流动参数

Tab.2 Flow parameters

Ma_∞	Re_{δ_m}	T_∞	Pr
0.5	732	273.15	0.7

2.3 计算域

计算域如图1所示,流向共计算了20个波长,出口附加3个波长作为缓冲区,展向宽度为两个展向波长,入口高度为 $40\delta_m$,出口高度为 $67.5\delta_m$ 。采用MPI(Message passing interface)并行处理交换信息,网格为 $700 \times 121 \times 64$,分别对应流向 x 、法向 y 和展向 z 。沿壁面法向网格加密处理,近壁第一层网格 $\Delta y^+ = 0.266$,在 $y^+ < 10$ 内有15个点,流向和展向均匀分布, $\Delta x^+ = 19, \Delta z^+ = 13$ 。

初始流场通过求解可压缩边界层方程,得到边界层基本流的相关参数。计算中选取进口位移厚

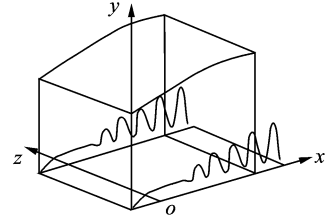


图1 计算域

Fig.1 Computation domain

度 δ_m 作为特征长度,计算域出口给定反压,展向边界则采用周期性边界条件,壁面为绝热无滑移边界条件,上边界采用对称边界条件。

3 结果和分析

由于经典涡动力学规律的运用受到了无黏条件的限制,导致了直接在黏性流动中识别涡将非常困难。本文采用等Laplace 涡量来显示涡结构,图2为本次LES的全流场视图。在 $x = 350$ 处,T-S波就已经演化成发卡涡,在 $x = 420$ 的位置,单个发卡涡形成包含4个环状涡的涡链,而发展到 $x = 550$,流场已小涡化、无序化。因此,此次LES数据能观察到从层流到湍流转捩的完整过程。

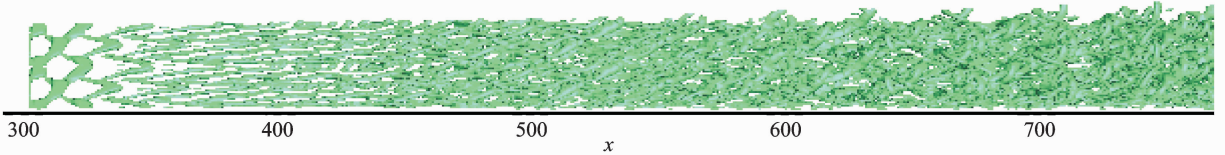


图2 流场Q-准则涡量视图

Fig.2 Q-criterion iso-surface of coherent structures

3.1 平均速度剖面

图3为LES计算得到的几个不同流向位置上的一个周期内沿展向平均的速度剖面。在 $x = 312.79$ 接近入口位置,流动是典型的层流流动,接着扰动经历线性和弱非线性增长阶段,这是层流失稳的初始阶段。从 $x = 441.35$ 可以看到平均速度型逐渐向湍流速度剖面过渡,当 $x = 552.5$ 时流动已经完全发展成湍流,可以看到与经典的Spalding剖面吻合很好。

3.2 发卡涡的形成及其结构

图4为三维T-S波的不稳定发展过程。首先进口扰动产生二维T-S波,紧接着,二维的T-S波逐渐卷起,发展成为三维T-S波。由于近壁面的黏性力比较大,远壁端涡管要比贴近壁面的部分传播得更快,导致三维T-S波逐渐被拉伸弯曲,这些弯曲的涡管在近壁区高剪切力作用下形成近似与

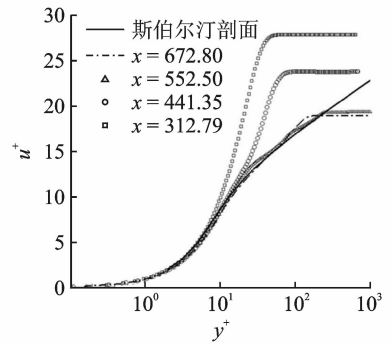


图3 不同流向位置的平均速度剖面

Fig.3 Mean velocity profile at several planes

流向平行的底层流向涡对。它们的连接部分称为头部,头部下方的涡管称为涡腿,此时正好形成“ Δ ”形状的涡管结构,即发卡涡初始形态,如图4所示。涡腿的下端仍然附着于壁面,受头部拉伸作

用,两腿逐渐变长,同时它产生的诱导速度也越来越大,进一步使头部上升,最终演化为一个三维的发卡涡结构,文献[15~16]详细地阐述了发卡涡的生成过程。

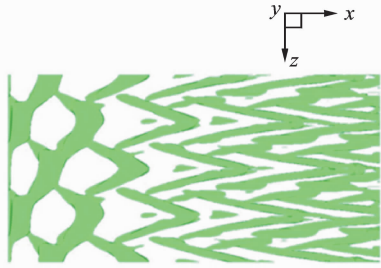


图 4 发卡涡形成过程
Fig. 4 Formation of hairpin vortex

图 5(a) 显示了主流向涡(即发卡涡)涡腿部分的压力云图以及速度矢量图, T 为一个 T-S 波周期。计算发现发卡涡涡腿并非完全对称,右侧涡管很明显比左侧涡管具有更大的压力梯度。事实上,文献[17]在粒子图像测速技术(Particle image velocimetry, PIV)实验中早已观察到涡腿不对称现象。根据文献[18]的理论,湍流脉动作用在发卡涡演化过程中比诱导作用影响更大,是湍流脉动的作用破坏了发卡涡的成长,最终造成发卡涡发展出现非对称现象。

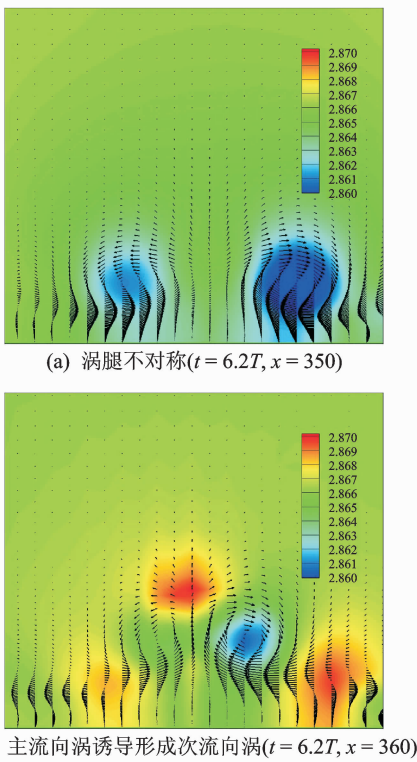


图 5 发卡涡涡腿和涡头部位压力云图及速度矢量图
Fig. 5 Pressure and velocity vector distribution at $t = 6.2T$

而图 5(b) 中,中部高压区为发卡涡涡头所在位置,右下方存在一个低压区,即为涡腿所在位置,最底部两处高压区则为受主流向涡诱导作用而形成的次生流向涡。当发卡涡不断地向下游发展时,展向涡量会逐渐转变为流向涡量,并逐渐远离壁面,最终涡头与涡腿部分脱离。与此同时,由于主流向涡的诱导作用,在近壁会产生反向旋转的次生流向涡。

许多学者分析了次生流向涡的演化过程,其中文献[15]指出由于主流向涡的中心为低压区,因此,主流向涡之外的流场压力都比流向涡中心处压力更大,形成压力梯度后,会使近壁区局部流场流动方向改变,从壁面上分离出去后,抬升便形成了次生流向涡。主流向涡与壁面相互作用诱导形成次生流向涡这一过程被用以解释湍流无序化的过程。同样地,次生流向涡与壁面相互作用会诱导出新次生流向涡,使涡系结构尺度不断地变小,直至演化成湍流。

3.3 涡链特征

单个 T-S 波经过非线性阶段发展成单个发卡涡后,在其向下游运动过程中,由于高剪切层的作用,涡结构会逐渐地拉伸和变形。当涡腿再次桥接在一起时,第一个发卡涡脱离涡腿,形成第一个环状涡,同时新的发卡涡也已形成;而剩余部分的涡腿会形成第二个、第三个涡环,最终发展出 4 个涡环,形成链状,这样的涡系组织被称为涡链结构,涡链形成过程见图 6。

如图 6 所示, $x = 364$ 所处位置为发卡涡头部;下游 $x = 394$ 位置,可以看到涡环链的第一个涡环已经形成,上游 $x = 389$ 和 $x = 385$ 涡腿再次桥接,即将形成第二、第三个涡环;下游在 $x = 410, 416, 422, 429$ 处,即为一个完整涡链 4 个环状涡的位置。从以上结果分析可以看出,在高剪切层作用下,发卡涡结构会不断地拉伸、逐渐远离壁面,之后

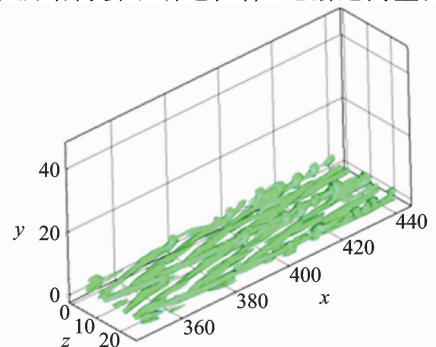


图 6 涡链形成过程($t = 6.4T$)
Fig. 6 Generation of ring-like vortex chain

会在涡头部位脱离,形成涡环,涡腿则桥接出新的涡头,如此循环,最终单个 T-S 波演变出具有 4 个涡环的涡链结构。文献[9]详细地分析了涡链形成的动态过程。

3.4 上喷下扫及高低速条带

本次 LES 结果可以通过涡头部附近的流向、法向速度云图来显示上喷下扫的过程。图 7 为图 6 对应位置($x=364$)的截面图。从图 7(a)中可以看出,在 $y \in (1, 3), z \in (11, 14)$ 处的流向速度明显比周围流体小,这是由于涡头中心存在上喷运动,把近壁低速流体带到主流区,进而与主流掺混导致当地流体速度减小。且图 7(b)中同一位置法向速度是正的,也说明在此处发生了上喷运动。而观察涡头两侧,速度 u 比同一法向位置的周围流体大,同时速度 v 是负值,这正是下扫运动造成的。涡头中心的上喷运动导致近壁面低速流体向上运动,下扫运动把非黏性区的高速流体输运至下部低速流体区,形成了相对的高速区,这些运动都是涡管旋转时的诱导作用形成的。

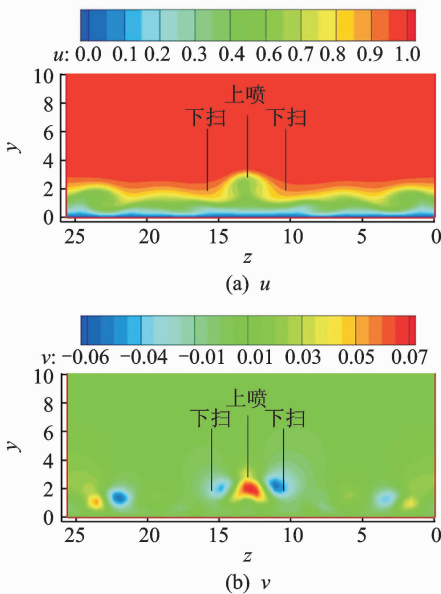


图 7 涡头部附近瞬时速度场分布 ($x=364$)

Fig. 7 Instantaneous velocity distribution around vortex head ($x=364$)

LES 同样也观察到了高低速条带现象。前文分析表明,伴随着主流向涡的旋转,产生上喷下扫运动。在涡腿内侧和涡环中心部位,会形成强烈的上喷运动,把近壁低速流体带到主流区,使近壁流体的能量减少,进而产生低速条带。而在涡头外侧和涡腿两边,则产生了下扫运动,使近壁注入新的能量,最终在近壁区形成高速条带。

图 8 为 $y^+ = 5$ 截面的流向速度云图,从图中可以清晰地看到高低速条带。根据图像显示,高速条带稳定连续,而低速条带则表现出不连续的现象。低速条带的不连续,归因于涡环的产生。涡环从涡头脱离出来时,与涡腿断裂,造成局部流场的旋转方向改变从而其旋转强度降低。于是,其上喷运动减弱,最终以低速条带不连续的现象呈现出来,这与文献[7]的直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)结果一致。

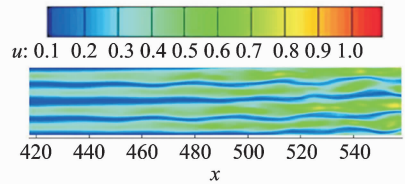


图 8 高低速条带 ($t=7T$)

Fig. 8 High/low speed streaks ($t=7T$)

4 结 论

本文采用 LES 数值方法研究了平板自然转捩过程,分别分析了发卡涡、涡链的生成以及上喷下扫等重要现象,并且观测到了层流转捩成湍流的完整演化过程。证实了 LES 选用适宜的亚格子模型能对转捩过程的涡系结构进行计算和分析,且模拟结果与 DNS 结果相近。本文的结论总结如下:

- (1) T-S 波经历线性、非线性发展阶段,在剪切层作用下,拉伸弯曲形成与流向平行的底层流向涡对,进而演化成发卡涡结构。
- (2) 湍流脉动作用破坏了发卡涡的成长,最终造成发卡涡的涡腿并不是完整对称的。
- (3) 发卡涡结构演化成涡环后,会在涡腿桥接出新的涡头,如此循环,最终单个 T-S 波演变出具有 4 个涡环的涡链结构。
- (4) 主流向涡与壁面相互作用诱导形成次生流向涡,次生流向涡继续与壁面作用诱导出尺度更小的新次生流向涡,这一机制是湍流无序化的重要因素。
- (5) 发卡涡头部和两腿周围的上喷下扫运动使近壁区与主流区的流体掺混,形成了高低速条带。高速条带稳定连续,而低速条带在涡环产生位置是不连续的。

参考文献:

- [1] Kovasznay L S, Komoda H, Vasudeva B R. Detailed flowfield transition [M]. CA: Stanford University

- Press, 1962.
- [2] Kleiser L, Zang T A. Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flows [J]. *Fluid Mech*, 1991(23): 495-537.
- [3] Ducros F, Comte P, Lesieur M. Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plate [J]. *Fluid Mech*, 1996(326):1-36.
- [4] Liu Chaoqun, Chen Lin. DNS for late stage structure of flow transition on a flat-plate boundary layer [R]. AIAA 2010-1470, 2010.
- [5] Lu Ping, Liu Chaoqun. DNS study on mechanism of small length scale generation in late boundary layer transition[J]. *Physica D*, 2012(241):11-24.
- [6] Lu Ping, Liu Chaoqun. Numerical investigation on mechanism of multiple vortex rings formation in late boundary-layer transition [J]. *Computers & Fluids*, 2013(71): 156-168.
- [7] Chen Lin, Tang Dengbin, Lu Ping, et al. Evolution of the vortex structures and turbulent spots at the late-stage of transitional boundary layers [J]. *Sci China Phys Mech Astron*, 2011,54(5): 986-990.
- [8] Herr S, Würz W, Wörner A, et al. Systematic investigations of 3D acoustic receptivity with respect to steady and unsteady disturbances. *Experiment and DNS*[J]. *Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, 2004,86:75-90.
- [9] 李存标,吴介之. 壁流动中的转捩 [J]. *力学进展*, 2009,39(4):480-507.
- Lee Cumbiao, Wu Jiezhi. Transition in wall-bounded flows [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2009, 39(4):480-507.
- [10] Kachanov Y S. On a universal mechanism of turbulence production in wall shear flows[J]. *Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, 2004, 86:1-12.
- [11] Lele S K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution [J]. *Computational Physics*, 1992(103):16-42.
- [12] Shu C W, Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing scheme [J]. *Comput Phys*, 1988(77):439-471.
- [13] Germano M, Piomelli U, Moin P, et al. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model [J]. *Physics of Fluids*, 1991(3):1760-1765.
- [14] Shi Wanli, Ge Ning, Chen Lin. Numerical simulation and analysis of horseshoe-shaped vortex in near-wall region of turbulent boundary layer [J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2011,28(1):48-56.
- [15] 陈林. 边界层转捩过程的涡系结构和转捩机理研究 [D]. 南京:南京航空航天大学, 2010.
- Chen Lin. Study of coherent structure and mechanism of transition in the process of boundary layer transition[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010.
- [16] 连祺祥. 湍流边界层拟序结构的实验研究[J]. *力学进展*, 2006,36(3):373-388.
- Lian Qixiang. Experiment study of coherent structure in turbulent boundary layer [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2006,36(3): 373-388.
- [17] Adrian R J. Stochastic estimation of the structure of turbulent elds [M]. Chicago: University of Illinois Press, 1995.
- [18] 连祺祥,郭辉. 湍流边界层中下扫流与“反发卡涡” [J]. *物理学报*, 2004, 53(7):2226-2232.
- Lian Qixiang, Guo Hui. Sweep flow and anti-hairpin vortex in turbulent boundary layer [J]. *Physics Journal*, 2004, 53(7):2226-2232.