

# 基于非劣排序遗传算法的三代轮毂轴承多目标优化

林 棻 王 伟 张尧文 朱为文

(南京航空航天大学能源与动力学院, 南京, 210016)

**摘要:**将某型轿车第三代驱动轮轮毂轴承作为研究对象,以疲劳寿命、磨损寿命、旋滚比为优化目标,引入惩罚函数处理约束条件,将原约束优化问题转化为极小化的无约束优化问题,采用带精英保留策略的非劣排序遗传算法(NSGA-II)进行轮毂轴承多目标优化。通过有限元仿真对优化前后的结构应力情况进行了对比。分析结果表明:在满足规定约束的条件下,提出的优化方案实现了 3 个目标函数整体性能的同时提升;内法兰、外法兰、内圈、滚珠的应力集中情况均有改善,模型整体最大等效应力较优化前降低 8.61%。

**关键词:**轮毂轴承;多目标优化;非劣排序遗传算法;有限元

中图分类号:U463.2

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2013)06-0865-06

## Multi-objective Optimization for Third Generation Wheel Hub Bearing Based on NSGA-II

Lin Fen, Wang Wei, Zhang Yaowen, Zhu Weiwen

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The third generation driving wheel hub bearing of certain vehicle is considered as research object. Fatigue life, abrasion life and spin roll ratio are considered as the optimization targets. Penalty function is introduced to deal with constraints. Multi-objective optimization is carried out by NSGA-II. Through the finite element analysis, the stress of the pre-optimization structure is compared with the optimal one. The analysis results show that: Under the condition of meeting all the required constraints, these performances of wheel bearing are improved in different degrees. The stress concentration of inner flange, outer flange, inner ring and balls is reduced. Overall maximum stress of the model decreases by 8.61% compared with that of the pre-optimization one.

**Key words:** wheel hub bearing; multi-objective optimization; NSGA-II; finite element

第三代轮毂轴承是汽车的重要零部件,由于其结构新颖、工况恶劣且使用日益广泛,针对其开展优化设计具有重要意义<sup>[1]</sup>。

通过优化设计可以最大限度地提高轴承的使用性能,降低制造成本。目前针对轴承的优化目标的选取主要集中在质量、额定静载荷以及与疲劳寿命相关的额定动载荷等指标。文献[2]对法兰盘轮毂进行轻量化设计,并通过有限元分析进行验证;

文献[3]对滚动轴承的额定动载荷进行了优化;文献[4]以轮毂轴承疲劳寿命为目标,采用遗传算法进行单目标优化;文献[5]针对深沟球轴承的额定动载荷、额定静载荷等目标进行多目标优化设计,取得了较好的优化效果;文献[6]开展某轴承疲劳寿命、自旋摩擦功率以及轴向刚度的多目标优化设计。结果表明,很难同时提高 3 个目标函数的性能。

本文对某型轿车驱动轮第三代轮毂轴承进行

基金项目:国家自然科学基金(10902049)资助项目;中国博士后科学基金(2012M521073)资助项目。

收稿日期:2013-08-15;修订日期:2013-10-15

通信作者:林棻,男,副教授,1980 年出生,E-mail: flin@nuaa.edu.cn。

结构优化设计,目标函数为疲劳寿命、磨损寿命及旋滚比,旨在提高使用性能。

## 1 优化方法

### 1.1 NSGA-II 算法<sup>[7]</sup>

NSGA-II 算法,即带精英保留策略的非劣排序遗传算法,是对 NSGA 算法的改进,具有计算效率高、鲁棒性好等优点。NSGA-II 与传统遗传算法区别在于选择操作这一步。在选择之前,先根据种群个体的非劣解水平对种群进行分级。为了标定同级的不同个体,需要计算个体与同级相邻个体的拥挤距离,拥挤距离大的个体繁殖和进化的机率较大,维持了种群的多样性。同时采用精英保留策略,选择操作后参加繁殖的个体所产生的子代与其父代共同竞争,产生下一代种群,有利于保留精英个体,提高了种群的整体水平。

经过反复尝试,得出本次优化设计选取的初始种群个数为 240,最大迭代次数为 2 000,交叉概率为 0.9,变异概率为 0.05。

### 1.2 惩罚函数法

通过惩罚函数法构造由目标函数和约束函数组成的辅助函数,将原约束优化问题转化为极小化问题的无约束优化问题<sup>[8]</sup>。

本次轮毂轴承优化设计的约束均为线性或非线性的不等式约束,采用惩罚函数处理本次优化设计的约束条件。

目标函数

$$\min f(x) \quad (1)$$

约束条件

$$g_j(x) \leq 0 \quad j=1,2,\dots,m \quad (2)$$

可定义如下的罚函数

$$F(x) = f(x) + k \times \sum_{j=1}^m \max(g_j(x), 0) \quad (3)$$

式中: $k$  为罚因子,本次研究取值  $1e10$ 。将轮毂轴承优化设计的约束条件全部转换为  $g_j(x) \leq 0$  形式,乘以罚因子  $k$ ,加入到原目标函数,构成罚函数。

## 2 轿车轮毂轴承多目标优化

某型轿车第三代驱动轮轮毂轴承的简化模型如图 1 所示。由外法兰、内法兰、内圈、滚珠、保持架等组成的双列角接触球轴承,通过内、外法兰盘连接车轮和车身。

### 2.1 设计变量

选取  $D_b, D_m, Z, f_i, f_o$  这 5 个参数作为优化设计变量。

$$x = [x(1), x(2), x(3), x(4), x(5)] =$$

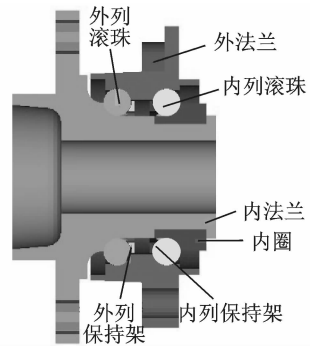


图 1 轮毂轴承简化模型

$$[D_b, D_m, Z, f_i, f_o] \quad (4)$$

式中: $D_b$  为滚珠直径; $D_m$  为节圆直径; $Z$  为每列滚珠个数; $f_i$  为内沟曲率系数; $f_o$  为外沟曲率系数。根据工程应用的规定,轮毂轴承各设计变量取为离散数值,设计变量原始参数及取值范围如表 1 所示<sup>[5,9]</sup>。

表 1 设计变量原始参数及取值范围

| 参数             | 原始值     | 取值范围                               |
|----------------|---------|------------------------------------|
| 滚珠直径 $D_b$ /mm | 11, 112 | 9/9.525/10/10.319/10.5/11.112/11.5 |
| 节圆直径 $D_m$ /mm | 62      | 55~65 之间间隔为 0.1 的离散值               |
| 每列滚珠个数 $Z$     | 16      | 11/12/13/14/15/16/17/18/19/20      |
| 内沟曲率系数 $f_i$   | 0.516   | 0.507~0.520                        |
| 外沟曲率系数 $f_o$   | 0.526   | 0.515~0.530                        |

### 2.2 目标函数

#### (1) 疲劳寿命

针对轿车轮毂轴承的共同要求是疲劳寿命最长。以轮毂轴承疲劳寿命最大为优化目标。为方便计算,需要转化为极小值形式,采用千米(km)数表示轮毂轴承的疲劳寿命,疲劳寿命表达式为<sup>[10,11]</sup>

$$L_k = -\pi \times D' \times \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad (5)$$

其中

$$C = \lambda \times \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{r_i}{r_e} \times \frac{2 \times r_e - D_b}{2 \times r_i - D_b} \right)^{0.41} \times 1.044 \times \left( \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^{1.72} \right]^{10/3} \right\}^{-0.3} \times 40.21 \times \left( \frac{2 \times r_i}{2 \times r_i - D_b} \right)^{0.41} \times \left( \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^{1.39} \times \left( \frac{D_b}{D_m} \right)^{0.3} \times \cos \alpha \times i^{0.7} \times Z^{2/3} \times D_b^{1.8} \quad (6)$$

$$r_i = f_i \times D_b, r_e = f_o \times D_b, \gamma = \frac{D_b \times \cos \alpha}{D_m} \quad (7)$$

式中: $L_k$  为以千米数表示的疲劳寿命; $D'$  为车轮直径,为 590 mm; $C$  为额定动载荷; $P$  为当量动载荷, $P = F_r$ ,  $F_r$  为径向载荷<sup>[12]</sup>,由理论计算可得其

值为 9 937.53 N;  $\lambda$  为降低系数,取值为 0.9<sup>[11]</sup>;  $i$  为滚珠列数,取值为 2;  $\alpha$  为接触角,为 40°。

### (2) 磨损寿命

为保证轮毂轴承的正常运转,必须有良好的润滑,从而避免滚珠与滚道、保持架的直接接触造成磨损。一般通过轮毂轴承内部最小油膜厚度来评估轮毂轴承的磨损状况,优化目标为使最小油膜厚度增加。将目标表达式转化为极小值形式,表达式如下<sup>[11,12]</sup>

$$H_{\min} = -3.63 \times \frac{U^{0.68} \times G^{0.49}}{W^{0.073}} \times (1 - e^{-0.68 \times k}) \quad (8)$$

其中

$$U = \frac{\eta_0 \times u}{E_0 \times R_x}, W' = \frac{Q}{E_0 \times R_x^2} \quad (9)$$

$$R_x = \frac{D_b}{2} \times (1 - \gamma), R_y = \frac{f_i \times D_b}{2 \times f_i - 1} \quad (10)$$

$$G = \alpha_1 \times E_0, k = 1.0339 \times \left(\frac{R_y}{R_x}\right)^{0.636} \quad (11)$$

$$u = \frac{\pi}{120} \times n_i \times D_m \times (1 - \gamma^2) \quad (12)$$

$$Q = \frac{F_r}{J_{rD}(\epsilon) \times Z \times \cos\alpha} \quad (13)$$

式中<sup>[11,12]</sup>:  $H_{\min}$  为最小油膜厚度;  $k$  为椭圆率;  $\eta_0$  为一个大气压下的粘度,取为 0.021 Pa·s;  $\alpha_1$  为粘度的压力指数,取为  $2.3 \times 10^{-8}$  (1/Pa);  $E_0$  为当量弹性模数,取为  $2.25 \times 10^{11}$  Pa;  $n_i$  为内圈转速,假设车速为 80 km/h,计算可得内圈转速值为 720 r/min;  $Q$  为最大受载滚珠接触负荷,可由式(13)计算;  $J_{rD}$  为双列轴承的径向积分,取值为 0.4577;  $e$  为接触椭圆的偏心率,这时取常数。

### (3) 旋滚比

旋滚比用来表征滚珠沿滚道滚动的状态,在进行轮毂轴承设计时,应使旋滚比尽可能小。根据轮毂轴承的运动规律,高速运转时滚珠自旋运动发生在内法兰与内圈的滚道上。旋滚比表达式为<sup>[12]</sup>

$$y = (1 - \frac{D_b}{D_m} \cos\alpha_i) \times \tan(\alpha_i - \beta) + \frac{D_b}{D_m} \sin\alpha_i \quad (14)$$

其中

$$\tan\beta = \frac{\sin\alpha_e}{\cos\alpha_e + \frac{D_b}{D_m}} \quad (15)$$

式中:  $y$  为旋滚比;  $\alpha_i$ ,  $\alpha_e$  为分别为滚珠与内、外法兰的接触角,为 40°。

## 2.3 约束条件

### (1) 外法兰沟底壁厚

轮毂轴承外法兰的最小厚度不应小于  $\epsilon \times D_b$ 。 $\epsilon$  的取值范围为  $0.3 \leq \epsilon \leq 0.35$ <sup>[3]</sup>。本次研究  $\epsilon$  取值为 0.3。外法兰沟底壁厚应满足如下约束<sup>[5]</sup>

$$0.5 \times (D - D_m - D_b) \geq \epsilon \times D_b \quad (16)$$

式中:  $D$  为外径,值为 75.452 mm。

### (2) 滚珠直径

为满足实际工程需要,滚珠直径应满足如下约束<sup>[5]</sup>

$$K_{D_{\min}} \times \frac{(D - d)}{2} \leq D_b \leq K_{D_{\max}} \times \frac{(D - d)}{2} \quad (17)$$

式中:  $K_D$  为球径约束条件系数;  $d$  为轮毂轴承内圈的内径,值为 42.87 mm。

### (3) 球组节圆直径

节圆直径即轮毂轴承内部由一系列滚珠的球心组成的圆的直径。为保证轮毂轴承良好的旋转灵活性,要求节圆直径大于轮毂轴承平均直径,节圆直径应满足如下约束<sup>[5]</sup>

$$(D + d)/2 \leq D_m \leq (0.5 + t) \times (D + d) \quad (18)$$

式中:  $t$  为节圆直径系数,取为 0.06。

### (4) 每列滚珠个数

同列滚珠之间须留有一定的周向间隙,因此对每列滚珠个数进行如下约束

$$Z \leq \frac{180}{\arcsin(\frac{D_b}{D_m})} - 1 \quad (19)$$

### (5) 内、外沟曲率系数

内、外法兰滚道的沟曲率系数对轮毂轴承运转性能影响较大。对于角接触球轴承,内沟曲率系数不应大于 0.520,外沟曲率系数不应大于 0.530<sup>[11]</sup>。沟曲率系数约束表示为

$$0.507 \leq f_i \leq 0.520 \quad (20)$$

$$0.515 \leq f_o \leq 0.530 \quad (21)$$

## 2.4 优化数值分析

通过计算得出轮毂轴承优化设计的 Pareto 最优解集。图 2 所示为本次优化计算的程序流程图。

图 3 给出了疲劳寿命与最小油膜厚度的 Pareto 最优解集,两个目标函数之间是相互制约的关系,一个目标函数的改善是以另一个目标函数值的恶化为代价,该结论与文献[5]所得结论一致。而最小油膜厚度与旋滚比这两个目标函数是相互协调的,最小油膜厚度的增加,会导致旋滚比的减小,轮毂轴承的磨损和发热可同时降低,如图 4 所示。

本次优化设计得出的部分 Pareto 最优解如表 2 所示。各组值非常接近。滚珠直径取下界,每列

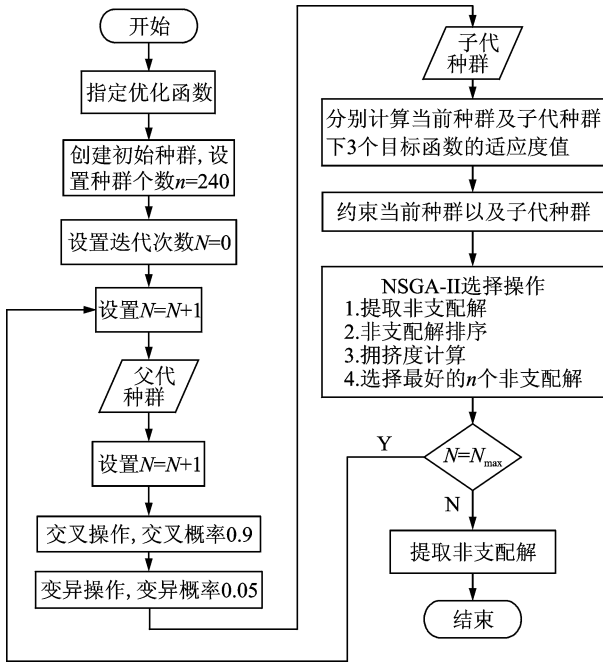


图2 程序流程图

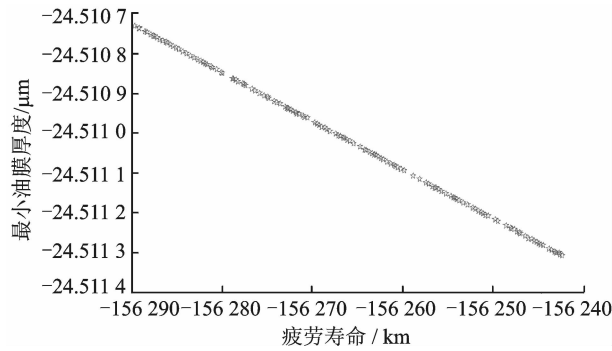


图3 疲劳寿命与最小油膜厚度关系

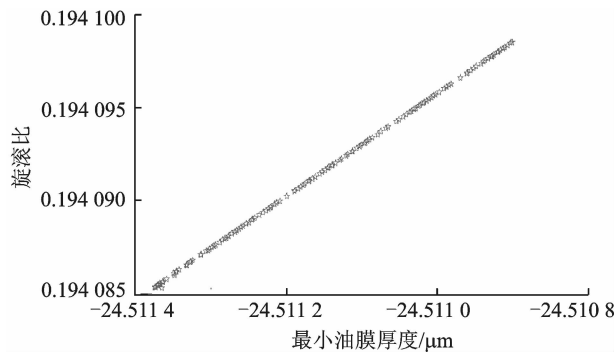


图4 最小油膜厚度与旋滚比关系

表2 部分 Pareto 最优解

| 序号 | $D_b/mm$ | $D_m/mm$ | $Z$ | $f_i$ | $f_o$ |
|----|----------|----------|-----|-------|-------|
| 1  | 10.100 0 | 59.162 9 | 17  | 0.507 | 0.515 |
| 2  | 10.100 6 | 59.162 1 | 17  | 0.507 | 0.515 |
| 3  | 10.100 3 | 59.162 6 | 17  | 0.507 | 0.515 |
| 4  | 10.100 2 | 59.162 6 | 17  | 0.507 | 0.515 |
| 5  | 10.100 4 | 59.162 4 | 17  | 0.507 | 0.515 |

滚珠个数取上界,节圆直径取下界,该结论满足了高速球轴承“小球密排”的设计原则。内、外沟曲率系数均取下界,沟曲率系数的减小,增加了滚珠与滚道之间的接触面积,降低了滚珠与滚道部位的接触应力,提高了轮毂轴承的接触疲劳寿命。

疲劳寿命作为轮毂轴承最重要的性能指标,需要通过优化设计使得疲劳寿命值最长,因此在上述解中选择使得疲劳寿命值最大的一组解。选取表2中的第二组解,根据表1的设计变量取值范围,得出本次优化设计的最终解。其中  $D_b = 10$ ,  $D_m = 59.2$ ,  $z = 17$ ,  $f_i = 0.507$ ,  $f_o = 0.515$ 。

比较优化前后目标函数值,如表3所示。优化后的各目标函数都在原有基础得到改善,疲劳寿命提高了38.41%,最小油膜厚度增加了3.697%,旋滚比下降了6.378%。

表4为文献[6]的优化结果,自旋摩擦功率保持不变,轴向刚度得到提升,但疲劳寿命出现下降,轴承的摩擦生热以及疲劳寿命性能并未能得到改善,未能实现三者同时优化。而本研究在大幅提高疲劳寿命的同时(优化后疲劳寿命大于文献[4]的37%),最小油膜厚度增加3.697%,旋滚比减小6.378%,减缓了轴承的摩擦生热,实现了共同优化。

表3 本文优化结果

| 项目     | 疲劳寿命/km             | 最小油膜厚度/ $\mu m$    | 旋滚比                |
|--------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 原值     | $1.069 \times 10^5$ | 23.760             | 0.205              |
| 优化值    | $1.479 \times 10^5$ | 24.638             | 0.192              |
| 优化效果/% | $\uparrow 38.41$    | $\uparrow 3.697\%$ | $\downarrow 6.378$ |

表4 文献[6]优化结果

| 项目     | 疲劳寿命            | 轴向刚度          | 自旋摩擦功率 |
|--------|-----------------|---------------|--------|
| 优化效果/% | $\downarrow 14$ | $\uparrow 16$ | 未变化    |

### 3 优化结果验证

建立优化后的轮毂轴承模型,进行有限元分析,比较优化前后轮毂轴承最大等效应力,验证优化设计的正确性<sup>[4]</sup>。首先,针对原模型进行有限元分析,将弯曲刚度仿真值与试验值进行比对,验证有限元模型的正确性。再将优化前后的模型进行分析对比。

#### 3.1 原始有限元模型验证

##### 3.1.1 静刚度分析

图5所示为轮毂轴承的轴向位移云图,最大及最小轴向位移均位于内法兰端面位置,分别为0.192, -0.166 mm。外法兰端面指定点的轴向位移为  $5.3 \times 10^{-5}$  mm,如图6所示。

##### 3.1.2 试验验证

表5为在轮毂轴承刚度试验机测得的不同载

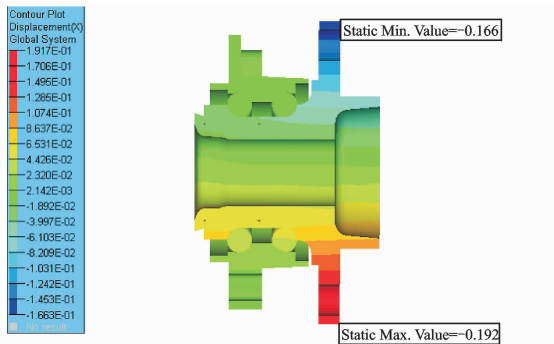


图 5 轮毂轴承轴向位移云图

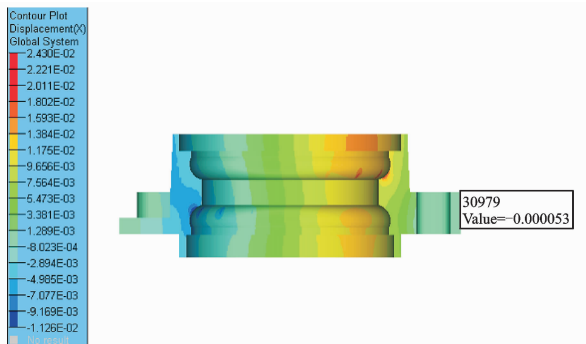


图 6 外法兰轴向位移云图

荷下轮毂轴承倾角的仿真值和试验值的比较。

表 5 仿真值与试验值对比

| 轴向载荷/<br>kN | 轮毂轴承倾角/(°) |       | 误差/% |
|-------------|------------|-------|------|
|             | 仿真值        | 试验值   |      |
| 0           | 0          | 0     | 0    |
| 2           | 4.43       | 4.12  | 7.52 |
| 4           | 8.45       | 8.01  | 5.49 |
| 6           | 12.09      | 11.76 | 2.81 |
| 8           | 15.84      | 16.23 | 2.40 |
| 10          | 18.89      | 19.68 | 4.01 |

如图 7 所示, 轮毂轴承倾角与所承载荷基本成线性关系。仿真值与试验值相比, 误差控制在 8% 以内, 最小误差为 2.4%, 验证了有限元模型的正确性。

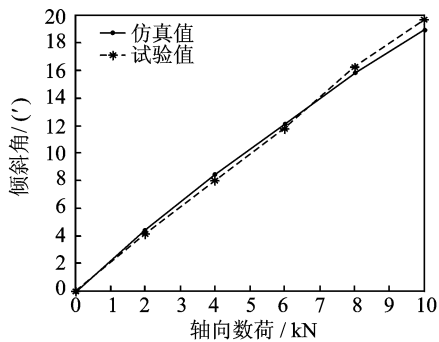


图 7 刚度仿真值与试验值比对

### 3.2 优化前后分析比较

图 8,9 分别为原模型以及优化模型的等效应力云图, 最大应力均位于滚珠上, 与滚道相接触的部位。图 10,11 为原模型以及优化模型各部件的等

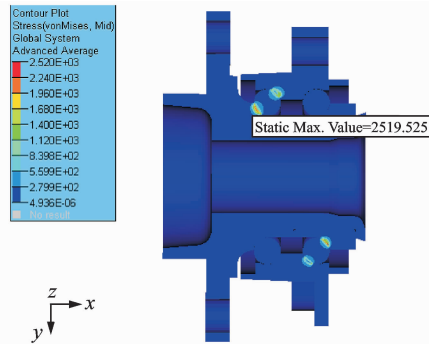


图 8 原模型等效应力云图

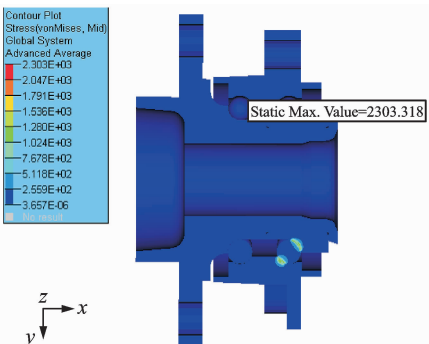
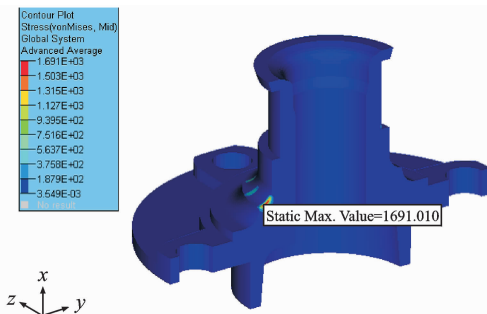
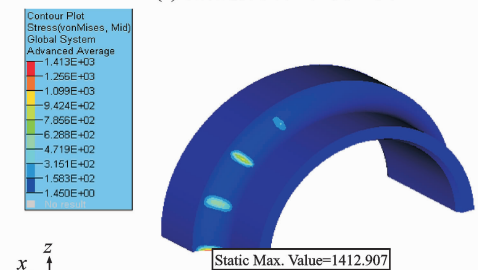


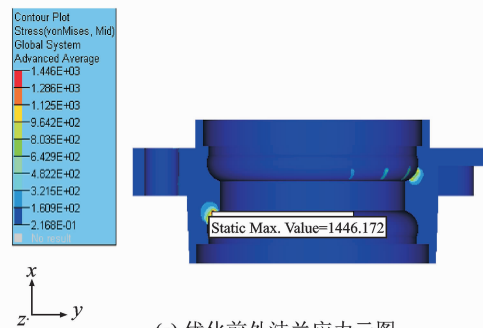
图 9 优化模型等效应力云图



(a) 优化前内法兰应力云图



(b) 优化前内圈应力云图



(c) 优化前外法兰应力云图

图 10 原部件应力图

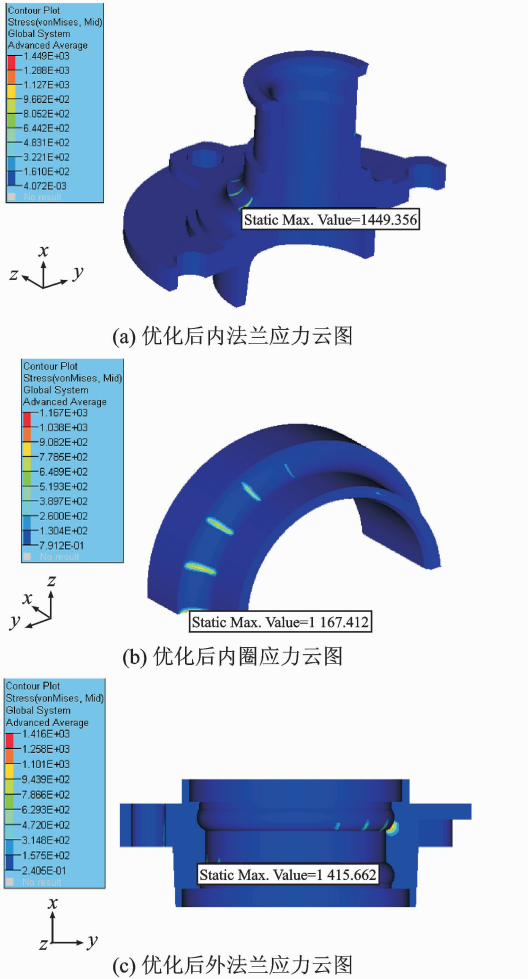


图 11 优化后部件应力图

效应力图,优化后的各部件最大应力较原模型均有所下降,如表 6 所示。

表 6 优化前后轮毂轴承应力比较

| 模型     | 最大等效应力/MPa |        |         |        |
|--------|------------|--------|---------|--------|
|        | 全模型        | 内法兰    | 内圈      | 外法兰    |
| 原模型    | 2 520      | 1 691  | 1 413   | 1 446  |
| 优化模型   | 2 303      | 1 449  | 1 167   | 1 416  |
| 优化效果/% | ↓ 8.61     | ↓ 14.3 | ↓ 17.41 | ↓ 2.07 |

轮毂轴承在正常工作条件下的主要破坏形式是接触疲劳。接触应力的大小直接影响着轮毂轴承的疲劳寿命,本次优化设计后的轮毂轴承最大等效应力值较原模型下降了 8.61%,各部件最大等效应力较原模型均有不同程度降低,提高了轮毂轴承的接触疲劳寿命,验证了优化设计的有效性<sup>[4]</sup>。

## 4 结论

(1)以轮毂轴承疲劳寿命、磨损寿命、旋滚比为目标函数,应用 NSGA-II 算法进行轮毂轴承的多目标优化,各目标性能均得到不同程度的提升,取得了优良的优化效果。

(2)将优化设计后的轮毂轴承进行有限元分析,优化模型最大等效应力较优化前模型最大应力值下降 8.61%,各部件所受应力较原模型均有不同程度的下降,轮毂轴承的接触疲劳寿命得到提升,验证了优化设计的有效性。

## 参考文献:

- [1] Numata T. Latest technical trends regarding hub unit bearings[J]. Koyo Engineering Journal, 2005(168): 8-13.
- [2] Sakamoto J. Trends and new technologies of hub unit bearings[J]. NSK Motion & Control, 2005(17): 2-9.
- [3] Rao B R, Tiwari R. Optimum design of rolling element bearings using genetic algorithms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42 (2): 233-250.
- [4] Choi Dong-Hoon, Yoon Ki-Chan. A design method of automotive wheel-bearing unit with discrete design variables using genetic algorithms[J]. Journal of Tribology, 2001, 123(1): 181-187.
- [5] Shantanu Gupta, Rajiv Tiwari. Multi-objective design optimisation of rolling bearings using genetic algorithms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007 (42): 1418-1443.
- [6] 喻炜. 高速混合陶瓷球轴承分析与优化设计[D]. 天津:天津大学, 2011.  
Yu Wei. Analysis and optimal design of high speed hybrid ceramic ball bearing[D]. Tianjin: Tianjin University, 2011.
- [7] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II[C] // 6th International Conference on Computer Science, Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI. Paris, France: Springer Berlin Heidelberg, 2000: 849-858.
- [8] 龚纯. 精通 MATLAB 最优化计算[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.  
Gong Chun. Proficient in MATLAB optimization calculation[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2009.
- [9] Zhang Gang, Zhang Xue, Ruan Juan. Optimization design of new automobile Hub bearing[C] // 2011 International Conference on Electric Information and Control Engineering(ICEICE 2011). Wuhan: [s. n.], 2437-2440.
- [10] 刘泽九, 贺士奎, 刘晖. 滚动轴承应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.  
Liu Zejiu, He Shikui, Liu Hui. Rolling bearing application[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2007.
- [11] 冈本纯三. 球轴承的设计计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.  
Okamoto Junnami. Design and calculation of ball bearing [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2003.
- [12] 万长森. 滚动轴承的分析方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.  
Wan Changsen. The analysis method of the rolling bearing [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1987.

