

基于渐消卡尔曼滤波器的定位系统设计

杨柳庆¹ 肖前贵² 牛妍¹ 胡寿松¹

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京, 210016;

2. 南京航空航天大学无人机研究院, 南京, 210016)

摘要:针对无人机捷联式惯性导航系统(Strap-down inertial navigation system, SINS)定位精度低、全球卫星定位系统(Global position system, GPS)定位的非自主性,建立了一种无人机SINS/GPS定位信息融合系统。采用渐消Kalman滤波技术,有效防止了SINS/GPS组合导航系统的滤波发散。采用自适应运算法则,从理论上证明了渐消卡尔曼滤波器的稳定性,得到了滤波器稳定要求的新的条件,与以往研究比较,条件更为宽泛。分别进行了SINS/GPS常规卡尔曼滤波仿真和渐消卡尔曼滤波仿真,结果表明:采用渐消卡尔曼滤波技术在工程实践上可以有效提高无人机的导航定位精度,并且易于工程实现。

关键词:无人机; SINS/GPS组合导航系统; 渐消Kalman滤波; 稳定性

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2012)01-0134-05

Design of Localization System Based on Reducing Kalman Filter

Yang Liuqing¹, Xiao Qiangui², Niu Yan¹, Hu Shousong¹

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Research Institute of Unmanned Aircraft, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: Aiming at the low precision of navigation and position in strap-down inertial navigation system (SINS) of unmanned aerial vehicle (UAV) and the dependence of global position system (GPS), the SINS/GPS localization information fusion system is designed. The reducing Kalman filter is introduced to prevent SINS from distorting filter. The stability of the reducing Kalman filter is analyzed by a standard adaptive algorithm to obtain new and low requirement conditions for stability. Through derivation and simulation of reducing factor, the filter effect on system of reducing Kalman filter is compared with that of general filter. The simulation results show that reducing Kalman filter can improve the accuracy of navigation localization for UAV and can meet the need of engineering realization.

Key words: unmanned aerial vehicle; SINS/GPS; reducing Kalman filter; stability

在无人机SINS/GPS组合导航系统中,卡尔曼滤波技术是一种常用的滤波算法,当观测信息和模型及统计信息可靠时,Kalman滤波计算性能较好。但当模型存在较大误差或状态突变时,由Kalman滤波所得的状态估值与实际系统之间的误差较大,已不能反映真实系统,甚至造成滤波发散。为解决上述问题,本文采用渐消卡尔曼滤波器,利用渐消因子限制卡尔曼滤波器的记忆长度,充分

利用现时的观测数据,即随着时间的推移,滤波器要逐渐消除“过时”的观测数据,充分利用现时的观测数据。据此,本文建立了一种基于渐消卡尔曼滤波的SINS/GPS组合导航系统。从理论上分析了渐消卡尔曼滤波的稳定性,并给出了证明过程。仿真结果表明:采用渐消卡尔曼滤波技术在工程实践上可以有效提高无人机的导航定位精度,并且易于工程实现^[1-2]。

1 SINS/GPS 定位信息融合算法

1.1 系统建模

系统的误差状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t)$$

$$\mathbf{X}(t) = [\varphi_E, \varphi_N, \varphi_U, \delta V_E, \delta V_N, \delta V_U, \delta L, \delta \lambda, \delta h,$$

$$\epsilon_{bx}, \epsilon_{by}, \epsilon_{bz}, \epsilon_{rx}, \epsilon_{ry}, \epsilon_{rz}, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T$$

其中: $\varphi_E, \varphi_N, \varphi_U$ 分别为东北天方向的平台误差角; $\delta V_E, \delta V_N, \delta V_U$ 分别为东北天方向的速度误差; $\delta L, \delta \lambda, \delta h$ 分别为经度、纬度和高度误差; $\epsilon_{bx}, \epsilon_{by}, \epsilon_{bz}$ 分别为机体轴陀螺的常值漂移; $\epsilon_{rx}, \epsilon_{ry}, \epsilon_{rz}$ 分别为机体轴方向陀螺的随机漂移; $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$ 分别为机体轴方向加速度计的随机误差。

$$\mathbf{W}(t) = [\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}, \omega_{rx}, \omega_{ry}, \omega_{rz}, \omega_{ax}, \omega_{ay}, \omega_{az}]^T$$

为均值为零、方差为 \mathbf{Q} 的白噪声,共 9 维; $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$ 分别为陀螺误差模型的白噪声; $\omega_{rx}, \omega_{ry}, \omega_{rz}$ 分别为陀螺误差的一阶马尔可夫过程的激励白噪声; $\omega_{ax}, \omega_{ay}, \omega_{az}$ 分别为加速度计误差模型的一阶马尔可夫过程的激励白噪声。

基于姿态、位置和速度的量测方程为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}$$

其中 $\mathbf{Z} = [\theta_I - \theta_G, \gamma_I - \gamma_G, \varphi_I - \varphi_G, L_I - L_G, \lambda_I - \lambda_G,$

$h_I - h_G, V_{EI} - V_{EG}, V_{NI} - V_{NG}, V_{UI} - V_{UG}]^T$ $\mathbf{H} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_a, 0_{3 \times 3}, 0_{3 \times 3}, 0_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 3}, 0_{3 \times 3}, \mathbf{H}_p, 0_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 3}, \mathbf{H}_v, 0_{3 \times 3}, 0_{3 \times 9} \end{bmatrix}, \text{均值 } \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_a(t) \\ \mathbf{V}_p(t) \\ \mathbf{V}_v(t) \end{bmatrix}, \text{其中 } \mathbf{V} \text{ 为}$$

零均值,方差为 \mathbf{R} 矩阵的白噪声,系数矩阵详见文献[3]。

经离散化后系统的状态方程和量测方程组为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_{k+1,k}\mathbf{X}_k + \Gamma_k\mathbf{W}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{X}_{k+1} + \mathbf{V}_{k+1} \quad (2)$$

1.2 渐消卡尔曼滤波算法

渐消卡尔曼滤波器的滤波估计算法为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^k = \Phi_{k+1}^k \hat{\mathbf{X}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^k = \lambda_{k+1} \Phi_{k+1}^k \mathbf{P}_k \Phi_{k+1}^{kT} + \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^k \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^k \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1}$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k+1}^k$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^k + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^k)$$

可见,渐消卡尔曼滤波器与常规卡尔曼滤波器的区别在于:前者在计算 \mathbf{P}_{k+1}^k 时多乘了自适应渐消因子 λ_{k+1} 。目的是利用渐消因子限制卡尔曼滤波器的记忆长度,充分利用现时的观测数据,加重现时观测数据在状态估计中的作用,从而避免了滤波发

散。

根据文献[4]中对渐消卡尔曼滤波器的渐消因子的理论推导,采用简化算法求取最佳渐消因子,即 $\lambda_{k+1} = \max\{1, \partial \text{tr}(t_{k+1}) / \text{tr}(q_{k+1})\}$, 其中

$$t_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^k \mathbf{H}_{k+1}^T - \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T$$

$$q_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \Phi_k \mathbf{P}_k \Phi_k^T \mathbf{H}_{k+1}^T \quad \partial \text{为调整系数} (\partial > 1)$$

最佳渐消因子的物理意义:状态突变时,估计误差的增大会引起 $\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^k \mathbf{H}_{k+1}^T$ 的增大,使得 t_{k+1} 也增大。由渐消因子 λ_{k+1} 的算式可以看出, λ_{k+1} 增大,则估计的误差方差 \mathbf{P} 增大,由“过时”数据迭代得到的 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^k$ 误差增大,滤波算法通过选择 \mathbf{K}_{k+1} , 增大对当前时刻观测数据的利用,消除了“过时”数据产生的不良影响,提高了滤波器的跟踪能力,使滤波效果达到最佳。

2 渐消卡尔曼滤波稳定性证明

2.1 随机有界性和状态稳定

定义 对一切 k , 若随机变量 \mathbf{U}_k 满足 $|\mathbf{U}_k| < \infty_{\text{wpl}}$, 则 \mathbf{U}_k 可被称为弱随机有界性 (Weakly stochastically bounded, WSB), 可表示为

$$\limsup_{A \rightarrow \infty} \limsup_{k \rightarrow \infty} P(|\mathbf{U}_k| > A) = 0 \quad (3)$$

概率论中,具备式(3)性质的随机变量叫做紧有界性(严格来说是与随机变量相关的量测噪声是紧有界性),在本文中称为 WSB。白噪声的有限方差是有界的,而且 $\sup_k |\mathbf{U}_k|$ 序列无限大,所以式(3)定义中 \sup 放在“ P ”外面。

如果 \mathbf{U}_k 有限,等价于 $\lambda(\mathbf{U}_k) < \infty_{\text{wpl}}$ 。对于逆阵 \mathbf{W}_k^{-1} , 记 $\sup_k P(\lambda(\mathbf{W}_k^{-1}) > A) = \sup_k P(\sigma(\mathbf{W}_k) < A^{-1}) = 1 - \inf_k P(\sigma(\mathbf{W}_k) > A^{-1})$ 。

因此,若 $\liminf_{\epsilon < 0} \liminf_k P(\sigma(\mathbf{W}_k^T \mathbf{W}_k) > \epsilon) = 1$, 则认为 \mathbf{W}_k^{-1} 是随机有界的 (WSB)。

若 $\mathbf{U}_k, \mathbf{W}_k$ 是 WSB, 则 $\mathbf{U}_k \mathbf{W}_k$ 也是 WSB, 原因如下

$$P(\|\mathbf{U}_k \mathbf{W}_k\| > A) \leq P(\|\mathbf{U}_k\| \|\mathbf{W}_k\| > A)$$

$$\|\mathbf{U}_k\| < \sqrt{A} + P(\|\mathbf{U}_k\| \geq \sqrt{A}) \leq$$

$$P(\|\mathbf{W}_k\| \geq \sqrt{A}) + P(\|\mathbf{U}_k\| \geq \sqrt{A})$$

可得结论:任何有界的变量矩阵的有限次求和和乘积的结果仍然是有界的。而且,根据 Prohorov 定理,若 \mathbf{U}_k 有界,则存在 \mathbf{U}_k 的量测稳态值(又叫不变量或平衡值)。

2.2 变量误差的有界性

考虑时变系统(1,2)转移矩阵为

$$\Phi_{k,l} = \mathbf{F}_k \mathbf{F}_{k-1} \cdots \mathbf{F}_{l+1} \quad k > l \quad (4)$$

$$\Phi_{l,k} = \Phi_{k,l}^{-1} \quad k > l; \Phi_{0,0} = \mathbf{I} \quad (5)$$

将 F_k, G_k, H_k 视作与白噪声 w_k, v_k 互不相关的确定性量, 卡尔曼滤波由状态估计构成

$$\hat{x}_k = F_{k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1}) = \Psi_k \hat{x}_{k-1} + K_k y_k \quad (6)$$

$$\Psi_k = (I - K_k H_k) F_{k-1} \quad (7)$$

由此得到

$$K_k = M_k H_k^T V_k^{-1} \quad (8)$$

$$P_k = (M_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} \quad (9)$$

$$M_{k+1} = F_k P_k F_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad (10)$$

$$V_k = R_k + H_k M_k H_k^T \quad (11)$$

状态误差估计为 $\tilde{x}_k = \hat{x}_k - x_k$, 由式(1, 2, 6, 7)可得^[5]

$$\tilde{x}_k = \Psi_k \tilde{x}_{k-1} + K_k v_k - (I - K_k H_k) G_{k-1} w_{k-1} \quad (12)$$

从稳定性分析角度看, 并不要求 F_k, G_k, H_k, Q_k, R_k 与 w_k, v_k 无关。记

$$\hat{x}_{\frac{k}{k-1}} = E \left(\frac{x_k}{y_{k-1}, \dots} \right), M_k = \text{var} \left(x_k - \hat{x}_{\frac{k}{k-1}} \right)$$

$$P_k = \text{var} \left(x_k - x_{\frac{k}{k}} \right), x_{\frac{k}{k}} = E \left(\frac{x_k}{y_k, y_{k-1}, \dots} \right)$$

根据矩阵逆阵引理和式(9), 得

$$\begin{aligned} P_k &= M_k - M_k H_k^T V_k^{-1} H_k M_k \Rightarrow \\ P_k H_k^T R_k^{-1} &= \\ M_k H_k^T R_k^{-1} - M_k H_k^T V_k^{-1} H_k M_k H_k^T R_k^{-1} &= \\ M_k H_k^T V_k^{-1} (V_k - H_k M_k H_k^T) R_k^{-1} &= \\ M_k H_k^T V_k^{-1} &= K_k \end{aligned} \quad (13)$$

将式(8)代入式(9), 可写成

$$\begin{aligned} P_k &= (I - K_k H_k) M_k (I - K_k H_k)^T + \\ & (I - K_k H_k) M_k H_k^T K_k^T = \\ & (I - K_k H_k) M_k (I - K_k H_k)^T + \\ & P_k H_k^T R_k^{-1} H_k P_k \end{aligned} \quad (14)$$

$$M_{k+1} = \Psi_k M_k \Psi_k^T + E_k \quad (15)$$

$$E_k = F_k P_k H_k^T R_k^{-1} H_k P_k F_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad (16)$$

若 F_k, G_k, H_k, Q_k, R_k 随机, 考虑式(12, 15)的稳定性, 假设如下:

- (1) F_k^{-1} 有界;
- (2) $F_k, G_k, H_k, Q_k, R_k^{-1}$ 有界;
- (3) w_k, v_k 有界。

由文献[6, 7], 可得

$$\begin{aligned} (I_{k,k-m} + C_{k,k-m}^{-1})^{-1} &\leq P_k \leq I_{k,k-m}^{-1} + C_{k,k-m} \\ (I_{k,k-m}^{-1} + C_{k,k-m})^{-1} &\leq P_k^{-1} \leq I_{k,k-m} + C_{k,k-m}^{-1} \end{aligned}$$

假定 $I_{k,k-m}^{-1}, I_{k,k-m}, C_{k,k-m}^{-1}, C_{k,k-m}$ 有界, $I_{k,k-m}, C_{k,k-m}$ 满足假设(1, 2)。为了研究 $I_{k,k-m}^{-1}, C_{k,k-m}^{-1}$, 引入下列随机可控可观假设:

(4) 对于确定性整数 $m, I_{k,k-m}^{-1}, C_{k,k-m}^{-1}$ 有界;

$$(5) \liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} P(\sigma(I_{k,k-m}) > \varepsilon) = 1$$

$$\liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} P(\sigma(C_{k,k-m}) > \varepsilon) = 1, \text{ 得}$$

引理1 由假设(1, 2, 4), 可得 $P_k, M_k, P_k^{-1}, M_k^{-1}$ 有界。

2.3 随机有界输入有界输出(BIBO)稳定性

系统 $z_k = T_k z_{k-1} + n_k$ 。其中, T_k, n_k 严格固定。

BIBO 定理 假定 T_k 以确定速度 θ 按指数稳定, $\lim_{k \rightarrow \infty} \log(T_k T_{k-1} \dots T_1) \leq -\theta < 0$, 若 n_k 有界, 则 z_k 有界。

2.4 静态结果总结

为了总结静态结果, 引入另一个假设。

(6) F_k, G_k, H_k, Q_k, R_k 严格静态。

因此, 得

定理1 在假设(1, 2, 4, 6)下, $\|z_k\|$ 按指数稳定至0; 等价于转移矩阵 $\|\Psi_{k,0}\|$ 按指数稳定至0。

定理2 在假设(1, 2, 4, 6)下, P_k 有一个独特的不变测度, 以指数形式接近它。

定理3 在假设(1~4, 6)下式(12)的卡尔曼状态误差估计有界。

2.5 动态结果总结

用混合假设来代替假设(6), 由 ξ_k 得到 $H_{a,b}$, 作为 σ -代数 ($0 \leq k \leq b$), 对任意 $A \in H_{1,t}, B \in H_{t+n,\infty}$, 若 $n \rightarrow \infty$, 则 $|P(AB) - P(A)P(B)| \leq \alpha(n)$, $\alpha(n) \rightarrow 0$ 。

(7) Q_k, R_k 严格静态, $\sum X = E(x_k x_k^T)$ 有限; Q_k, R_k^{-1} 有界。

(8) w_k, v_k 有界。

(9) 对某一整数和常量 c , $\sum_{k-m}^k E(x_k x_k^T) > cI$ (全体 k), 且 $\sup_k E(\|x_k\|^2) < \infty$ 。

定理4 在假设(1, 2, 4, 7)下, $\|z_k\|$ 按指数稳定至0, 等价于转移矩阵 $\|\Psi_{k,0}\|$ 按指数稳定至0。

定理5 在假设(1, 2, 4, 7)下, $\|P_k\|$ 有一个独特的不变测度, 以指数形式接近它。

定理6 在假设(1~4, 7)下, 卡尔曼状态误差估计有界。

定理7 在假设(8, 9)下, 模型式(1, 2)的卡尔曼滤波误差估值有界, 相关的误差协方差是一个定值, 以指数形式接近。

证明 由于 $E(L_{k,k-m}) = m \sum x$, 假设(4)成立, 根据 Tchebychev 不等式, 定理4~7 成立^[8-9]。

3 仿真结果

取中低精度的捷联惯导系统与GPS组合。设惯导系统的等效陀螺漂移为 $0.1^\circ/\text{h}$,等效加速度计零偏为 10^{-4}g ;GPS接收机为带SA误差的C/A码

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = \left\{ \begin{array}{l} 5'', 5'', 2'', 0.24(\text{m/s}), 0.24, 0.3, 4(\text{m}), 4, 7, 2 \times 10^{-5}(\text{rad/s}) \\ 2 \times 10^{-5}, 2 \times 10^{-5}, 3 \times 10^{-6}(\text{rad/s}) \\ 3 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-5}, 3 \times 10^{-5}, 3 \times 10^{-5} \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag} \left\{ \begin{array}{l} (80'')^2, (80'')^2, (100'')^2, (0.3 \text{ m/s})^2, (0.3 \text{ m/s})^2, (0.4 \text{ m/s})^2, (5 \text{ m})^2, (5 \text{ m})^2, (8 \text{ m})^2 \\ (0.1^\circ/\text{h})^2, (0.1^\circ/\text{h})^2, (0.1^\circ/\text{h})^2, (0.001^\circ/\text{h})^2, (0.001^\circ/\text{h})^2, (0.003^\circ/\text{h})^2 \\ (10\mu\text{g})^2, (10\mu\text{g})^2, (15\mu\text{g})^2 \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left\{ \begin{array}{l} (0.01)^2, (0.01)^2, (0.01)^2, (5 \times 10^{-3})^2, (5 \times 10^{-3})^2 \\ (5 \times 10^{-3})^2, (1 \times 10^{-4})^2, (1 \times 10^{-4})^2, (1 \times 10^{-4})^2 \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{R} = \text{diag} \{0.02, 0.02, 0.09, 10^2, 10^2, 20^2, 0.1^2, 0.1^2, 0.2^2\}$$

分别采用常规卡尔曼滤波和渐消因子卡尔曼滤波进行仿真对比(图1~4)。

(1) 从图1~4可以看出,SINS/GPS组合克服了各自缺点,取长补短,使信息融合后的导航精度高于两个系统单独工作的精度,降低了惯导系统的

接收机。设置飞行器初始位置为东经 118.5° ,北纬 32.3° ,海拔高度 $1\,000\text{ m}$,初始航向角为 45° ,平飞速度为 250 m/s ,飞行轨迹包括起飞、爬升、转弯、下滑和平飞等飞行状态,仿真时间为 $2\,000\text{ s}$ 。

渐消卡尔曼滤波参数设计如下:

成本,提高了整个系统的容错性。

(2) 对于常规卡尔曼滤波而言,系统的噪声方差和量测方差在整个滤波过程中是常值,一经设定在滤波过程中不再改变。而在实际系统中,由于系统运行环境的变化,使得系统的噪声和量测噪声是

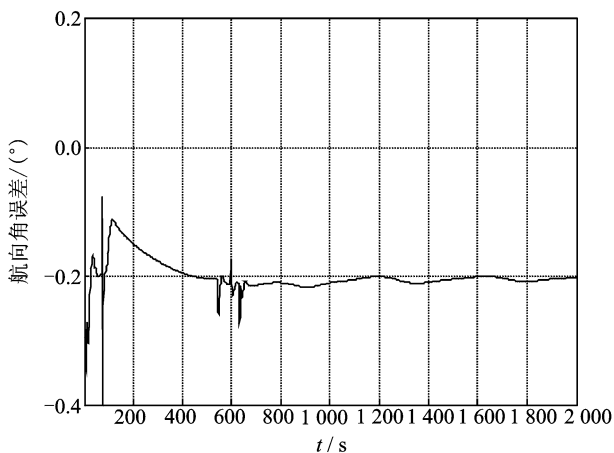


图1 常规卡尔曼滤波航向角误差曲线

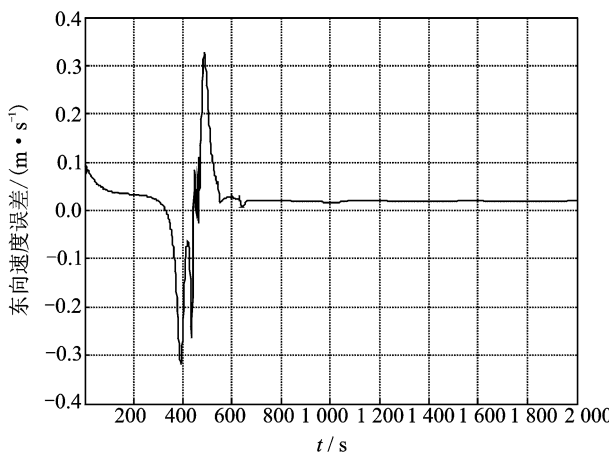


图2 常规卡尔曼滤波东向速度误差曲线

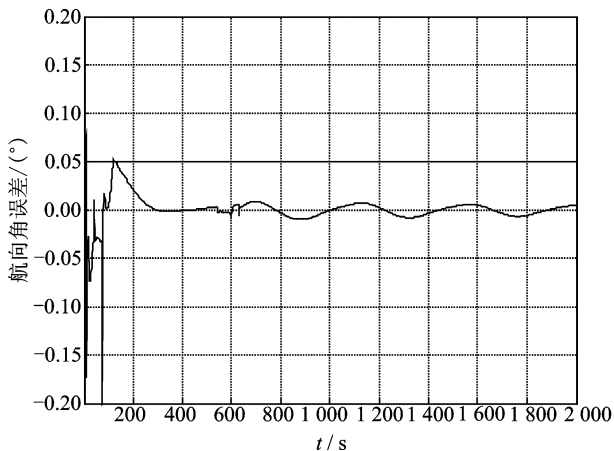


图3 渐消卡尔曼滤波航向角误差曲线

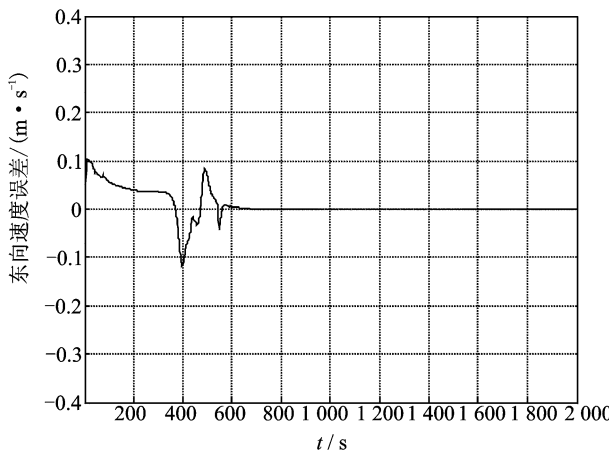


图4 渐消卡尔曼滤波东向速度误差曲线

不断变化的,这就破坏了常规卡尔曼滤波成立的条件,使得滤波性能变差,甚至导致发散。采用渐消卡尔曼滤波,根据滤波残差计算渐消因子,充分利用了现时观测数据,大大提高了滤波性能。

(3) 根据渐消 Kalman 滤波算法原理及在 PC 机上实时仿真计算,算法执行一次消耗的时间在 $10^{-5} \sim 10^{-4}$ s 数量级范围内,而飞行控制系统定位信息的实时性要求为 100 ms,考虑实际飞行控制计算机与 PC 机计算速度差别和各种影响算法执行速度的因素,经过换算可以得出,该方法在实现上能满足无人机定位信息系统实时性要求。

4 结束语

本文从理论上证明了渐消卡尔曼滤波的稳定性,将其用于 SINS/GPS 组合导航系统实现 SINS 和 GPS 之间的信息融合,有效解决了系统滤波发散问题,提高了无人机导航定位精度。该方法易于工程实现,具有重要实用价值。

参考文献:

- [1] Dikshit V G, Mahapatra P R. Medium-coupled bus-based INS/GPS sensor fusion for accurate and reliable positioning[C]// Proceedings of ESAV. Italy: Capri, 2008.
- [2] 杨艳娟, 卞泓巍, 田蔚风, 等. 一种新的 INS/GPS 组合导航技术[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(2): 23-26.
- Yang Yanjuan, Bian Hongwei, Tian Weifeng, et al.

A new INS/GPS integrated navigation technique[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2004, 12(2): 23-26.

- [3] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.
- [4] 杨柏军, 潘鸿飞, 才晓峰. 如何采用渐消卡尔曼滤波器防止捷联惯导系统滤波发散[J]. 微计算机信息, 2005, 21(4): 13-15.
- Yang Bojun, Pan Hongfei, Cai Xiaofeng. Adopt reducing Kalman filter to prevent strapdown inertial navigation system from distortion of filter[J]. Control & Automation, 2005, 21(4): 13-15.
- [5] Wang Yuan, Wand Gang. Stochastic stability of the discrete-time Kalman filter[C]// Proceedings of the Sixth International Conference on Intelligent System Design and Applications. [S.l.]: IEEE, 2006.
- [6] Hoon K, Jang K, Lee G, et al. The stability analysis of the adaptive fading extended Kalman filter[C] // 16th IEEE International Conference on Control Applications Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control Singapore. [S.l.]: IEEE, 2007: 1-3.
- [7] Solo V. Stability of the Kalman filter with stochastic time-varying parameters [C] // Proc of the 35th IEEE-CDC. Kobe, Japan; [s.n.], 1996.
- [8] Guo L. Stability of recursive stochastic tracking algorithms [J]. SIAM JL Control, 1994, 32: 1195-1125.
- [9] Guo L, Li Ljung. Exponential stability of general tracking algorithms[J]. IEEE Tran Autom Contr, 1995, 40: 1376-1387.