

# 基于混杂系统模型的航空器4D航迹推测

汤新民 韩云祥 韩松臣

(南京航空航天大学民航学院, 南京, 210016)

**摘要:**为实现对未来大流量、高密度、小间隔条件下空域实施管理,4D航迹推测是国内新一代空管自动化系统最为核心的一项技术。首先基于飞行剖面不同飞行阶段的航空器动力学模型,构造了在不同飞行阶段之间转移,而在同一阶段航空器重量、校正空速、高度和距离等状态连续变化的混杂系统模型。通过温度和风速风向修正航空器真空速及地速,利用混杂系统递推法求解航空器4D航迹。实际算例表明,本文提出的混杂系统模型推测得到的水平航迹和垂直剖面能够准确地反映航空器的飞行状态变化,单架航空器4D航迹推测计算时间可以控制在2 s以内。

**关键词:**新一代空管自动化系统;4D航迹推测;混杂系统理论;航空器动力学模型

**中图分类号:**V355      **文献标识码:**A      **文章编号:**1005-2615(2012)01-0105-08

## Aircraft 4D Trajectory Estimation Based on Hybrid System Model

*Tang Xinmin, Han Yunxiang, Han Songchen*

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** To resolve the problem of future airspace management under the condition of great traffic flow, high density, and small separation, four-dimensional (4D) trajectory estimation becomes one of the core technologies for next new generation automatic air traffic control system. According to the given flight profile and the aero-dynamics models under different flight conditions, a hybrid system model is constructed with the feature that state switches between different flight stages, while but aircraft weight, calibrated airspeed, altitude and distance change continuously in the same stage. Air temperature, wind speed and wind direction are used to modify the true airspeed and ground speed of the aircraft. The hybrid system simulation is used to solve aircraft 4D trajectory. Case study proves that horizontal and vertical aircraft trajectory estimated through hybrid system can image the flight dynamic state of the given aircraft. In addition, the time cost of trajectory computation for one aircraft can be limited within 2 s.

**Key words:** next generation automatic air traffic control system; four-dimensional trajectory estimation; hybrid system theory; aero-dynamics model

随着全球航空运输业快速发展与空域资源有限矛盾的日益突出,在空中交通流密集的复杂空域,采用飞行计划结合空管调配的空中交通管理方式逐渐显示出其落后性,具体表现在:(1)飞行计划并未为航空器配置精确的空管间隔,容易造成交通

流战术管理中的拥挤,降低空域安全性;(2)以飞行计划为中心的空管自动化系统对飞行剖面的推算和航迹预测精度差,造成冲突化解能力差;(3)空中交通管制工作仍然侧重于保持单个航空器之间的安全间隔,很难上升到对交通流进行战略性管理。

**基金项目:**国家自然科学基金委员会与中国民用航空总局(61174180)联合资助项目;江苏省自然科学基金(NS2010177)资助项目;南京航空航天大学基本科研业务费专项科研(56Y1078)资助项目。

**收稿日期:**2010-11-04;**修订日期:**2011-08-28

**通讯作者:**汤新民,男,副教授,1979年生,E-mail:tangxinmin@nuaa.edu.cn。

在此情况下,欧洲和美国分别计划并实施其下一代空中交通管理系统,即美国的 NGATS<sup>[1]</sup>和欧洲共同体的 SESAR<sup>[2]</sup>,其目的是为提高空中交通管理服务,其核心技术是采用面向 4D 航迹的空域运行,将现有的飞行计划及空中交通管理系统的运行模式转换到基于航空器航迹的运行模式上来,在高密度空域把航迹运作为基本运行机制之一<sup>[1]</sup>。4D 航迹是以空间和时间形式,对某一航空器航迹中的各点空间位置(经度、纬度和高度)和时间的精确描述,基于航迹的运行是指在 4D 航迹的航路点上使用“控制到达时间”,即控制航空器通过特定航路点的“时间窗”<sup>[3-4]</sup>。基于 4D 航迹的运行是未来对大流量、高密度、小间隔条件下空域实施管理的一种有效手段,可以显著地减少航空器航迹的不确定性,提高空域和机场资源的安全性与利用率<sup>[5]</sup>。

由于 4D 飞行航迹推测与生成在空中交通管制自动化系统中具有重要作用,国内外纷纷对此展开研究。航迹预测研究中出现的算法可以分为两种:(1)基于卡尔曼滤波或神经网络等的无参数估计方法:Prevost 提出一种扩展卡尔曼滤波用于估计航空器状态的方法,航迹可以通过当前航空器状态和运动模型进行预测<sup>[6]</sup>。Lymperopoulos 提出了一种基于粒子滤波的航迹预测的方法,通过对航空器的状态参数如风速、空速等的预测间接实现航迹的预测<sup>[7]</sup>。吴鹏提出一种基于数据挖掘的预测模型,该模型挖掘历史飞行时间数据,从中找出影响飞行时间的因素,预测出下一次飞行的全程时间,然后从历史位置数据中分析得出航空器在每个采样周期点上的位置,实现完整的 4D 航迹预测<sup>[8]</sup>。通过以往飞行航迹数据进行无参数的挖掘方法可以很好解决常态情况下的航迹推测问题,但一方面需要大量的历史采样数据,且一旦出现干扰如管制调配、气象环境改变,该方法很难做出相应的调整。(2)基于航空器动力学或运动学模型方法:Slattery 提出了一种面向雷达管制自动化系统的航迹生成算法,在该算法中将航迹的水平路径用通过指定的航路点的直线或圆弧连接,而垂直路径分为一系列飞行航段,利用二阶龙格-库塔法生成垂直航迹<sup>[9]</sup>。Richard 研究了起飞爬升阶段的 4D 航迹预测方法<sup>[10]</sup>;Lee 重点研究了下降进场的 4D 航迹控制技术与优化<sup>[11]</sup>;吴树范研究了航空器纵向飞行剖面的解算与综合<sup>[12]</sup>;王超提出了基本飞行模型的概念,按飞行阶段特点用基本飞行模型构建水平航迹、高度剖面 and 速度剖面,根据航迹特征点的飞行

状态信息(位置、高度、速度和航向)拟合生成完整的 4D 航迹<sup>[13]</sup>。Chester 提出采用通过飞行性能手册中的爬升时间表获取到空气动力学模型和运动学方程实现航空器飞行轨迹推测<sup>[14]</sup>。通过对航空器每个阶段进行运动学建模推测航迹出现较大误差的原因主要来自于航空器所受到风速风向、温度变化等气象环境因素的影响,而且由于机型的差异而带来的航空器其性能的差异,从而导致了预测精度不理想。因此针对航空器在各飞行阶段的特点分别建模,并且考虑气象因素的影响是提高 4D 航迹预测精度的有效手段。

本文根据航空器飞行剖面的划分,建立在不同飞行条件下动力学模型,构造了一个在不同阶段之间状态转移,同一阶段状态连续变化的混杂系统模型。在此基础上引入世界区域预报系统的数字格点数据,通过温度和风速风向修正航空器真空速及地速,利用混杂系统的状态递推法求解航空器 4D 航迹。

## 1 航空器连续动力学模型

### 1.1 航空器受力分析

图 1 所示为航空器飞行过程中的受力,主要包括发动机推力  $T_{HR}$ 、飞行阻力  $D_{RG}$ 、升力  $L_{FT}$  以及飞机本身的重量  $W$ ,这些受力都随航空器的飞行状态改变而动态变化。

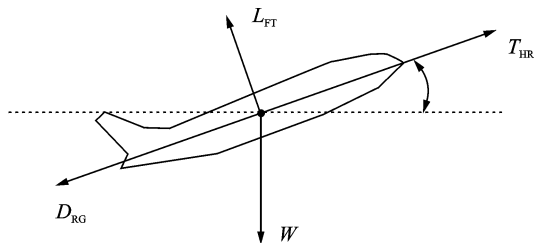


图 1 航空器飞行过程中受力图

首先,分别考虑航空器在起飞爬升、巡航和下降阶段的最大推力。

(1)在标准大气条件下,涡轮喷气式发动机的最大爬升推力可表述为<sup>[15]</sup>

$$(T_{\max}^{\text{climb}})_{\text{ISA}} = C_{Tc,1} \cdot \left( 1 - \frac{h_p}{C_{Tc,2}} + C_{Tc,3} \cdot h_p^2 \right) \quad (1)$$

式中  $h_p$  为气压高度,当大气温度  $t_{\text{LOC}}$  与标准大气压温度  $t_{\text{ISA}}$  相差为  $\Delta t$  时,发动机爬升最大推力修正为

$$T_{\max}^{\text{climb}} = (T_{\max}^{\text{climb}})_{\text{ISA}} \cdot (1 - C_{Tc,5} \cdot (\Delta t - C_{Tc,4})) \quad (2)$$

式(1,2)中,  $C_{Tc,1}, C_{Tc,2}, C_{Tc,3}, C_{Tc,4}, C_{Tc,5}$  为计算发动机最大推力时的拟合系数,其单位分别为 N, ft, 1/

ft<sup>2</sup>, °C, 1/°C。

(2)最大巡航推力可以通过在最大爬升推力的基础上乘一个比例系数 $C_{\text{Ter}}$ 得到<sup>[15]</sup>

$$T_{\text{max}}^{\text{cruise}} = C_{\text{Ter}} \cdot T_{\text{max}}^{\text{climb}} \quad (3)$$

(3)下降推力也可以通过在最大爬升推力的基础上乘一个比例系数得到,该系数取决于航空器的飞行高度以及下降时航空器的形态<sup>[15]</sup>

$$T_{\text{max}}^{\text{decent}} = \begin{cases} C_{\text{Tdes}}^{\text{high}} \cdot T_{\text{max}}^{\text{climb}} & h_p > h_p^{\text{descent}} \\ C_{\text{Tdes}}^{\text{low}} \cdot T_{\text{max}}^{\text{climb}} & h_p < h_p^{\text{descent}} \\ C_{\text{Tdes}}^{\text{approach}} \cdot T_{\text{max}}^{\text{climb}} & h_p < h_p^{\text{descent}} \\ C_{\text{Tdes}}^{\text{landing}} \cdot T_{\text{max}}^{\text{climb}} & h_p < h_p^{\text{descent}} \end{cases} \begin{matrix} \text{巡航形态} \\ \text{巡航形态} \\ \text{进行形态} \\ \text{着陆形态} \end{matrix} \quad (4)$$

然而在航空器爬升过程中,为了延长发动机的寿命和降低成本,许多航空器并不采用最大推力爬升方式,而采用减推力方式。因此,根据飞行手册给出的实际推力剖面,可以得到推力的减少率为<sup>[15]</sup>

$$C_{\text{Pow}}^{\text{reduce}} = 1 - C_{\text{reduce}} \cdot \frac{m_{\text{max}} - m_{\text{act}}}{m_{\text{max}} - m_{\text{min}}} \quad (5)$$

其次,航空器飞行过程中升力为 $L_{\text{FT}}$ 。根据图1升力方向上受力平衡,可得

$$L_{\text{FT}} = \frac{C_L}{2} \rho \cdot v_{\text{TAS}}^2 \cdot S = W \cdot \cos\gamma \quad (6)$$

因此,可得升力系数为

$$C_L = \frac{2W \cdot \cos\gamma}{\rho \cdot v_{\text{TAS}}^2 \cdot S} \quad (7)$$

正常情况下,阻力系数 $C_D$ 是一个关于升力系数 $C_L$ 的函数,即<sup>[15]</sup>

$$C_D = \begin{cases} C_{D0}^{\text{cruise}} + C_{D2}^{\text{cruise}} \cdot (C_L)^2 & \text{巡航形态} \\ C_{D0}^{\text{approach}} + C_{D2}^{\text{approach}} \cdot (C_L)^2 & \text{进近形态} \\ C_{D0}^{\text{landing}} + C_{D0}^{\text{gear}} + C_{D2}^{\text{landing}} \cdot (C_L)^2 & \text{着陆形态} \end{cases} \quad (8)$$

则阻力可以表示如下

$$D_{\text{RG}} = \frac{C_D}{2} \rho \cdot v_{\text{TAS}}^2 \cdot S \quad (9)$$

最后,随着航空器在飞行过程中燃油被消耗,其中重量 $W$ 将发生变化。对于涡轮发动机来说,燃油消耗率与真空速、飞行高度、飞行推力有关,在此不妨设在不同的阶段燃油消耗率统一描述为 $f_{\text{ENG}}$ 。

(1)发动机每千牛燃油消耗率 $\zeta$ [kg/(min · kN)]按真空速计算<sup>[15]</sup>

$$\zeta = C_{f1} \cdot \left( 1 + \frac{v_{\text{TAS}}}{C_{f2}} \right) \quad (10)$$

一般认为在爬升阶段单位时间内的燃油流量 $f_{\text{nom}}$ (kg/min)

$$f_{\text{nom}} = \zeta \cdot T_{\text{HR}} \quad (11)$$

(2)燃油消耗按飞行高度计算,即<sup>[15]</sup>

$$f_{\text{min}} = C_{f3} \cdot \left( 1 - \frac{h_p}{C_{f4}} \right) \quad (12)$$

而在进近和着陆阶段,其燃油消耗取上述两者的较大值<sup>[15]</sup>

$$f_{\text{app/landing}} = \max\{f_{\text{nom}}, f_{\text{min}}\} \quad (13)$$

(3)而在巡航阶段,燃油消耗按发动机推力计算,即<sup>[15]</sup>

$$f_{\text{cruise}} = \zeta \cdot T_{\text{HR}} \cdot C_{\text{fer}} \quad (14)$$

式(10,12)中, $C_{f1}$ 和 $C_{f2}$ 为燃油消耗系数,量纲分别为kg/(min · kN)和kt;而 $C_{f3}$ 和 $C_{f4}$ 为下降燃油流量系数,其单位分别为kg/min和ft; $C_{\text{fer}}$ 为巡航燃油流量修正系数,量纲为一。

## 1.2 航空器动力学模型

依据质点能量模型,建立作用于飞机上的外力和飞行器动能及势能的变化率之间的等式关系

$$(T_{\text{HR}} - D_{\text{RG}}) \cdot v_{\text{TAS}} = W \frac{dh}{d\tau} + \frac{W}{g} \cdot v_{\text{TAS}} \frac{dv_{\text{TAS}}}{d\tau} \quad (15)$$

式中 $h$ 为测量学高度,在获知航空器推力 $T_{\text{HR}}$ 和真空速 $v_{\text{TAS}}$ 时,可得升降率

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{(T_{\text{HR}} - D_{\text{RG}}) \cdot v_{\text{TAS}}}{W} \left( 1 + \frac{v_{\text{TAS}}}{g} \frac{dv_{\text{TAS}}}{dh} \right)^{-1} \quad (16)$$

而将 $a_i = \left( \frac{v_{\text{TAS}}}{g} \right) \cdot \left( \frac{dv_{\text{TAS}}}{dh} \right)$ 定义为上升或下降加速度因子,可用式(17)计算

$$a_i = \frac{v_{\text{TAS}}}{g} \frac{dv_{\text{TAS}}}{dh} = \frac{k}{2} (Ma)^2 \cdot \left( 1 - \lambda \frac{R}{g} \right) \quad (17)$$

式中: $k=1.4$ ,为空气绝热指数, $R=287.06$ ,为空气常数; $Ma$ 为马赫数。由于在对流层和同温层中,标准大气随高度的衰减率 $\lambda$ 不同,分别加以讨论:

(1)当 $h_p < 36\,089$  ft时, $\lambda = -0.006\,5$ 。若 $v_{\text{CAS}}$ 为常数,即校准空速不变, $a_i = 0.566\,82(Ma)^2$ ;若 $Ma$ 为常数,即保持马赫数不变, $a_i = -0.133\,318(Ma)^2$ 。

(2)当 $h_p > 36\,089$  ft时, $\lambda = 0$ 。若校准空速不变, $a_i = 0.7(Ma)^2$ ;若马赫数不变, $a_i = 0$ 。

因此,可将测量高度表达的升降率表述为

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{(T_{\text{HR}} - D_{\text{RG}}) \cdot v_{\text{TAS}}}{W} (1 + a_i)^{-1} \quad (18)$$

而在减推力爬升方式下,爬升率为

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{(T_{\text{max}}^{\text{climb}} - D_{\text{RG}}) \cdot C_{\text{pow}}^{\text{red}} \cdot v_{\text{TAS}}}{W} \cdot (1 + a_i)^{-1} \quad (19)$$

另外,由于航空器在飞行过程中,其高度往往采用气压高度表示,当大气温度  $t_{\text{LOC}}$  与标准大气压温度  $t_{\text{ISA}}$  相差为  $\Delta t$  时,气压高度表达的航空器升降率修正为

$$v_H = \frac{dh_p}{d\tau} = \frac{t_{\text{LOC}} - \Delta t}{t_{\text{LOC}}} \cdot \frac{dh}{d\tau} \quad (20)$$

## 2 全飞行剖面混杂系统模型

### 2.1 航空器飞行剖面

根据航空器的飞行高度剖面,即垂直方向上的航迹,将航空器飞行过程分为3个阶段:爬升、巡航、下降<sup>[16]</sup>。图2所示为根据飞行操纵特点对飞行剖面各阶段的细分,本文假设速度仪表的安装误差、指示误差为零,即表速等于校准空速,每一阶段的速度参数定义如下:

(1)爬升阶段: $a$ 段为从离地起飞加速到校准空速  $v_1^{\text{climb}}$ ,  $b$ 段为高度从1 500 ft 上升到10 000 ft,  $c$ 段为10 000 ft 高度加速到上升校准空速  $v_2^{\text{climb}}$ ,  $d$ 段为等马赫数  $Ma^{\text{climb}}$  上升到巡航高度。

(2)巡航阶段: $e$ 段为在巡航高度从马赫数  $Ma^{\text{climb}}$  加速到  $Ma^{\text{cruise}}$ ,  $f$ 段为等马赫速  $Ma^{\text{cruise}}$  巡航,并保持高度不变到下降点。

(3)下降阶段: $g$ 段为保持该校准空速下降到10 000 ft,  $h$ 段为等高度减速到某一校准空速  $v_1^{\text{decent}}$ ,  $i$ 段为等校准空速下降到高度1 500 ft,  $j$ 段为减速至  $v_1^{\text{landing}}$  并着陆。

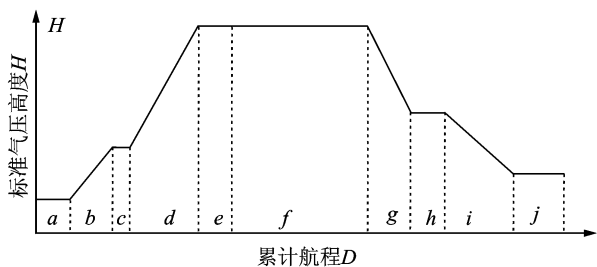


图2 航空器飞行阶段的划分

### 2.2 全飞行剖面混杂模型

航空器沿航迹飞行的过程表现为在航段之间转移和在航段内运行状态(包括重量  $W$ 、航程  $D$  和高度  $H$ )的连续变化的过程,首先建立航空器航段转移模型:

**定义1** 定义Petri网  $N=(P, T, I, O, m)$  为航空器阶段转移模型,其中: $P$ 表示飞行航段; $T$ 表示垂直剖面中飞行状态参数(包括空速、高度、构型)的转换点; $I$ 和 $O$ 分别表示航段和航路点的前后向连接关系; $m: P \mapsto Z^+$ 表示航空器所处的飞行阶

段。

航空器在航段之间转移的过程是由事件驱动的离散过程,而航空器在单一阶段状态演变是由时间驱动的连续过程,因此该航空器运行模型是一类典型混杂系统模型。为描述航空器全飞行剖面的动态特性,建立如下的混杂系统模型:

**定义2** 定义混杂Petri网  $N_{\text{hybrid}}=(N, s, e, E)$  为航空器运行状态模型,其中: $N$ 为航空器航段转移模型; $s=(W, D, H)$ ,为 $N$ 在标识  $m$  下的航空器的状态向量,且  $W: P \mapsto R^+$  为航空器的重量,  $D: P \mapsto R^+$  表示航空器从起飞机场开始累积飞行的航程,  $H: P \mapsto [FL_{\min}, FL_{\max}]$  表示航空器的标准气压高度; $e=(V, A)$ ,为 $N$ 在标识  $m$  下的航空器的动态行为向量,且  $V: T \mapsto [v_{\min}, v_{\max}]$  为航空器飞向下一转换点的速度(校准空速或马赫数),  $A: T \mapsto [a_{\min}, a_{\max}]$  为航空器的加速度; $E: T \mapsto C$  为变迁激发完毕特征函数,且  $C=\{H=h_i, D=d_i, V=v_i\}$ ,为变迁激发结束条件集合。

图3所示为按图2给出的飞行剖面所确定的航空器全飞行剖面混杂模型,初始时航空器所处的飞行阶段为  $m_0$ ;航空器的状态为  $s_0$ ,其中,  $W_0$  为起飞重量,  $h_{\text{cle}}^{\text{org}}$  为起飞机场标高;航空器动态行为为  $e$ ;各阶段的激发完毕特征为  $E$ 。

在此基础上,为了准确描述航空器的动态行为,给出变迁  $t$  的使能激发条件如下: $\forall p \in \cdot t$ ,若  $m(p) > 0$ ,则变迁  $t$  使能并开始激发,其中  $\cdot t$  表示变迁  $t$  的前向库所集。假设累积激发时间  $\Delta\tau$ ,则激发导致行为特征变化为  $e'=[V'(t), A'(t)]$ ,其中  $V'(t)=V(t)+A(t) \cdot \Delta\tau$ ,可确定航空器在库所  $p$  对应飞行阶段运行状态为: $s'=[W', H', D']$ ,其中航空器重量为

$$W'(p) = W(p) - \int_0^{\Delta\tau} f_{\text{ENG}}(\tau) d\tau \quad (21)$$

航空器与起飞机场的高度差和距离起飞机场的航程分别为

$$H'(p) = H(p) + \int_0^{\Delta\tau} v_H(\tau) d\tau \quad (22)$$

$$D'(p) = D(p) + \int_0^{\Delta\tau} v_{\text{GS}}(\tau) d\tau \quad (23)$$

其中变迁  $t$  的累积激发时间  $\Delta\tau$  取决于  $E(t)$ ,即若  $E(t)$  满足,变迁  $t$  激发结束,  $m'$  表示航空器转移到下一飞行阶段

$$m'(p) = m(p) + (O(Pt) - I(Pt)) \cdot \sigma(t) \quad (24)$$

否则航空器仍处于原飞行阶段,时间继续向后推移。令  $\tau=\tau+\Delta\tau$ ,重新计算航空器的运行状态参量。

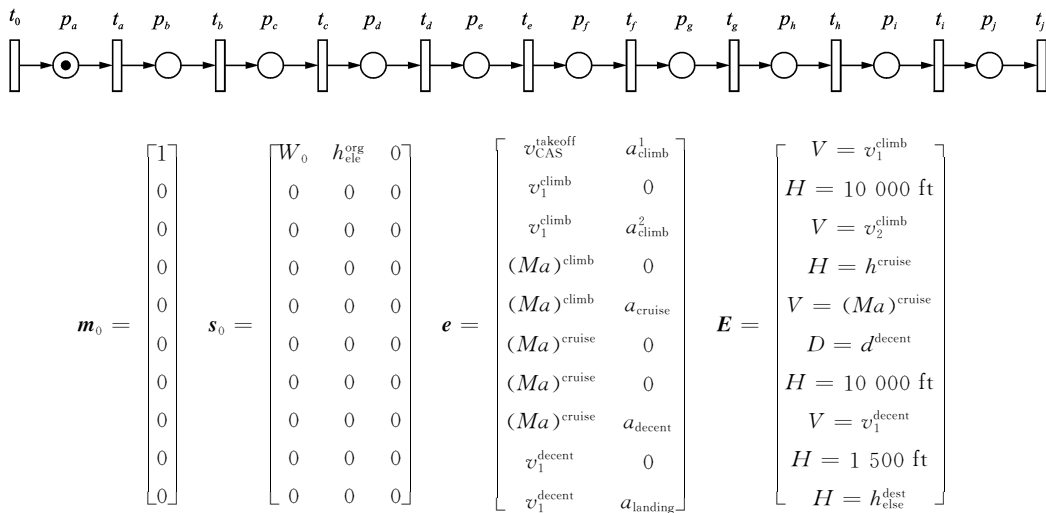


图3 航空器运行状态模型

### 3 考虑气象因素的4D航迹推测

现代大型民航运输及上升一般规定:在中低空保持等校准空速上升,而在高空保持等马赫数上升,但在上升过程中由于高度变化导致空气温度、密度的变化,即使保持等校准空速或等马赫数不变时,飞机的真空速也会发生变化。为了进一步提高航空器航迹推测的精度,必须考虑气象环境因素的影响。

#### 3.1 考虑气象因素的速度修正

在现代航迹预测系统中使用数值气象预报数据来建立大气模型。美国CTAS航迹综合使用的是(Rapid update cycle, RUC)预报模型,水平分辨率10 km,垂直方向50层,每30 min发布1次预报。数值气象预报的精度同航迹预测的精度有着重要的联系。国内采用了世界区域预报系统数值预报产品(World area forecast system, WAFS),其中的数字格点数据(Gridded binary, GRIB)可以覆盖全球,定义在 $1.25^\circ \times 1.25^\circ$ 的经纬度网格上,以格点二进制的格式表示,包括高层大气的风、温度、对流层顶和最大风的预报等,数据每6 h更新一次<sup>[17]</sup>。

GRIB数据是格点数据,是按照经纬度的跨度来定位点的,即同一经线(纬线)上相邻点的经度(纬度)间隔相等。因为地球近似球体,所以相同经度的间隔在不同纬度上距离不同,因此GRIB数据点连成的网格并不是规则的矩形网格,而是一个个近似的梯形,如图4所示<sup>[18]</sup>。为了确定航段上任意点的参数预报值,将航路分为等距的点 $O = \{o_k, k=1, 2, \dots\}$ ,计算出每点的经纬度坐标 $(x_o, y_o)$ ,标注其在相应航段上的航向,并找出该点相邻

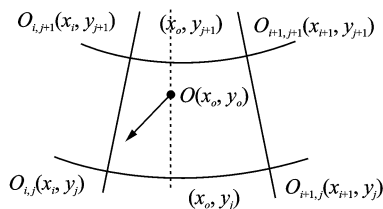


图4 气象预报数字格点数据

的4个原始点 $\{o_{i,j}, o_{i+1,j}, o_{i,j+1}, o_{i+1,j+1}\}$ 。

本文采用原始两点线性插值的方式求得点 $(x_o, y_j)$ 的预报值,即

$$z(x_o, y_j) = \frac{z(x_{i+1}, y_j) - z(x_i, y_j)}{x_{i+1} - x_i} \cdot (x_{i+1} - x_o) \quad (25)$$

同理,采用线性插值方式可获得点 $(x_o, y_{j+1})$ 的预报值 $z(x_o, y_{j+1})$ ,最后再通过线性插值获得点 $(x_o, y_o)$ 的预报值 $z(x_o, y_o)$ ,包括温度预报值 $t_{LOC}$ 、风速预报值 $v_{ws}$ 及风向与该航路点上航向的夹角 $\alpha$ 。

当 $h_p < 36\,089$  ft时,航路上标准大气压温度: $t_{ISA} = 288.15 - 1.981\,2 \times h/1\,000$  K;而当 $h_p > 36\,089$  ft时,航路上标准大气压温度 $t_{ISA} = 216.65$  K。不妨设航空器所处位置的实际气温 $t_{LOC} = t_{ISA} + \Delta t$ 。

(1)对于等校准空速 $v_{CAS}$ 飞行,此时音速为

$$v_A = 661.5 \times \left( \frac{t_{LOC}}{t_{MSL}} \right)^{0.5} \quad (26)$$

式中 $t_{MSL} = 288.15$  K,为海平面标准大气温度。而此时真空速为

$$v_{TAS} = 1\,479.1 \times \left( \frac{t_{LOC}}{t_{MSL}} \left[ \left( 1 + \frac{\eta}{\delta} \right)^{1/3.5} - 1 \right] \right)^{0.5} \quad (27)$$

式中

$$\eta = \left[ 1 + 0.2 \times \left( \frac{v_{CAS}}{661.5} \right)^2 \right]^{3.5} - 1 \quad (28)$$

$$\delta = \begin{cases} (1 - 6.875\,59 \times 10^{-6} \times h_p)^{5.255\,88} & h_p \leq 36\,089\,\text{ft} \\ 0.223\,360\,9 \times \exp\left(\frac{(30\,689 - h_p)}{20\,805.8}\right) & h_p > 36\,089\,\text{ft} \end{cases} \quad (29)$$

(2)对于等马赫数飞行,此时的真空速为

$$v_{TAS} = Ma \cdot v_A \quad (30)$$

建立真空速与校正空速、马赫数随高度、温度的映射后,通过预报给出航空器所在位置的风向与航路的夹角 $\alpha$ 和风速 $v_{WS}$ ,根据相对运动关系可以得到地速

$$v_{GS} = v_{TAS} + v_{WS} \cdot \cos\alpha \quad (31)$$

综合起来,可建立如下关于升降率 $v_H$ 和地速 $v_{GS}$ 的映射函数如下

$$\begin{cases} v_H = \kappa(v_{CAS}, Ma, h_p, t_{LOC}) \\ v_{GS} = \lambda(v_{CAS}, Ma, h_p, t_{LOC}, v_{WS}, \alpha) \end{cases} \quad (32)$$

### 3.2 递推法推测4D航迹

假设系统进入当前的标识 $m_i$ 的时刻为 $\tau_i$ ,即 $\exists p_i \in P, m_0(p_i) = 1$ ,此时航空器的状态为 $s = [\tau_i, h_i, d_i]$ ,航空器的动态行为 $e = [v_i, a_i]$ 。在满足变迁激发结束条件之前,假设时刻为 $\tau = \tau_i + \Delta\tau$ ,且 $\Delta\tau$ 足够小,预报风速为 $v_{WS}$ ,预报气温为 $t_{LOC}$ ,则校正空速的改变量为

$$\Delta v_{CAS} = a_i \cdot \Delta\tau \quad (33)$$

航空器状态改变量为 $\Delta s = [\Delta\tau, \Delta h, \Delta d]$

$$\begin{cases} \Delta\tau = f_{ENG} \cdot \Delta\tau \\ \Delta h = \bar{v}_H \cdot \Delta\tau \\ \Delta d = \bar{v}_{GS} \cdot \Delta\tau \end{cases} \quad (34)$$

式中, $\bar{v}_H$ 与 $\bar{v}_{GS}$ 分别为 $\Delta\tau$ 内的平均升降率和平均地速,其中

$$\begin{cases} \bar{v}_H = \frac{\kappa(v_{CAS}, \dots) + \kappa(v_{CAS} + \Delta v_{CAS}, \dots)}{2} \\ \bar{v}_{GS} = \frac{\lambda(v_{CAS}, \dots) + \lambda(v_{CAS} + \Delta v_{CAS}, \dots)}{2} \end{cases} \quad (35)$$

得到航空器新的状态向量 $s' = s + \Delta s$ 。只要系统不满足变迁使能条件,采用将时间细分的方法,利用状态连续变化的特性,递推求解任意时刻航空器在某一飞行阶段距参考点的航程和高度,如图5所示,不妨分别用虚曲线 $d(\tau)$ 和实曲线 $h(\tau)$ 表示。

最后,结合航路模型中航空器飞行的标准仪表离场程序、航路段、标准仪表进场程序,即航空器所

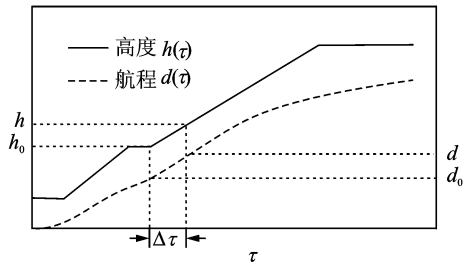


图5 航空器飞行航程与高度曲线

处纬度 $y$ 随经度 $x$ 变化的关系,用曲线 $\pi: y(x)$ 表示,就可推测在 $\tau = \tau_0 + \Delta\tau$ 时刻航空器的4D航迹 $(x, y, h, \tau)$ ,其中

$$d = \int_{x_0}^x \frac{y(x)}{\sqrt{1 + (y'(x))^2}} dx \quad (36)$$

## 4 航迹推测仿真案例

本文以机型A319为例,探讨飞行成都双流机场(ZUUU)02号跑道至西安咸阳机场(ZLXY)05跑道的飞行航迹推测。通过提取某日的领航计划报,可以得到以下4D航迹输入信息:航空器起飞质量为60 000 kg,巡航速度为873 km/h,巡航高度为9 500 m。

首先,假设离场航空器采用的标准仪表离场程序为JTG-01D,起飞采用减推力起飞的方式;离场后直接加入G212航路,航路上的重要点包括:金堂VOR(N30 52.4E104 23.5)—VENON(N31 04.2E104 42.2)—SUBUL(N32 19.7E106 42.6)—宁陕VOR(N33 19.4 E10818.7),标准仪表进场程序为NSH-04A。然后,假定全航路气象条件为国际标准大气,静风,修正海压为1 013.2 hPa。通过航空器性能运行文件(Base of aircraft data, BADA),得到该机型的主要性能参数如表1所示。

表1 航空器动力学模型中要参数表

参数	取值	参数	取值
$C_{Te,1}$	$0.140\,72 \times 10^6$	$C_{D2}^{cruise}$	$0.258\,82 \times 10^{-1}$
$C_{Te,2}$	$0.474\,89 \times 10^5$	$C_{D0}^{approach}$	$0.469\,86 \times 10^{-1}$
$C_{Te,3}$	$0.966\,25 \times 10^{-10}$	$C_{D2}^{approach}$	$0.357\,79 \times 10^{-1}$
$C_{Te,4}$	$0.948\,15 \times 10$	$C_{D0}^{landing}$	$0.972\,56 \times 10^{-1}$
$C_{Te,5}$	$0.947\,54 \times 10^{-2}$	$C_{D0}^{gear}$	$0.256\,80 \times 10^{-1}$
$C_{Tcr}$	0.95	$C_{D2}^{landing}$	$0.366\,89 \times 10^{-1}$
$C_{Tdes}^{high}$	$0.830\,84 \times 10^{-1}$	$C_{f1}$	0.728 91
$C_{Tdes}^{low}$	$0.517\,65 \times 10^{-1}$	$C_{f2}$	$0.172\,98 \times 10^4$
$C_{Tdes}^{approach}$	0.147 67	$C_{f3}$	$0.111\,14 \times 10^2$
$C_{Tdes}^{landing}$	0.342 17	$C_{f4}$	$0.133\,85 \times 10^6$
$C_{D0}^{cruise}$	$0.259\,54 \times 10^{-1}$	$C_{fcr}$	0.992 24

最后,将参数代入相关模型,假设仿真时钟步长 $\Delta\tau=10\text{ s}$ ,得到以起飞机场参考点为原点的水平航迹曲线如图 6 所示。

得到以起飞机场标高为基准的飞行高度随时间变化的曲线如图 7 所示。

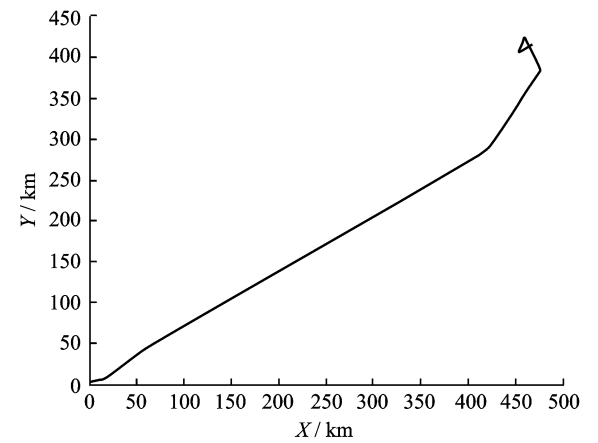


图 6 航空器水平航迹曲线

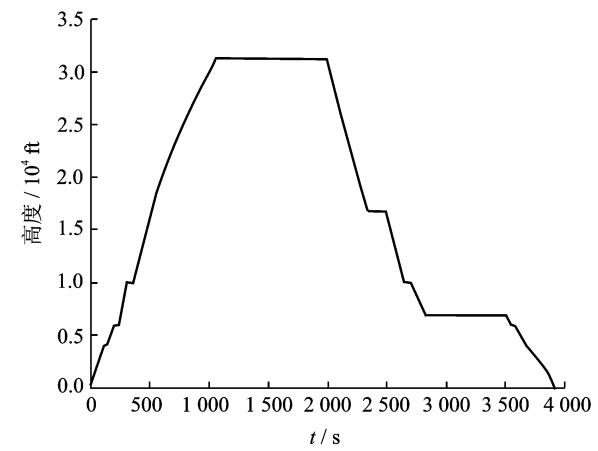


图 7 航空器飞行高度曲线

从图 6,7 可以看出,所推测的水平航迹包括起飞和目的机场的参考点、转弯点、重要的航路点的位置都符合飞行程序和航路的标准,飞行垂直剖面中的速度转换点、爬升点、下降点等都满足速度和高度的要求。

另外,本文还假设航路气温发生变为 ISA+10 时,比较 ISA 和 ISA+10 两种情况下从起飞爬升至巡航高度等多个连续阶段内的地速的差值与爬升率差值的随时间变化,如图 8,9 所示。

从图 8 中可以看出,当航路温度增加时,在同样的速度剖面约束下,航空器的真空速增大,在风速不改变的情况下平均航空器地速增大,航程时间缩短,符合航空器性能变化的趋势。

从图 9 可以看出,温度增加将导致航空器升降

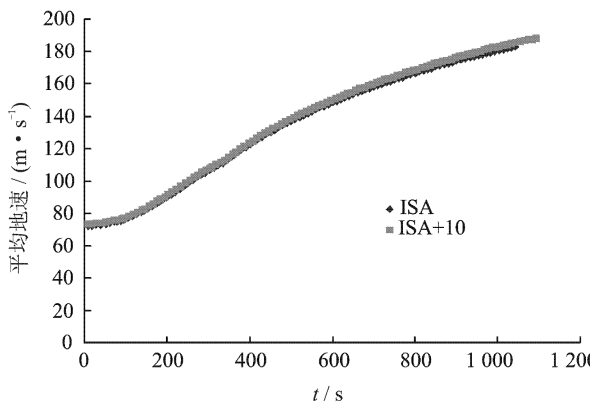


图 8 温度变化后地速的差值

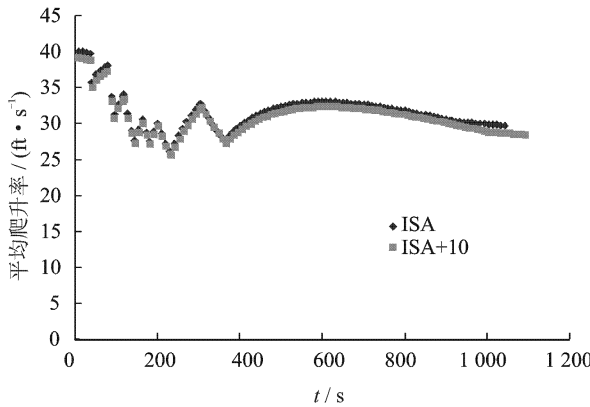


图 9 温度变化时爬升率的差值

率降低,这是温度变化时对气压高升降率修正的结果,但由于飞行高度剖面的要求,在关键点飞行高度仍满足要求。

不妨设航空器总的航程时间 $\Gamma$ ,仿真时钟步长为 $\Delta\tau$ ,递推法推测单航空器 4D 航迹算法的时间复杂度为 $O\left(\frac{\Gamma}{\Delta\tau}\right)$ 。表 2 所示为利用 Matlab6.5 仿真程序在 Intel E2140 1.6 GHz 主机上采取不同仿真时钟步长下的计算时间开销比较。

表 2 不同仿真时钟步长下的计算时间开销比较

仿真步长/s	5	10	20
采样点数	807	410	215
总计算时间/s	1.710 9	1.554 27	1.516 237

从比较结果可以看出,分别将仿真时钟步长延长为两倍和四倍时,采样点数分别减少 49.2%和 73.4%,说明采样点数基本随仿真步长增加成比例减少。而计算时间开销分别减少 9.15%和 12.52%,说明总计算时间开销并不随仿真步长增加成比例减少,这是由于模型中参数的初始化占用了大部分计算时间开销的原因。但总体上而言,在仿真步长

为5 s时,总计算时间开销不超过2 s,且该算法主要运用于飞行前对航空器的航迹推测,对实时性要求不是很高。因此,可以完全满足未来多航空器航迹推测计算的要求。

## 5 结束语

本文研究了用于描述航空器动态行为的混杂系统模型,利用混杂系统递推仿真的方式求解航空器4D航迹。算例表明,本文提出的混杂模型具备较强的航迹推测能力,所推测的水平航迹和垂直剖面能准确地反映航空器速度和高度的变化。下一步将建立空域内多航空器的耦合模型,生成多航空器无冲突4D航迹,为优化飞行计划和实施流量管理奠定基础。

### 参考文献:

- [1] Harry S, Richard B, Michael L. Next generation air transportation system(NGATS) air traffic management(ATM)—airspace project[R]. NASA, 2006: 25-28.
- [2] Olaf D, Thorsten A, Cristiano B, et al. SESAR D3 ATM target concept[R]. DLM-0612-001-02-00a. Toulouse: Eurocontrol, 2007: 1-17.
- [3] 吕小平. 中国民航新一代空中交通管理系统发展总体框架[J]. 中国民用航空, 2007, 80(8): 24-26.  
Lv Xiaoping. General framework of China's new-generation civil aviation ATM system[J]. China Civil Aviation, 2007, 80(8): 24-26.
- [4] Anthony W. Trajectory prediction concepts for next generation air traffic management[C]//3rd USA/Europe Air Traffic Management R & D Seminar. Napoli: Eurocontrol, 2000: 1-10.
- [5] 伊群. 美国新一代空中交通管理系统运行概念[J]. 中国民用航空, 2007, 80(8): 27-31.  
Yi Qun. Concepts of US new-generation ATM system[J]. China Civil Aviation, 2007, 80(8): 27-31.
- [6] Prevost C G, Desbiens A, Gagnon E. Extended Kalman filter for state estimation and trajectory prediction of a moving object detected by an unmanned aerial vehicle[C]//American Control Conference. New York: IEEE, 2007: 1805-1810.
- [7] Lymperopoulos I, Lygeros J. Sequential Monte Carlo methods for multi-aircraft trajectory prediction in air traffic management[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2010, 24(10): 830-849.
- [8] 吴鹄, 潘薇. 基于数据挖掘的三维飞行轨迹预测模型[J]. 计算机应用, 2007, 27(11): 2637-2639.
- Wu Kun, Panwei. 4-D trajectory prediction model based on data mining[J]. Computer Applications, 2007, 27(11): 2637-2639.
- [9] Slattery R, Zhao Y. Trajectory synthesis for air traffic automation[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1997, 20(2): 232-238.
- [10] Richard A C. Climb trajectory prediction enhancement using airline flight planning information[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Portland: AIAA, 1999: 1077-1087.
- [11] Lee H P, Leffer M F. Development of the L-1011 four-dimensional flight management system, NASACR 3700[R]. NASA, 1984: 1-135.
- [12] 吴树范, 郭锁凤. 基于四维导引的飞机纵向飞行剖面的解算与综合[J]. 航空学报, 1993, 14(5): 261-268.  
Wu Shufan, Guo Suofeng. Synthesis of aircraft vertical flight profile based on four-dimensional guidance in terminal airspace[J]. ACTA Aeronautica ET Astronautica SINICA, 1993, 14(5): 261-268.
- [13] 王超, 郭九霞, 沈志鹏. 基于基本飞行模型的4D航迹预测方法[J]. 西南交通大学学报, 2009, 44(2): 295-300.  
Wang Chao, Guo Jiuxia, Shen Zhipeng. Prediction of 4D trajectory based on basic flight models[J]. Journal of Southwest Jiaotong University. 2009, 44(2): 295-300.
- [14] Chester G, William N C. Using flight manual data to derive aero-propulsive models for predicting aircraft trajectories[C]//AIAA Aircraft Technology, Integration, and Operations(ATIO) 2002 Technical. California: AIAA, 2002: 1-7.
- [15] Eurocontrol Experimental Centre. User manual for the base of aircraft data(BADA) REVISION 3.8[R]. 2010-003. Toulouse: Eurocontrol, 2010: 1-83.
- [16] 刘晓明, 苏彬, 孙宏. 飞行性能与计划[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2003: 73-105.
- [17] 张荣, 祁伟, 许坚. 高空风GRIB报文解析及精度分析[J]. 空中交通管理, 2010(4): 17-20.  
Zhang Rong, Qi Wei, Xu Jian. GRIB message resolution and accuracy analysis of upper-level wind[J]. Air Traffic Management, 2010(4): 17-20.
- [18] 党兰学, 侯彦娥. GRIB数据中气象要素等值线的绘制[J]. 河南大学学报: 自然科学版, 2010, 40(6): 603-606.  
Dang Lanxue, Hou Yane. Draw contours of meteorological elements in GRIB data[J]. Journal of Henan University, 2010, 40(6): 603-606.