

基于SNGR方法的二维空腔噪声数值模拟

陈荣钱 伍贻兆 夏健

(南京航空航天大学航空宇航学院,南京,210016)

摘要:基于SNGR方法,采用有限差分法求解带源项的线性化欧拉方程。数值方法采用色散关系保持(DRP)格式。低耗散色散龙格-库塔格式显式时间推进,采用无反射远场边界条件。对二维空腔,长深比为9:1,在亚声速、跨声速和超声速多个马赫数下进行噪声预测,并与实验结果对比,两者吻合较好。

关键词:计算气动声学;线性化欧拉方程;有限差分法;空腔;随机模型

中图分类号:V211.3 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2012)01-0056-05

Numerical Simulation of Two-Dimensional Cavity Noise by SNGR Method

Chen Rongqian, Wu Yizhao, Xia Jian

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: Linearized Euler equations with the source terms are solved by finite difference method based on the SNGR method. The spatial discretization is conducted by the dispersion-relation-preserving (DRP) scheme. The time integration is implemented by low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes. The non-reflecting far-field boundary conditions are utilized. The noise of the two-dimensional cavity with length to depth ratio 9 : 1 is predicted at different Mach numbers under the subsonic, transonic and supersonic conditions, and the results agree with the experimental data.

Key words: computational aeroacoustics; linearized Euler equations; finite difference method; cavity; stochastic model

随着航空航天工业的发展,空腔被广泛应用在各种飞行器上,如飞机的内埋式弹仓、起落架仓等。空腔产生的声学问题一直是研究的热点。自20世纪50年代以来,各国学者从理论、实验和计算角度对空腔的流动以及噪声产生机理开展了大量的研究^[1-4],取得了包括著名的 Rossite 公式等许多成果。我国空腔噪声问题的研究开始较晚,李晓东等^[5-7]学者在空腔流的激振荡机制,空腔气动噪声控制以及空腔流动模拟的数值方法等方面上开展了许多有益的探索,取得了一定的成果。

计算气动声学的研究方法主要有直接模拟和混合方法。声学模拟需要很大的计算区域,直接模拟方法^[2-3](DNS或LES)需要耗费巨大的计算资源,在复杂的工程问题中难以得到应用,因此国际

上发展了包括SNGR^[8]方法等的多种混合算法。SNGR方法是把随机模型和计算流体力学(CFD)相结合,计算得到的定常流场为声波传播以及湍流流场的构造提供信息,采用随机模型^[9-10]构造湍流脉动速度,再从构造的湍流流场中提取出声学源项,通过求解带源项的线性化欧拉方程实现扰动向外传播。因此SNGR方法适合模拟由湍流引起的噪声问题。近年来SNGR方法被应用于喷流噪声^[10]、空腔噪声^[8]和翼型后缘噪声^[11]的预测中,取得了很好的结果,是一种很有潜力的研究方法。SNGR方法求解气动声学问题的步骤^[10]是:(1)求解RANS方程得到定常流场,(2)从定常流场中提取数据得到声学源项,(3)求解带源项的线性化欧拉方程,得到声场解。

虽然国内在空腔流动模拟的数值方法方面已经取得一些进展,但是应用SNGR方法研究空腔问题还很少。本文对SNGR方法研究空腔噪声问题进行探索,选取长深比为9:1的空腔进行研究,采用格心格式有限体积法求解N-S方程,湍流模型为K- ϵ 模型,插值方法采用课题组开发的重叠网格插值程序^[12],采用有限差分法求解线性化欧拉方程,数值方法采用色散关系保持(DRP)格式^[13]和低耗散龙格-库塔格式时间推进,远场边界条件为无反射边界条件。通过与文献[14]的实验结果对比,验证此方法在预测空腔噪声的可行性。

1 流场模拟

本文采用的控制方程是二维雷诺平均Navier-Stokes方程,方程的积分形式如下

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (F_c - F_v) dS = 0 \quad (1)$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E_t \end{pmatrix}, \quad F_c = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \\ HV \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y \end{pmatrix} s$$

$$\Theta_x = u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + r \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

$$\Theta_y = u \tau_{yx} + v \tau_{yy} + r \frac{\partial T}{\partial y}$$

式中: ρ, u, v 分别表示流体的密度、 x 方向速度、 y 方向速度; E_t 表示总能; H 表示总焓;方程未知量的具体求解公式可参见文献[15]。

控制方程的求解采用格心格式的有限体积法进行求解。方程的空间离散采用Roe通量差分裂格式,时间离散采用四步龙格-库塔法显式时间推进,本文采用的湍流模型是K- ϵ 湍流模型。

2 声场模拟

2.1 线性化欧拉方程(LEE)

采用带源项的线性化欧拉方程,方程形式如下

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial \rho'}{\partial x_j} + \rho_0 \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} = -u_{ij} \frac{\partial u_{ii}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \gamma p_0 \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

式中: ρ', u', p' 表示声学扰动量; u_i 表示湍流脉动速度; ρ_0, u_0, p_0 表示流场平均量。

2.2 数值方法

本文线性化欧拉方程(LEE)的求解,采用高精度有限差分法,使用块结构对接网格。方程的数值离散采用Tam等的色散关系保持(DRP)格式^[13]

$$\phi'_i \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=-3}^3 \alpha_n \varphi_{i+n} \quad (5)$$

时间离散采用低耗散龙格-库塔格式,远场采用无反射边界条件,其构造方法是在远场边界处根据差分模板添加几层虚拟网格,并且虚拟网格呈指数形式向外快速扩展,目的是将反射波在这个区域内耗散,达到远场无反射。本文远场添加了6层虚拟单元。虚拟网格点的赋值,如果是扰动量,直接采用扰动方程计算得到的扰动量,如果是流场平均值采用的所在边界的流场平均值。物面边界条件采用的也是构造虚拟单元,在物面处对称构造6层虚拟单元,虚拟点的赋值如果是 ρ, ρ' 等标量,就采用与物面对称的在声场内部点的值;如果是 u, u' 等矢量,就采用与其物面对称的声场内部点的值进行反方向对称得到。

由于计算过程中数值高频震荡不能被耗散,为了保持数值稳定性,需要对声场进行高阶滤波,本文采用11点10阶过滤器

$$\phi_i^f = \sum_{n=-5}^5 \omega_n \varphi_{i+n} \quad (6)$$

2.3 随机模型

本文湍流脉动速度 $u_i(\mathbf{x}, t)$ 采用Bailly等提出的随机模型^[9-10]的方法合成。湍流脉动速度 $u_i(\mathbf{x}, t)$ 可以由 N 个傅里叶模态求和得到,形式如下

$$u_i(\mathbf{x}, t) = 2 \sum_{n=1}^N u_n \cos[\mathbf{k}_n \cdot (\mathbf{x} - t\mathbf{u}_c) + \psi_n + \omega_n t] \sigma_n \quad (7)$$

式中: u_n, ψ_n, σ_n 分别表示波数空间中第 n 阶模态的幅值、相位和指向; ω_n 表示第 n 阶模态角频率。 ω_n 是一个随机变量,假定其服从Gauss分布

$$P(\omega_n) = \frac{1}{\omega_{om} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\omega_n - \omega_{om})^2}{2\omega_{om}^2}\right] \quad (8)$$

式中: $\omega_{om} = u' k_n$,其中 $u' = (2/3K)^{1/2}$, K 为湍动能。

$$u_n = \sqrt{E(k_n) \Delta k_n} \quad (9)$$

式中: $E(k)$ 表示能谱。本文采用修正的冯-卡门谱

$$E(k) = \alpha \frac{u'^2}{k_e} \frac{(k/k_e)^4}{[1 + (k/k_e)^2]^{17/6}} \exp\left[-2\left(\frac{k}{k_e}\right)^2\right] \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{55}{9\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)} \approx 1.453 \quad (11)$$

$$L = f_L \frac{u_1'}{\varepsilon} \quad (12)$$

$$k_c = \frac{9\pi}{55} \frac{\alpha}{L} \quad (13)$$

式中: k_c 表示 $E(k)$ 达到最大值时的波数; L 表示湍流积分长度尺度; k_η 表示 Kolmogorov 波数, 是著名的 Kolmogorov 尺度的倒数

$$k_\eta = \varepsilon^{0.25} \nu^{-0.75} \quad (14)$$

式中: $\nu = 1.48 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ 。以上的 K, ε 由定常流场解中得到。

能谱 $E(k_n)$ 可以按线性分布和指数分布两种方式分解, 指数分布同线性分布相比, 在小波数范围内, 能够更好地解析能谱, 因此选择指数分布形式

$$d = \frac{\ln(k_N) - \ln(k_1)}{N - 1} \quad (15)$$

$$k_n = \exp[\ln(k_1) + (n - 1) \cdot d] \quad n = 1, \dots, N \quad (16)$$

式中: $k_1 = k_{\min}/5, k_{\min}$ 表示声源区域内 k_c 的最小值; $k_N = 2\pi/(6\Delta x)$ 。本文 N 取 30, f_L 取 6.0。

2.4 声源区域

声源区域的选取方法有多种, 而且根据研究问题的不同, 选取方法也不同。本文以湍动能 K 作为声源区域的判断标准, 具体范围如下

$$K/K_{\max} > 0.15 \quad (17)$$

式中: K_{\max} 表示流场最大的湍动能。

3 结果分析

空腔的长深比 $L/H = 9 : 1$, 空腔长度 $L = 0.4572 \text{ m}$, 深度 $H = 0.0508 \text{ m}$, 空腔的几何尺寸如图 1 所示, 计算状态是马赫数分别为: 0.6, 0.95, 1.05, 1.2, 1.5, 2.0 和 3.51。流场计算网格如图 2(a) 所示, 声场网格采用均匀网格, 网格平均宽度 $x = 0.00254 \text{ m}$, 声场网格如图 2(b) 所示。声场计算的时间步长为 $1.0 \text{ e}^{-6} \text{ s}$ 。

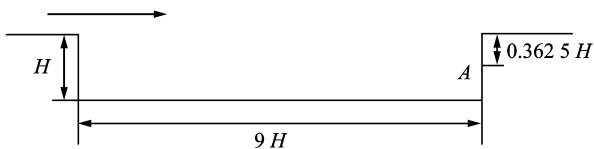
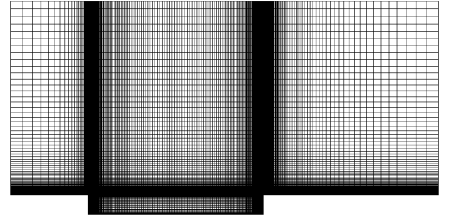


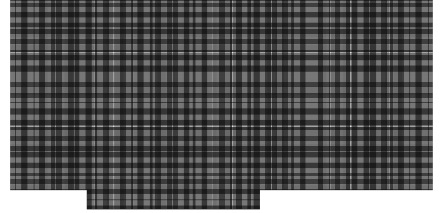
图1 空腔的几何尺寸

3.1 流场结果

本文计算了马赫数分别为 0.6, 0.95, 1.05, 1.2, 1.5, 2.0 和 3.51 的定常流场。图 3 为 $Ma = 0.6$



(a) 流场计算网格



(b) 声场计算网格

图2 网格

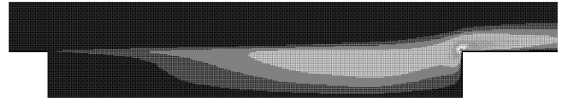


图3 $Ma = 0.6$ 时的湍动能 K 的分布图

时的湍动能 K 的分布图。由于声源区域是由湍动能的大小确定的, 因此图 3 也反映了声源的分布区域。

3.2 声场结果

本文对二维空腔在多个马赫数下的噪声水平进行了预测, 取空腔后缘壁面上 A 点作为监测点, A 点的位置如图 1 所示。图 4 是马赫数分别为 0.6, 0.95, 1.05, 1.2, 1.5, 2.0 和 3.51 时 A 点的计算压力脉动频谱图, 并附有文献[14]实验结果对比。表 1 列出了 A 点的总声压级(OASPL)的计算值和实验值。

表1 不同马赫数下 A 点的 OASPL 值

Ma	计算值	实验值
0.60	166.6	164.7
0.95	172.3	168.9
1.05	173.1	168.5
1.20	172.9	168.7
1.50	173.1	167.1
2.00	172.9	165.2
3.51	168.9	160.7

对比声场数值模拟结果, 可以发现:

(1)在不同马赫数下,A点的声压级(SPL)计算值和实验值吻合得很好,尤其在高频段。这与SNGR方法能模拟湍流引起的高频噪声的结论一致。

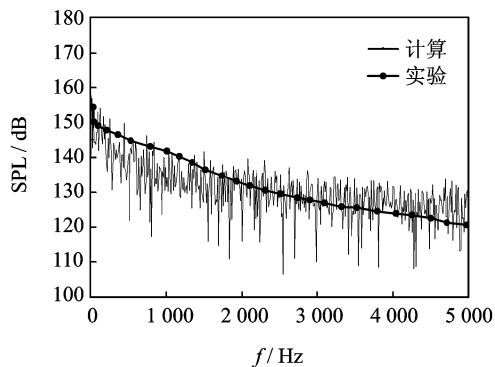
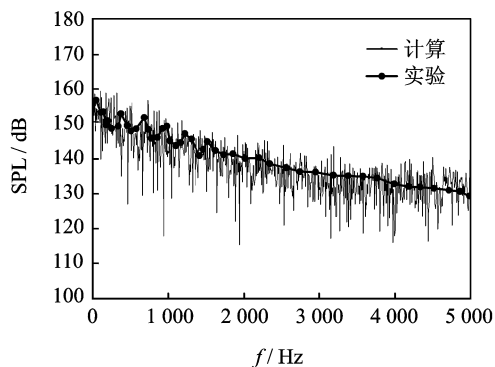
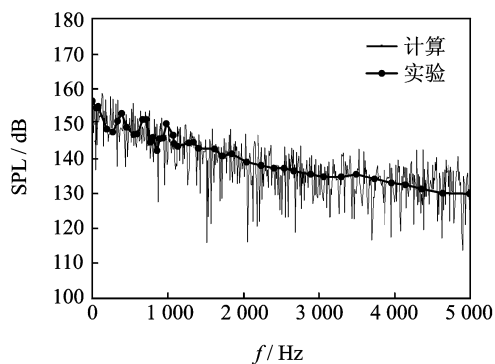
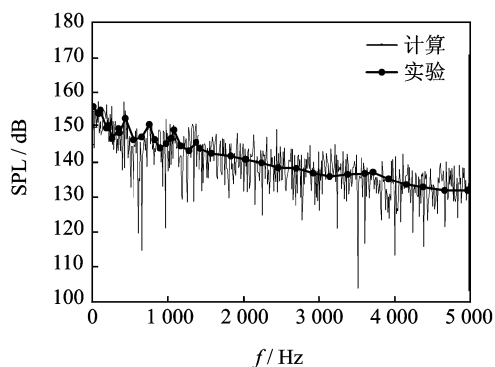
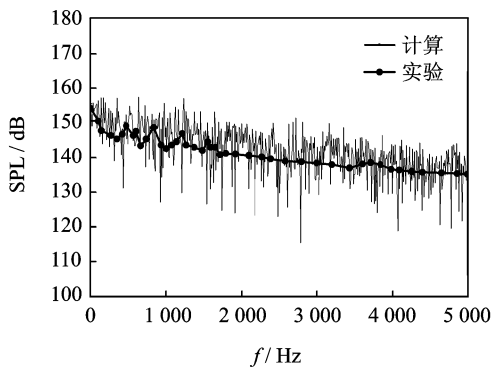
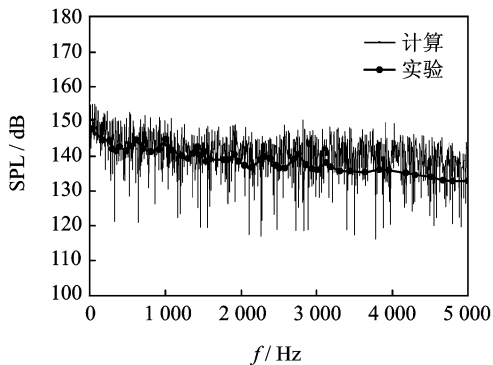
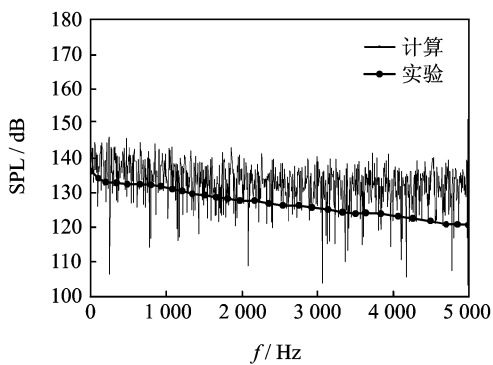
(a) $Ma = 0.6$ (b) $Ma = 0.95$ (c) $Ma = 1.05$ (d) $Ma = 1.2$ (e) $Ma = 1.5$ (f) $Ma = 2.0$ (g) $Ma = 3.51$

图4 A点的压力脉动频谱图

(2)随着马赫数的增加,A点计算声压级分布由亚声速时的低频段声压级大、高频段声压级小的分布态势,逐渐过渡到超声速时的低频段和高频段声压级相近的分布态势,这与实验结果呈现的声压级分布变化趋势一致。

(3)由图4(b~f)可以看到,在频率小于2000 Hz时,实验声压级呈模态形式分布,这是由于空腔的激荡振产生的周期噪声所致。SNGR方法无法模拟大尺度非定常效应,因此在计算声压级分布图中没有体现。

(4)由表1可以看到,A点的总声压级(OASPL)计算值和实验值的吻合较好。虽然计算值和实

数值相比有误差,而且随着马赫数的增大误差有变大的趋势,但是误差总体控制在 8 dB 相对合理的范围之内,且应用 SNGR 方法得到的声压级比实验值偏高的现象,在文献[8]中也有体现。另外,本文的算例是二维,实验模型是三维,三维空腔的噪声强度要低于二维空腔的噪声强度,这也是计算值偏大的一个因素。

通过以上结果对比可以看出,SNGR 方法在声场模拟方面虽然还存在着许多不足,但是对于宽带噪声占主导地位的空腔噪声的预测,此方法不仅能准确预测声压级,而且计算量小、计算时间短,在复杂的工程应用中具有很大的实用性。

4 结束语

本文基于 SNGR 方法,通过数值求解带源项的线化欧拉方程,对二维空腔在亚声速、跨声速和超声速多个马赫数下进行噪声预测。通过与实验结果的对比表明,SNGR 方法能准确地预测空腔噪声的声压级。同时 SNGR 方法避免了声场全区域的直接模拟,极大地减小计算量,与 DNS 或 LES 相比,在现有的计算条件下,具有更广阔的应用前景。

考虑到空腔在三维情况存在着沿展向的流动,流动现象以及噪声强度和二维情况还有区别,本文拟在此基础上开展三维空腔问题研究。同时作为对 SNGR 方法的探索,拟应用此方法,开展喷流噪声等问题的研究。

参考文献:

- [1] Khanal B, Knowles K, Saddington A. Computational study of cavity flowfield at transonic speeds[R]. AIAA paper, 2009-0701, 2009.
- [2] Meganathan A, Radhakrishnan S, Vakili A. LES simulations of three dimensional cavity flow field and comparison with experiments [R]. AIAA paper, 2008-0055, 2008.
- [3] Bres G A, Colonius T. Direct numerical simulations of three-dimensional cavity flows[R]. AIAA paper, 2007-3405, 2007.
- [4] Haigermoser C, Vesely L, Novara M, et al. Time-resolved PIV applied to cavity unsteady flows[R]. AIAA paper, 2007-3432, 2007.
- [5] 李晓东,刘靖东,高军辉. 空腔流激振荡发声的数值模拟研究[J]. 力学学报, 2006, 38(5): 599-604.
Li Xiaodong, Liu Jingdong, Gao Junhui. Numerical simulation of flow-induced oscillation and sound generation in a cavity[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(5): 599-604.
- [6] 赖焕新,周邵萍,苏永升,等. 空腔流动的大涡模拟及气动噪声控制[J]. 工程热物理学报, 2008, 29(2): 228-232.
Lai Huanxin, Zhou Shaoping, Su Yongsheng, et al. Large eddy simulation and controlling of noise in cavity[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2008, 29(2): 228-232.
- [7] 司海青. 基于全隐式算法数值模拟空腔流动振荡特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学航空宇航学院, 2007.
Si Haiqing. Numerical simulation of the cavity flow oscillation based on the fully implicit algorithm[J]. Nanjing: College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeroacoustics & Astronautics, 2007.
- [8] Mesbah M. Flow noise prediction using the stochastic noise generation and radiation approach[D]. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, 2006.
- [9] Bailly C, Juve D. A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations [R]. AIAA paper, 1999-1872, 1999.
- [10] Billson M, Eriksson L, Davidson L. Jet noise prediction using stochastic turbulence modeling [R]. AIAA paper, 2003-3282, 2003.
- [11] Ewert R, Appel C, Dierke J. RANS/CAA based prediction of NACA 0012 broadband trailing edge noise and experimental validation[R]. AIAA paper, 2009-3269, 2009.
- [12] 夏健,田书玲,王江峰,等. 三维动态非结构重叠网格 Navier-Stokes 方程并行算法[J]. 航空学报, 2008, 29(5): 1118-1124.
Xia Jian, Tian Shuling, Wang Jiangfeng, et al. Parallel computing strategy for 3D dynamic overset unstructured Navier-Stokes solver[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(5): 1118-1124.
- [13] Tam C K W, Web J C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics [J]. Journal of Computational Physics, 1993, 107(2): 262-281.
- [14] Bauer R C, Dix R E. Engineering model of unsteady flow in a cavity[R]. Technical Report, AEDC-TR-91-17, Tennessee: United States air force, 1991.
- [15] Blazek J. Computational fluid dynamics: principles and applications[M]. Oxford: Elsevier, 2001.