

基于PLSR-CER模型的大飞机成本风险控制

姜 鹏¹ 郭铜修^{1,2} 孟德运¹ 郝 乙¹

(1. 北京航空航天大学经济管理学院, 北京, 100191; 2. 中航发动机有限责任公司, 北京, 100028)

摘要:大型飞机的研制往往存在多种难以预见的不确定性因素,而且目前国内大型客机研制经验缺乏,相关的性能参数和研制成本的历史数据稀少,并存在多重相关性等问题,因此,文中引入了偏最小二乘回归方法,以客机的机体特征及性能特征作为多因变量,建立了一种多因变量对单一自变量的成本预测回归模型,并将部分客机性能参数和成本数据导入成本预测回归模型进行验证。实例分析表明,基于偏最小二乘回归法(Partial least-squares regression, PLSR)构建的费用估算关系(Cost estimating relationship, CER)模型相对传统预测模型有很大的改善,预测的精度更高,更能体现客机研制成本与前期的性能要求之间的关系。

关键词:费用关系估算式; 偏最小二乘; 多元回归; 成本风险

中图分类号:F407.5 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2012)03-0425-06

PLSR-CER Cost Risk Control Model of Large-Size Airplane

Jiang Peng¹, Guo Tongxiu^{1,2}, Meng Deyun¹, Hao Yi¹

(1. School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing, 100191, China;

2. Engine Co. Ltd., Aviation Industry Corporation of China, Beijing, 100028, China)

Abstract: The development of large-size airplane often bring a variety of unforeseen uncertainties. Partial least-squares regression (PLSR) method is introduced to aircrafts in third generation for the lack of parameters of the performance and the cost data in relevant. The existence of multiple correlation between the values are observed. A single independent variable regression model for prediction of cost is established with aircraft characteristics and performance characteristics as the multi-dependent variables. And then the relevant data published by the Boeing and Airbus is introduced into the prediction model for the empirical study. Case analysis shows that, compared with the traditional prediction model, the cost estimating relationship (CER) model constructed based on PLSR improves the forecast accuracy, and reflects relationship between the research and development (R&D) costs and the previous requirements.

Key words: cost estimating relationship (CER); partial least-squares regression (PLSR); multiple regression; cost risk

现代飞机研制是一项复杂的系统工程,尤其随着新技术的采用以及材料成本上涨,飞机研制成本呈现大幅度增长的趋势。为了减小投资风险,提高型号决策的科学性和准确性,在先期可行性论证阶段,飞机研制项目立项需要结合性能、速度、经济三坐标论证。作为经济坐标的代表性因素,成本被视为型号能否立项的重要指标之一。在该阶段,尽管经济论证人员缺乏详细的设计和制造信息,但却被

要求能快速、相对准确地估算出型号各方案的成本,供决策者抉择。因此,如何使用可行的估算方法快速、准确地完成费用估算对飞机研制有着重要的经济意义^[1]。

目前针对大型项目费用风险的研究成果有:徐哲、汪阳青等研究的基于蒙特卡洛仿真的随机S曲线,并利用蒙特卡洛仿真进行时间和费用不确定的网络资源均衡优化^[2-3];姜晨、张金春等提出的利用

龚帕兹曲线进行费用-时间建模^[4]；另外，何明、黄莉等利用关联度进行的大型科研项目费用风险预测^[5]；徐惠民等基于多层神经网络计算模型，提出的应用于喷气支线飞机和喷气公务机的飞机主要参数的估算方法^[6]。但是目前国内的大飞机研制因为没有历史数据积累，并且在费用估算关系(Cost estimating relationship, CER)模型构建中存在参数繁多、变量之间相关关系复杂等问题，因此本文以偏最小二乘回归方法(Partial least-squares regression, PLSR)为基础构建用于飞机成本风险控制的CER模型。PLSR可以有效地提取出对系统解释能力最强的综合信息，实现对高维数据的降维处理，达到有效克服变量多重相关性在系统建模中的不良影响，较好地解决了以往许多使用普通多元线性回归难以解决的问题^[7]。因此本文首先采用PLSR对波音和空客公布的部分客机的性能参数和成本数据进行主成分分析和典型相关性分析，建立性能与成本之间的回归方程，进而构建用于飞机研制成本控制的CER模型，从而避免了由于变量多重相关性对模型误差和稳健性造成的影响。

1 基于CER模型的飞机研制成本控制

1.1 大飞机研制成本风险分析

风险是指对在规定的费用、进度和技术的约束条件下不能实现整个项目目标的可能性的一种度量^[8]。风险包括两个方面的内容：不能实现具体目标所导致的后果。飞机型号研制成本风险指在飞机型号研制过程中，对不能实现其费用目标的可能性的一种度量。

飞机型号研制的风险区主要存在于以下几个过程：首先是要求的变更，由于威胁描述的不确定性或者项目要求的不确定性，带来型号设计参数的变化。其次是设计方面，从现有的技术、设计手段和设计成熟性来看，系统技术状态实现项目工程目标的能力。第三是试验与评定，确定系统是否具有应有的作战使用效能和适用性。第四是技术，项目建议采用的技术是否经过验证，有无能力实现项目的所有目标。第五是制造方面，从系统设计、选用的制造工艺以及制造资源可用性来看，系统技术状态实现项目生产目标的能力。上述的诸多风险区通过相互作用，影响着飞机型号研制费用。

通过采用专家调查法，确定了影响飞机型号项目研制费用的主要因素为代数(反映项目先进程度与技术难度的飞机划代)、研制周期、机体空重、最

大平飞速度、最大平飞高度、爬升率、最大过载、机体首翻期等。其中，代数主要定位于短途商用客机，其具体参数要求为座数为150~200之间，标准航程为4 000 km左右，增大航程为5 000 km，经济寿命可达9万飞行小时以上。

1.2 基于CER的成本预测分析

20世纪60年代中期，美国NASA系统和发展大型军事装备(包括飞机、导弹、坦克)的美国国防部(Department of defense, DOD)系统研究出估算精度较高和使用方便的参数费用估算法(Parametric cost estimation, PCE)，该方法来源于系统费用与系统性能之间的相关程度，被称为参数法，进而建立CER模型。目前，飞机研制成本预测应用中，最常用的仍是CER模型及其衍生形式^[9]。费用关系估算式是通过收集历史数据并将这些数据浓缩到一个数学“形式”中，使得该“形式”能够对未来类似活动的成本作出估算。由于系统的性能参数(例如：速度、质量、推力等)在设计初期已给出，所以参数法在系统设计和构思形成的初期阶段就能进行准确的费用估算，CER在成本控制中的应用分为5个步骤：

步骤1 将飞机研制成本定义为CER要估计的对象。

步骤2 选择自变量。在选择自变量的时候首先要吸取航空领域专家的经验 and 必要信息。并询问精通飞机研制技术和生产工艺的专家。其次还要考虑变量的可测量性，有些参数，例如可维护性在估计中是很难使用的，因为其可测量性较差；另外还要保证数据的有效性，如果不能获得历史数据，分析和使用变量作为预测工具都是不可能的。如果可以同时选择性能参数或物理参数来开发CER，那么根据经验性能参数是更好的选择，因为性能参数在设计特征知晓之前就能获取。

步骤3 收集关于因变量和自变量之间关系的数据。收集数据是CER开发过程中最困难和耗费时间的事情，反复检查所有的观察值都是相互关联、可比的，属于成本的正常范围，确保数据的有效性，在航空研制领域，可以借鉴同行业其他厂商发布的可用信息，如波音和空客的相关飞机性能参数和费用信息^[10]。

步骤4 探索因变量和自变量之间的关系。这一过程中必须确定因变量和自变量之间关系的强弱。分析技术是多种多样的，从简单的画图分析到复杂的数学分析。常使用的定量技术包括简易的比率分析、移动平均和线性回归。

步骤5 选择对因变量估计最好的关系式。在尝试各种各样的关系之后,从中选择一种性能最好的。一般地,就是能够最好估计因变量的关系。如果自变量和因变量高度相关,这很可能就是一个很好的估计工具。

CER 价值的大小取决于用于开发的数据的质量。开发性能优越的 CER 并应用到所要估计的系统中,需要对系统进行透彻的分析和对类似系统进行历史数据收集。

2 PLSR-CER 模型的建立与实现

2.1 PLSR 基本原理

考虑 P 个变量 Y_1, \dots, Y_P 与 m 个自变量 X_1, \dots, X_m 的建模问题。首先,在自变量集中提取第 1 成分 T_1 (T_1 是 X_1, \dots, X_m 的线性组合,且尽可能多地提取原自变量集中的变异信息);同时在因变量集中也提取第一成分 U_1 ,并要求 T_1 与 U_1 相关程度达最大。

在前期的结果上,建立因变量 Y_1, \dots, Y_P 与 T_1 的回归,如果回归方程已达到满意的精度,则算法终止;否则继续第 2 对成分的提取,直到能达到满意的精度为止。若最终对自变量集提取 r 个成分 T_1, T_2, \dots, T_r , 偏最小二乘回归将通过建立 Y_1, \dots, Y_r 与 Y_1, Y_2, \dots, Y_r 的回归式,然后再表示为 Y_1, \dots, Y_P 与原自变量的回归方程式,即偏最小二乘回归方程式^[11]。

2.2 基于 PLSR 构建 CER 模型

基于 PLSR 分析构建 CER 模型的具体步骤如下:

步骤1 数据的标准化处理。首先将 P 个因变量 Y_1, \dots, Y_P 与 m 个自变量 X_1, \dots, X_m 化为标准化变量,并得因变量组和自变量组的 n 次标准化观测数据矩阵为 $Y_{n \times p}, X_{n \times m}$ 。

步骤2 分别提取两变量组的第 1 对成分,并使之相关性达到最大。假设从两组变量分别提取第 1 对成分为 T_1 和 U_1 ,其中 T_1 是自变量集 $X=(X_1, \dots, X_m)$ 的线性组合,即: $T_1=\omega_{11}X_1+\dots+\omega_{1m}X_m=\omega_1'X$, U 是因变量集 $Y(Y_1, \dots, Y_P)$ 的线性组合,即: $U_1=\nu_{11}Y_1+\dots+\nu_{1p}Y_P=\nu_1'Y$ 。为了回归分析的需要,要求 T_1 和 U_1 各自尽可能多地提取所在变量组的变异信息,而且 T_1 和 U_1 的相关程度要达到最大。由两组变量集的标准化观测数据阵 X_0 和 Y_0 ,可以计算第 1 对成分的得分向量,记为 t_1 和 u_1 : $t_{1, n \times 1}=X_{0, n \times m} \omega_{1, m \times 1}, u_{1, n \times 1}=Y_{0, p \times m} \nu_{1, p \times 1}$ 。

第 1 对成分 T_1 和 U_1 的协方差 $\text{COV}(T_1, U_1)$ 可以用第 1 对成分的得分向量 t_1 和 u_1 的内积来计算。

故上述两个要求可化为数学上的条件极值问题,即 $\langle t_1, u_1 \rangle = \langle X_0 \omega_1 Y_0 \nu_1 \rangle = \omega_1' X_0' Y_0 \nu_1 \rightarrow \text{最大}$

$$\omega_1' \omega_1 = \| \omega_1 \|^2 = 1$$

$$\nu_1' \nu_1 = \| \nu_1 \|^2 = 1$$

利用 Lagrange 乘数法,问题化为求单位向量 ω_1 和 ν_1 ,使 $\theta_1=\omega_1 X_0' Y_0 \nu_1$ 最大。问题的求解只须通过计算 $m \times m$ 矩阵 $M=X_0' Y_0 Y_0' X_0$ 的特征值和特征向量,且 M 的最大特征值为 θ_1 ,相应的单位特征向量就是所求的解 ω_1 ,而 ν_1 可由 ω_1 计算得到

$$\nu_1 = \frac{1}{\theta_1} Y_0' X_0 \omega_1$$

步骤3 建立 Y_1, \dots, Y_P 对 T_1 的回归及 X_1, \dots, X_m 对 T_1 的回归。假定回归模型为

$$\begin{aligned} X_0 &= t_1 \alpha_1' + E_1 \\ Y_0 &= t_1 \beta_1' + F_1 \end{aligned}$$

式中: $\alpha_1=(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1m})'$, $\beta_1=(\beta_{11}, \dots, \beta_{1p})'$ 分别是多对一的回归模型中的参数向量; E_1 和 F_1 是残差阵。回归系数向量 α_1, β_1 的最小二乘估计为

$$\begin{aligned} \alpha_1' &= (t_1' t_1)^{-1} t_1' X_0 \\ \beta_1' &= (t_1' t_1)^{-1} t_1' Y_0 \end{aligned}$$

如果残差阵 F_1 中元素的绝对值近似为 0,则认为用第 1 个成分建立的回归式精度已满足需要了,可以停止抽取成分。否则转入步骤 4。

步骤4 用残差阵 E_1 和 F_1 代替 X_0 和 Y_0 重复以上步骤。

步骤5 设 $n \times m$ 数据阵 X_0 的秩为 $r \leq \min(n-1, m)$,则存在 r 个成分 t_1, t_2, \dots, t_r ,使得

$$\begin{aligned} X_0 &= t_1 \alpha_1' + \dots + t_r \alpha_r' + E_r, Y_0 = t_1 \beta_1' + \dots + t_r \beta_r' + F_r \\ & \quad n \times m \quad n \times 11 \times m \quad n \times m \quad n \times p \quad n \times 11 \times p \\ & \quad n \times 11 \times p \quad n \times p \end{aligned}$$

设 $X_i^*(i=1, \dots, m), Y_j^*(j=1, \dots, p)$ 表示标准化变量,把 $t_k=\omega_{k1}X_1^*+\dots+\omega_{km}X_m^*, (k=1, \dots, r)$ 代入 $Y_0=t_1\beta_1'+\dots+t_r\beta_r'$,即得 p 个标准化因变量的偏最小二乘回归方程式: $Y_j^*=\hat{a}_{j1}X_1^*+\dots+a_{jm}X_m^*, (j=1, \dots, p)$

步骤6 确定抽取成分的个数 l 。一般情况下,偏最小二乘回归分析往往只需提取前面 k 个成分 t_1, \dots, t_k ,就可以得到一个稳定和可靠的模型。对于偏最小二乘回归成分数的确定,既要保证所提取的成分对系统解释能力最强,又要克服变量之间的多重共线性关系,本文采用国外广泛应用的交互检验方法(Cross validation, CV)^[12]来确定。

2.3 算法的实现

根据 PLSR 的基本原理,把整个算法的功能进行模块化,其算法的程序流程图设计如图 1 所示。

示。整个算法的功能可细分为:特征值模块,主要用于求解矩阵的特征值;标准化模块,用于对输入数据的标准化;主成分分析模块,用于对数据表提取主成分;交叉有效性分析模块,用于确定回归收敛性的验证标准,该指数可以根据实际情况改动,指导主成分的提出过程^[13];典型相关模块,用于确定两个数据列表的相关系数。

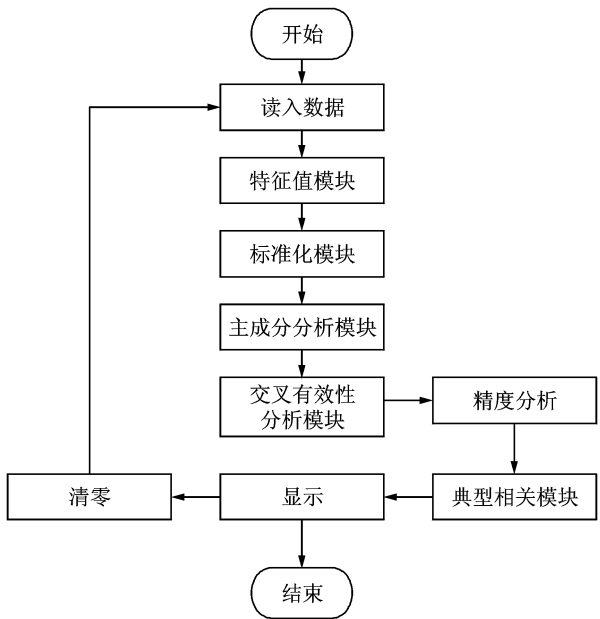


图 1 PLSR 的程序流程框图

PLSR 算法的功能模块主要由上面几部分组成,它是整个系统的核心部分;而整个系统的功能模块主要有:数据导入模块、分析模块(即 PLSR 算法模块)、结果显示模块,如图 2 所示。数据导入模块主要用于采集样本的输入,读取用户存储数据的 excel 等多种文件;及用于把自变量和因变量的个数输入到程序里面,进而同步验证所输入的样本文件是否正确^[14]。回归分析模块主要用于实现偏最小二乘算法,该模块主要实现 PLSR 的各功能模块。结果显示模块用于计算结果显示和图形的显示。

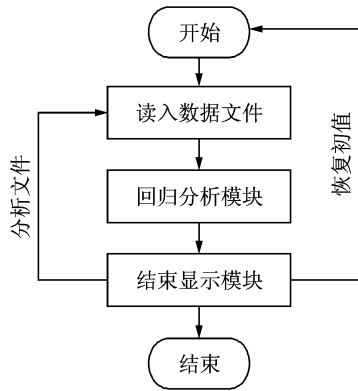


图 2 软件系统功能模块图

3 算 例

3.1 应用分析

客机机体研制费用是指机体结构和机上所有的机械、电气系统与其设备的费用,不包括发动机、机载电子设备、武器和非机械、电器的仪表与设备的费用。本文以波音和空客的三代客机的相关性能参数和研制费用作为研究数据来挖掘客机制造成本与其性能参数之间关系,进而通过 PLSR 得到线性回归模型。应用 PLSR 预测客机成本的步骤如下:

步骤 1 样本数据标准化。标准化的目的是将对数线性关系的数据转化为线性关系的数据。

步骤 2 选择成本影响因子。对自变量进行变量投影重要度分析,根据变量投影重要性指标的大小来提取成本影响因子。

步骤 3 PLSR 对成本影响因子进行主成分提取,在一定精度控制下进行回归处理并得到回归方程。

步骤 4 对回归方程进行反对数化,可以得到性能参数与研制成本影响因子之间的对数线性关系式,即成本预测模型。

3.2 实例分析

现以波音和空客三代机成本预测模型的建立为例予以分析。表征客机性能的特征参数很多,其中大多与费用有不同程度的联系,这里取 9 个特征参数进行分析,其中:机身长度,翼展,机高,客舱座数,货舱容积,空机质量,最大油箱容量,最大起飞总质量,满载航程。这些参数体现了目前国产飞机最主要的性能和费用特征。通过表 1 中的数据进行训练和预测,采用 MATLAB7.0 进行编程,对程序进行多次测试。

(1)原有价格预测模型。原有的价格预测一般采用空重、最佳高度的最大平飞速度和满油航程 3 个自变量,通过多元回归方法建立采购价格预测模型为

$$y = 34.86x_5^{0.18} x_6^{-0.59} x_7^{0.88}$$

(2)逐步多元回归模型。逐步多元回归是一种通用的变量筛选方法,它是向前变量选择法和向后变量排除法的结合。逐步多元回归对样本数据进行回归,得到回归方程为

$$y = 1.42x_1^{0.92}$$

(3)PLSR 预测模型在交叉有效性分析的控制下,提取所有自变量中主成分进行回归,得到 y 与 X_1, X_2, \dots, X_9 的回归方程,并计算了每个自变

表1 客机性能特征参数

型号	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	Y_1
A	33.84	34.09	11.76	124	27.64	40.6	29 840	75.5	6 800	3 500
B	44.51	34.09	11.76	174	51.76	48.2	23 700	83	5 600	6 700
C	59	60.3	17.9	293	136	120.5	139 090	230	11 850	18 100
D	63.6	660.3	17.9	335	162.8	124.5	97 530	230	10 400	19 100
E	59	60.3	16.7	239	100.2	129	141 500	275	14 850	11 000
F	63.6	60.3	16.7	295	162.8	129	155 040	275	13 900	14 000
G	67.9	63.5	17.1	313	153.6	170	214 810	365	16 050	12 100
H	75.3	63.5	17.3	380	207.9	177	194 880	365	13 900	11 200
I	33.6	34.3	12.6	126	27.3	36.378	26 020	650	6 225	4 300
J	39.5	34.3	12.5	162	31	41.413	26 020	790	5 665	5 200
K	70.7	64.4	19.41	524	170	179	216 840	395	13 570	15 000
L	48.51	47.57	15.8	181	86.9	174	63 217	142.88	7 300	11 800
M	61.4	51.82	5.41	245	138.9	103.872	91 370	204.12	10 415	14 600
N	63.7	60.9	18.5	301	160	142.9	171 160	297.56	14 260	22 500
O	73.9	60.9	18.7	368	200	166.881	181.28	351.534	10 190	16 050

量的VIP,Rd(X)和Rd(y)。结果如下

$$y = 17.11x_1^{0.39} x_2^{-0.08} x_3^{0.26} x_4^{-0.67} \cdot x_5^{-0.15} x_6^{0.45} x_7^{0.39} x_8^{0.21} x_9^{0.26}$$

VIP : 1.21,1.12,1.10,0.79,0.68,0.54,1.21,1.12,0.73

Rd(X)=87.1%, Rd(y)=63.8%

Rd(X)和Rd(y)计算值表明,提取的主成分仅包含自变量中87.1%的变异信息和反映因变量中63.8%的变异信息。并且从每个自变量VIP值来看, x_4,x_5,x_6,x_9 的VIP值都小于0.8,因此他们对y的解释能力较小,在回归分析中可以将它们排除。

采用PLSR对 x_1,x_2,x_3,x_7,x_8 与y进行回归,获得了 x_1,x_2,x_3,x_7,x_8 与y之间回归方程

$$y = 2.21x_1 x_2^{-1.94} x_3^{1.69} x_7^{0.79} x_8^{-0.66}$$

VIP : 1.02,0.95,0.94,1.04,1.01

Rd(X)=99.6%, Rd(y)=97.1%

提取的主成分包含了自变量中99.6%的变异信息和反映了因变量中97.1%的变异信息,并且各个变量VIP值相对平均,因此回归的方程是令人满意的。

4 结束语

样本少和影响成本的因子繁多是客机制造成本预测中的两个难点,而PLSR能够利用丰富的辅助分析技术克服自变量中存在的多重相关性和选择有效成本影响因子,在处理小样本多元数据方面具有独特的优势。因此,可采用PLSR构建的CER模型用于客机研制的成本风险控制。实例表明,与原有的CER模型和逐步多元回归模型相比,PLSR

在客机研制成本预测方面具有更高的精度,并且能更好地反映成本与性能参数之间的关系。所以说,PLSR在大型飞机的研制成本预测中的应用是可行的、有效的。另外本文中所实现的PLSR-CER模型具有通用性,使用方便快捷。该系统可以用于初步建模,在众多输入的自变量中,确定那些对因变量有影响的自变量的权重;也可以用于预报,这对于在线建模和模型修正有积极意义。

参考文献:

[1] 魏法杰,张帆,苟小华. 并行工程在航空新产品开发中的应用[J]. 工业工程,2008,11(6):85-88.
Wei Fajie, Zhang Fan, Gou Xiaohua. The application of concurrent engineering in the development of new aviation products [J]. Industrial Engineering Journal, 2008,11(6):85-88.

[2] 徐哲,汪阳青,王舒. 基于Monte Carlo仿真的随机S曲线研究[J]. 系统仿真学报,2008(11):210-219.
Xu Zhe, Wang Yangqing, Wang Shu. Research on stochastic S curves based on Monte Carlo simulation analysis technique [J]. Journal of System Simulation, 2008(11):210-219.

[3] 徐哲,李科,刘荣. 时间和费用不确定的网络计划资源均衡优化[J]. 系统仿真学报,2005 (10):131-142.
Xu Zhe, Li Ke, Liu Rong. Resource leveling optimization of network scheduling under probabilistic time and cost [J]. Journal of System Simulation, 2005 (10):131-142.

[4] 姜晨,张金春,王杰. 利用龚帕兹曲线建立导弹研制

费用-时间模型[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(4):112-121.

Jiang Cheng, Zhang Jinchun, Wang Jie. Utilizing Gompertz curve to establish the model between the development expenese and the development time of a missile [J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(4):112-121.

[5] 何明,黄莉. 基于灰关联度的大型科研项目费用风险预测模型[J]. 工业技术经济, 2007, 26(5):68-71.

He Ming, Huang Li. Risk prediction model based on gray relational grade for large-scale research projects costs[J]. Industrial Technology & Economy, 2007, 26(5):68-71.

[6] 徐惠民,余雄庆,薛飞. 基于神经网络的飞机主要参数估算方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(1):72-84.

Xu Huimin, Yu Xiongqing, Xue Fei. Estimation method based on the plane of the main parameters of the neural network [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2003, 35(1):72-84.

[7] 王惠文. 偏最小二乘回归方法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社, 1999.

[8] 周子扬,刘思峰. 基于灰色预测的风险投资价值评估方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(5):117-129.

Zhou Ziyang, Liu Sifeng. Research on valuation of venture capital with grey prediction[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(5):117-129.

[9] Tirovolis N L, Serghides V C. Unit cost estimation methodology for commercial aircraft [J]. Journal of Aircraft, 2005, 46(2):1377-1386.

[10] 姚珊珊,魏法杰. 飞机全寿命周期成本工程及发展趋势初探[J]. 企业经济, 2007(7):100-102.

Yao Shanshan, Wei Fajie. Life cycle cost of the aircraft engineering and development trends[J]. Enterprise Economy, 2007(7):100-102.

[11] Helland K. Recursive algorithm for partial least squares regression[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 1991, 14(1):129-137.

[12] Philippe Bastien, Vincenzo Esposito Vinzi, Michel Tenenhaus. PLS generalized linear regression [J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2005, 48(1):17-46.

[13] 刚毅. 科学计算与MATLAB[M]. 北京:科学出版社, 2001.

[14] Joe Qin S. Recursive PLS algorithms for adaptive data modeling [J]. Computers & Chemical Engineering, 1998, 22(4/5):503-514.