

# 简化的混合估计算法及其在GPS/SINS深组合中的应用

杨洋<sup>1</sup> 薛晓中<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学瞬态物理国家重点实验室, 南京, 210094; 2. 南京理工大学能源与动力工程学院, 南京, 210094)

**摘要:**为解决GPS/SINS深组合导航系统滤波的非线性和噪声的不确定性的问题,针对深组合模型特点,设计了一种简化的基于U滤波的多模型混合估计滤波器。根据系统模型中状态方程是线性方程、观测方程是非线性方程的特点,提出了一种简化的U滤波算法(Ultra tight coupling unscented Kalman filter, UTCUKF),然后针对噪声变化建立了非线性模型,多模型混合估计滤波器的输出为各滤波器的概率加权融合,因此模型概率是根据噪声变化而调整的,从而也使系统输出对噪声变化具有一定自适应能力。最后进行了仿真,并与基于普通U滤波的多模型混合估计算法进行了比较。结果表明,本文算法的解算时间短,模型切换速度更快,而估计的精确度与同条件下的基于普通U滤波的多模型混合估计算法相当,更符合深组合系统高动态的要求。

**关键词:** U滤波; 多模型混合估计; 深组合; 组合导航

**中图分类号:** TP272      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2012)03-0360-06

## Hybrid Estimation Algorithm Based on Simplified UKF for Ultra Tight Coupling GPS/SINS System

Yang Yang<sup>1</sup>, Xue Xiaozhong<sup>2</sup>

(1. National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, China;

2. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, China)

**Abstract:** According to the feature of ultra tight coupling GPS/SINS system, in which the state equation is linear and the measurement equation is nonlinear, a new simplified unscented Kalman filter (UKF) is proposed. Then a new multiple model hybrid estimation algorithm based on the simplified UKF is presented to solve the problem of nonlinear filtering and noise modeling. The uncertainty of the noise can be described by a set of switching models. The output of the multiple model hybrid estimation filter is the weighted sum of a bank of parallel filters. The self-adaptive filtering for different noises can be performed by the adjustment of all models' weights. Finally, the simulation and comparison are given. The application of the algorithm on ultra tight coupling GPS/SINS system shows a higher switching speed of the algorithm than that of hybrid estimation based on common UKF, and indicates that the algorithm has the same accuracy with the common one in the same condition. The algorithm meets the demands of ultra tight coupling GPS/SINS system.

**Key words:** unscented Kalman filter; multiple model hybrid estimation; ultra tight coupling; integrated navigation

系统的非线性和噪声的不确定性是组合导航非平稳问题,最优滤波器难于找到解析解,因此必须进行滤波时的两大问题。对于非线性、非高斯、必须求助于次优或逼近算法<sup>[1]</sup>。多模型算法是解决参

**基金项目:** 南京理工大学科研发展基金(XKF05031)资助项目。

**收稿日期:** 2011-08-01; **修订日期:** 2012-01-01

**作者简介:** 薛晓中,男,教授,博士生导师,1945年出生, E-mail: srs2000@163.com。

数不确定系统中状态估计问题的有效方法, IMM估计器是这类算法中较好的算法<sup>[2-3]</sup>, 但对于一些复杂情况, 如状态分布非高斯、模型非线性、似然度多峰值等, IMM算法可能效果不好甚至发散<sup>[4-5]</sup>。基于U滤波的混合估计算法估计精度较高, 但存在计算复杂度大<sup>[6]</sup>, 特别是变量维数较高时运算速度较慢的问题, 从而很难在高动态的GPS/SINS深组合导航系统中应用。

本文采用一种新的算法, 即针对深组合模型中状态方程是线性方程、而观测方程是非线性方程的特点, 用AUKF和KF对UKF进行简化, 从而既保留了UKF估计精度高的特点, 又缩减了UKF的计算复杂度来满足深组合高动态性能的需要。然后在利用多模型算法解决噪声不确定性的基础上, 把对各滤波器的概率加权融合作为多模型混合估计滤波器的输出。最后仿真结果表明, 在高动态、大机动, 以及系统噪声不确定的状态下, 该算法的估计精确度与同条件下的基于普通U滤波的多模型混合估计算法相当, 而计算复杂度有所缩减, 模型的切换速度也更快。

## 1 多模型混合估计

在工程应用中, 相当多的系统可归结为多模型混合系统, 例如导航系统、机动目标跟踪系统等, 这类系统存在多种工作模式, 并且系统随时可以在各种模式间切换, 在系统状态连续变化的同时, 还存在由于各种模式的切换带来的突变。这类系统可由一组代表工作模式的离散模型系统, 及一组代表系统演化的连续的基本状态来表示, 模型的切换服从Markov链。这类系统称为跳跃Markov系统(JMS)或者多模型混合系统<sup>[7]</sup>, 其状态空间模型方程为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{m}_k, \mathbf{w}_{k-1}) \\ \mathbf{y}_k = h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{m}_k, \mathbf{v}_k) \end{cases}$$

模型状态 $\mathbf{m}_k$ 为离散时间、齐次、有限状态的一阶Markov链, 状态空间为 $\mathbf{S} = \{1, 2, \dots, s\}$ , 转移概率为 $\pi_{ij} = p\{m_{k+1} = j/m_k = i\}$ ,  $i, j \in \mathbf{S}$ , 转移概率矩阵为 $\Pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s]^T$ ,  $\pi_i = [\pi_{i1}, \dots, \pi_{is}]^T$ , 且 $\sum_{j=1}^s \pi_{ij} = 1$ 。

JMS系统在 $k$ 时刻的模型序列为Markov链的 $s^k$ 个可能的实现之一:  $\mathbf{M}_k^l = (m_1^l, m_2^l, \dots, m_k^l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, s^k$ 。JMS系统状态的最优后验概率分布为

$$p(x_k/y_{1:k}) = \sum_{l=1}^{s^k} p(x_k/M_k^l, y_{1:k}) p(M_k^l/y_{1:k}) \quad (1)$$

式中:  $p(M_k^l/y_{1:k})$ 为模型序列的概率

$$\begin{aligned} p(M_k^l/y_{1:k}) &= p(M_k^l/y_k, y_{1:k-1}) = \\ &= \frac{1}{c} p(y_k/M_k^l, y_{1:k-1}) p(M_k^l/y_{1:k-1}) = \\ &= \frac{1}{c} p(y_k/M_k^l, y_{1:k-1}) \pi_{m_{k-1}^l, m_k^l} p(M_{k-1}^l/y_{1:k-1}) \end{aligned}$$

由于任一模型序列都将在下一滤波周期再开启 $S$ 个模型序列, 因此式(1)中混合元素的个数随时间指数增加, 这是一个N-P完全问题, 在实际中必须求助于某种逼近。

## 2 简化的U滤波算法

先看以下的动态系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \\ \mathbf{z}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}, \tau_{k+1}) \end{cases}$$

式中:  $\mathbf{x}_{k+1}$ 为第 $k+1$ 步 $n$ 维状态向量;  $\mathbf{z}_{k+1}$ 为第 $k+1$ 步 $m$ 维观测向量;  $\mathbf{v}_k$ 为服从 $N(0, Q_k)$ 分布的 $n$ 维过程噪声;  $\tau_{k+1}$ 为服从 $N(0, R_{k+1})$ 分布的 $m$ 维观测噪声;  $\mathbf{v}_k$ 和 $\tau_{k+1}$ 彼此独立。

该系统的sigma点为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k-1}^a &= \left[ \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \sqrt{(L + \lambda) \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^a} \right. \\ &\quad \left. \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \sqrt{(L + \lambda) \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^a} \right] \end{aligned}$$

式中:  $L$ 为 $\hat{\mathbf{x}}_0^a$ 的维数;  $\lambda$ 为比例参数。

为了获得较精确的状态向量和观测向量的方差阵, 把过程噪声和观测噪声作为状态变量扩充到状态变量里, 得到系统初值为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_0^a &= E(\mathbf{x}_0^a) = [\hat{\mathbf{x}}_0^T \mathbf{0}_{1 \times n} \mathbf{0}_{1 \times m}] \\ \hat{\mathbf{P}}_0^a &= E((\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T) = \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

所以此时UKF的sigma点的维数为 $2n+1$ 、总数为 $4n+2m+1$ <sup>[8]</sup>。

把系统模型简化为具有加性噪声的情况, 此时的UKF称为AUKF)。动态系统为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}) + \tau_{k+1} \end{cases}$$

用Nonaugmented UT的方法<sup>[9]</sup>对其进行简化, 此时过程噪声和观测噪声作为已知, sigma点为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k-1} &= \left[ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{(n + \lambda) \hat{\mathbf{P}}_{k-1}} \right. \\ &\quad \left. \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \sqrt{(n + \lambda) \hat{\mathbf{P}}_{k-1}} \right] \end{aligned}$$

显然, 与UKF相比, AUKF的sigma点的维数

为  $n$ 、总数为  $2n+1$ ，计算复杂度得到了缩减。

而对于一个具有加性噪声，且状态方程是线性，而观测方程是非线性的动态系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_{k+1} \end{cases}$$

可以用 AUKF 和 KF 对通常的 UKF 进行简化，从而利于实际系统的使用，特别是 GPS/SINS 深组合这样高动态的系统。这种简化的 U 滤波的算法具体为：

#### 步骤 1 取系统初值

把过程噪声和观测噪声作为已知，而不作为状态变量扩充到状态变量里，初值为

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_0 = E((\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T) \quad (3)$$

#### 步骤 2 计算 sigma 点

用 Nonaugmented UT 的方法进行简化，此时 sigma 点为

$$\begin{aligned} \chi_{k-1} = & \left[ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{(n+\lambda)\hat{\mathbf{P}}_{k-1}} \cdot \right. \\ & \left. \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \sqrt{(n+\lambda)\hat{\mathbf{P}}_{k-1}} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

#### 步骤 3 时间更新

用 KF 简化为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k/k-1} = \mathbf{Q}_k + \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{F}_k^T \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_{k/k-1} = h(\chi_{k/k-1}) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i^{(m)} \mathbf{Z}_{i,k/k-1} \quad (8)$$

#### 步骤 4 观测更新

$$\hat{\mathbf{P}}_{zz,k} = \mathbf{R}_k +$$

$$\sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i^{(c)} (\mathbf{Z}_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1})(\mathbf{Z}_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1})^T \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_{xx,k} = & \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i^{(c)} (\chi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}) \cdot \\ & (\mathbf{Z}_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1})^T \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{P}}_{xx,k} \hat{\mathbf{P}}_{zz,k}^{-1} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}) \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \hat{\mathbf{P}}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{P}}_{zz,k} \mathbf{K}_k^T \quad (13)$$

该算法的特点为：

(1) 用 KF 处理状态方程，用 UKF 处理观测方程。即在更新算法中用 KF 计算状态量和协方差的一步估计，而不是用 sigma 点；

(2) sigma 点的维数为  $n$ 、总数为  $2n+1$ ，与通常 UKF 的维数为  $2n+1$ 、总数为  $4n+2m+1$  相比，计算复杂度得到了缩减；

(3) 每一步 sigma 点仅被更新一次。

### 3 基于简化的 U 滤波的多模型混合估计

基于 U 滤波的混合估计算法虽然估计精度较高，然而计算复杂度大、实时性差的缺点限制了其实际应用，因此如何在不明显影响其精度的前提下，设计出在实际系统中更加有效的混合估计算法显得尤为重要。

对于非线性混合系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{A}(m_k) \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}(m_k) \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = h(m_k, \mathbf{x}_k) + \mathbf{C}(m_k) \mathbf{v}_k \end{cases}$$

式中： $\mathbf{x}_k$  为未知的连续值基本状态， $m_k$  为未知的离散值模型状态， $\mathbf{y}_k$  为系统量测。设过程噪声  $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k-1})$ ，量测噪声  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ ， $\mathbf{x}_0, \mathbf{w}_{k-1}, \mathbf{v}_k$  相互独立。模型状态  $m_k$  为离散时间、齐次、有限状态的一阶 Markov 链，状态空间为  $\mathbf{S} = \{1, 2, \dots, s\}$ ，转移概率为  $\pi_{ij} = p\{m_{k+1} = j / m_k = i\}, i, j \in \mathbf{S}$ 。

基于简化的 U 滤波的多模型混合估计算法为：

#### 步骤 1 执行模型交互

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(j)} = \sum_{i=1}^s \mu_{k-1}^{i/j} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(i)}$$

$$\mathbf{P}_{k-1/k-1}^{(j)} = \sum_{i=1}^s \mu_{k-1}^{i/j} [\mathbf{P}_{k-1/k-1}^{(i)} +$$

$$(\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(j)})(\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{(j)})^T]$$

其中混合概率

$$\mu_{k-1}^{i/j} = p(m_{k-1} = i / m_k = j, \mathbf{y}_{1:k-1}) = \frac{\pi_{ij} \omega_{k-1}^i}{\sum_{i=1}^s \pi_{ij} \omega_{k-1}^i}$$

步骤 2 对每个模型匹配的滤波器用简化的 UKF 算法进行更新

经过模型交互的状态向量和误差方差阵作为滤波器的下一时刻初值，计算 sigma 点，时间更新和观测更新同式(5~13)。

#### 步骤 3 模型概率更新

计算模型的条件似然度

$$\Lambda_k^j = p(\mathbf{y}_k / \mathbf{y}_{1:k-1}, m = j) = N(\boldsymbol{\varepsilon}_k^j; 0, \mathbf{S}_k^j)$$

式中： $\boldsymbol{\varepsilon}_k^j$  是残差估值， $\mathbf{S}_k^j = E[\boldsymbol{\varepsilon}_k^j (\boldsymbol{\varepsilon}_k^j)^T] = \hat{\mathbf{P}}_{zz,k}^j, \hat{\mathbf{P}}_{zz,k}^j$  由式(9)可以计算。

更新模型概率

$$\omega_k^j = \frac{\Lambda_k^j \sum_{i=1}^s \pi_{ij} \omega_{k-1}^i}{\sum_{j=1}^s \Lambda_k^j \sum_{i=1}^s \pi_{ij} \omega_{k-1}^i}$$

#### 步骤 4 融合输出

各滤波器估计值的模型概率加权融合，即最终

输出结果

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=1}^s \omega_k^{(i)} \mathbf{x}_{k/k}^{(i)}$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \sum_{i=1}^s \omega_k^i \{ \mathbf{P}_{k-1}^i + [\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}] \cdot [\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}]^T \}$$

## 4 GPS/SINS 深组合系统模型

### 4.1 状态方程

SINS 的误差状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_I(t) = \mathbf{F}_I(t)\mathbf{X}_I(t) + \mathbf{G}_I(t)\mathbf{W}_I(t)$$

式中

$$\mathbf{X}_I(t) = [\delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \phi_E \quad \phi_N \quad \phi_U \quad \epsilon_{bx} \quad \epsilon_{by} \quad \epsilon_{bz} \quad \epsilon_{rx} \quad \epsilon_{ry} \quad \epsilon_{rz} \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z]^T,$$

变量依次表示 3 个方向上的位置误差、速度误差、平台失准角、陀螺随机漂移、陀螺一阶 Markov 过程和加速度计零偏。

$\mathbf{F}_I(t)$ ,  $\mathbf{G}_I(t)$  和  $\mathbf{W}_I(t)$  的计算公式和详细设置见文献[10]。

在深组合系统中, GPS 的误差状态通常取两个与时间有关的量: 时钟误差引起的等效距离误差  $\delta t_u$ , 时钟误差频率引起的等效距离率误差  $\delta t_{ru}$ 。

GPS 的误差状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}_G(t) = \mathbf{F}_G(t)\mathbf{X}_G(t) + \mathbf{G}_G(t)\mathbf{W}_G(t)$$

式中

$$\mathbf{X}_G(t) = [\delta t_u \quad \delta t_{ru}]^T, \mathbf{W}_G(t) = [\mathbf{w}_{tu} \quad \mathbf{w}_{tru}]^T$$

$$\mathbf{F}_G(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \mathbf{G}_G(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

合并 SINS 和 GPS 的误差状态方程, 得到系统的状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_I(t) \\ \dot{\mathbf{X}}_G(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_I(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_G(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_I(t) \\ \mathbf{X}_G(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_I(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_G(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_I(t) \\ \mathbf{W}_G(t) \end{bmatrix}$$

即:  $\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t)$

### 4.2 量测方程

选取 SINS 和 GPS 的伪距差和伪距率差作为组合导航系统的观测量。

(1) 伪距差量测方程

设 SINS 在地固系中的位置为  $(x_I \ y_I \ z_I)$ , 第  $j$  颗卫星在地固系中的位置为  $(x_{sj} \ y_{sj} \ z_{sj})$ , 那么 SINS 到卫星的伪距  $\rho_{Ij}$  为

$$\rho_{Ij} = \sqrt{(x_I - x_{sj})^2 + (y_I - y_{sj})^2 + (z_I - z_{sj})^2}$$

设 SINS 位置的坐标真值为  $(x \ y \ z)$ , 则上式在

$(x \ y \ z)$  处泰勒展开且舍去二阶以上的高阶项为

$$\rho_{Ij} = \sqrt{(x - x_{sj})^2 + (y - y_{sj})^2 + (z - z_{sj})^2} + \frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial x_I} \delta x + \frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial y_I} \delta y + \frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial z_I} \delta z$$

令

$$\sqrt{(x_I - x_{sj})^2 + (y_I - y_{sj})^2 + (z_I - z_{sj})^2} = R_j$$

显然有

$$\frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial x_I} = \frac{x_I - x_{sj}}{R_j} = e_{jx}$$

$$\frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial y_I} = \frac{y_I - y_{sj}}{R_j} = e_{jy}$$

$$\frac{\partial \rho_{Ij}}{\partial z_I} = \frac{z_I - z_{sj}}{R_j} = e_{jz}$$

则

$$\rho_{Ij} = R_j + e_{jx} \delta x + e_{jy} \delta y + e_{jz} \delta z$$

GPS 接收机相对于第  $j$  颗卫星测得的伪距为

$$\rho_{Gj} = R_j + \delta t_u + v_{\rho j}$$

所以, 伪距差量测方程为

$$\delta \rho_j = \rho_{Ij} - \rho_{Gj} = e_{jx} \delta x + e_{jy} \delta y + e_{jz} \delta z - \delta t_u - v_{\rho j}$$

即

$$\mathbf{Z}_\rho(t) = \mathbf{H}_\rho(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{V}_\rho(t)$$

假设有  $m$  颗有效卫星参与 GPS 的解算, 那么

式中

$$\mathbf{Z}_\rho(t) = [\delta \rho_1 \quad \delta \rho_2 \quad \cdots \quad \delta \rho_m]^T$$

$$\mathbf{H}_\rho(t) = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{1y} & e_{1z} & \mathbf{0}_{1 \times 15} & -1 & 0 \\ e_{2x} & e_{2y} & e_{2z} & \mathbf{0}_{1 \times 15} & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{mx} & e_{my} & e_{mz} & \mathbf{0}_{1 \times 15} & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_\rho(t) = [-v_{\rho 1} \quad -v_{\rho 2} \quad \cdots \quad -v_{\rho m}]^T$$

(2) 伪距率差的量测方程

SINS 与第  $j$  颗卫星间的伪距变化率为<sup>[10]</sup>

$$\dot{\rho}_{Ij} = e_{jx}(\dot{x}_I - \dot{x}_{sj}) + e_{jy}(\dot{y}_I - \dot{y}_{sj}) + e_{jz}(\dot{z}_I - \dot{z}_{sj})$$

因为

$$\dot{x}_I = \dot{x} + \delta \dot{x} \quad \dot{y}_I = \dot{y} + \delta \dot{y} \quad \dot{z}_I = \dot{z} + \delta \dot{z}$$

所以

$$\dot{\rho}_{Ij} = \dot{R}_j + e_{jx} \delta \dot{x} + e_{jy} \delta \dot{y} + e_{jz} \delta \dot{z}$$

式中

$$\dot{R}_j = e_{jx}(\dot{x} - \dot{x}_{sj}) + e_{jy}(\dot{y} - \dot{y}_{sj}) + e_{jz}(\dot{z} - \dot{z}_{sj})$$

由 GPS 接收机测得的与第  $j$  颗卫星间的伪距变化率为

$$\dot{\rho}_{Gj} = \dot{R}_j + \delta t_{ru} + v_{\rho j}$$

所以伪距率差的量测方程为

$$\delta \dot{\rho}_j = \dot{\rho}_{Ij} - \dot{\rho}_{Gj} =$$

$$e_{jx}\delta\dot{x} + e_{jy}\delta\dot{y} + e_{jz}\delta\dot{z} - \delta t_{ru} - v_{\rho_j}$$

即

$$Z_{\rho}(t) = H_{\rho}(t)X(t) + V_{\rho}(t)$$

同样假设有  $m$  颗有效卫星参与GPS的解算,那么式中

$$Z_{\rho}(t) = [\delta\rho_1 \quad \delta\rho_2 \quad \cdots \quad \delta\rho_m]^T$$

$$H_{\rho}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & e_{1x} & e_{1y} & e_{1z} & \mathbf{0}_{1 \times 13} & -1 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & e_{2x} & e_{2y} & e_{2z} & \mathbf{0}_{1 \times 13} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & e_{mx} & e_{my} & e_{mz} & \mathbf{0}_{1 \times 13} & -1 \end{bmatrix}$$

$$V_{\rho}(t) = [-v_{\rho_1} \quad -v_{\rho_2} \quad \cdots \quad -v_{\rho_m}]^T$$

从而得到系统的量测方程为

$$Z(t) = \begin{bmatrix} H_{\rho}(t) \\ H_{\rho}(t) \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} V_{\rho}(t) \\ V_{\rho}(t) \end{bmatrix} = H(t)X(t) + V(t)$$

## 5 仿真和分析

### 5.1 航迹仿真

仿真航迹包括滑跑、起飞、爬升、加速、巡航、左拐弯、右拐弯、下降等,初始位置为东经32.020 9°、北纬118.766 7°、高度为0 m,初始速度为0,航向角为135°,仿真时间为1 800 s。

具体飞行过程为:0~10 s,静止;10~20 s,加速;20~60 s,平飞;60~90 s,上升;90~150 s,平飞;150~160 s,加速;160~360 s,平飞;360~500 s,平飞;500~520 s,左拐弯;520~1 000 s,平飞;1 000~1 020 s,右拐弯;1 020~1 200 s,平飞;1 200~1 220 s,上升;1 220~1 500 s,平飞;1 500~1 515 s,下降;1 515~1 800 s,平飞,见图1。

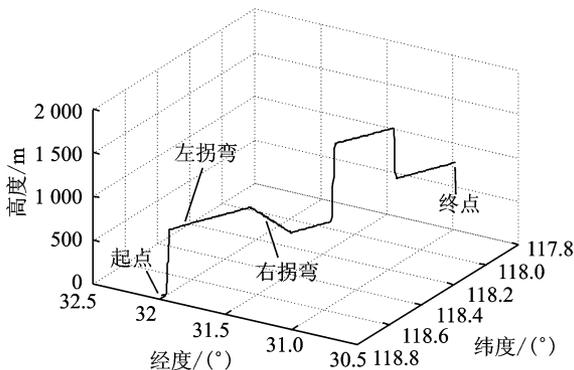


图1 航迹仿真曲线

### 5.2 SINS与GPS仿真

陀螺随机常值漂移为0.1(°)/h,一阶Markov漂移为0.1(°)/h,相关时间为3 600 s,白噪声为0.01(°)/h;加速度计零偏为0.1 mg,相关时间为

3 600 s,白噪声为0.1 mg;初始误差角为北向0.1°,东向0.1°,天向0.1°,初始位置误差为30 m,初始速度误差为0.5 m/s。

对GPS,取时钟等效的伪距误差为100 m,随机伪距率误差为0.05 m/s。

### 5.3 选取模型集

为方便仿真,选取模型集  $M = \{m_1, m_2\}$ ,实际应用可根据具体情况确定模型集中模型的个数。 $m_1$ 是噪声较小的情况, $m_2$ 是噪声较大的情况。系统噪声和观测噪声分别为 $Q_k, R_k$ ,则 $\sigma_{Q_1} = 100\sigma_{Q_2}$ , $\sigma_{R_1} = 10\sigma_{R_2}$ 。

### 5.4 深组合模型滤波结果

#### (1) 估计精确度

基于UKF的以及基于简化UKF的多模型混合估计算法下的速度、位置误差曲线分别为图2、图3。相比于图2,图3在部分机动飞行改变飞行状态的瞬间有“毛刺”现象,且初始阶段的位置误差大于图2,但纵观整个仿真飞行过程,图3的误差曲线与图2的误差曲线相当。

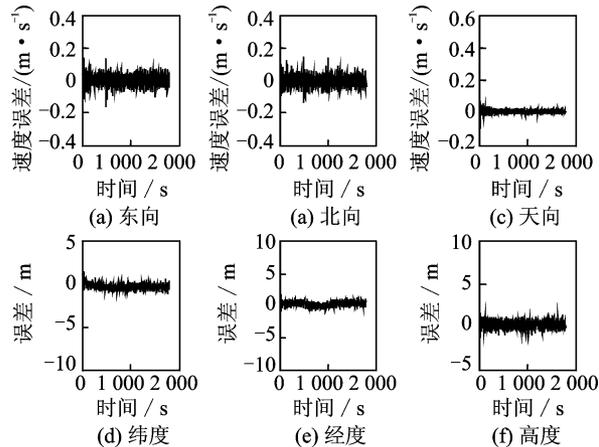


图2 基于UKF的多模型混合估计算法下的误差曲线

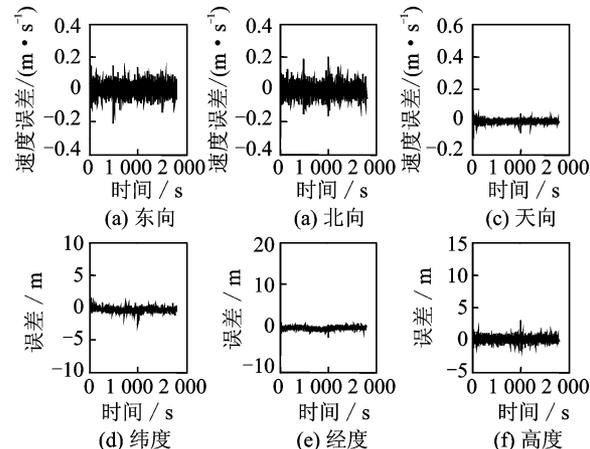


图3 基于简化UKF的多模型混合估计算法下的误差曲线

## (2)模型切换速度

图4、图5分别为基于UKF的以及基于简化UKF的多模型混合估计算法下的模型概率。可以看出,在做平飞运动时, $m_1$ 模型概率占优,而到了机动飞行(上升、加速、向左、向右、下降)时,噪声较小的 $m_2$ 模型不再是适配模型,相应的模型概率也由0.9左右降为0.1左右,两种模型能够互相切换。另外,以10~60 s的过程为例,10~20 s做加速飞行,图4中由 $m_1$ 模型占优切换到 $m_2$ 模型占优用了7步,即7 s,而图5中用了5步,即5 s;20~60 s做平飞,图4中由 $m_2$ 模型占优切换到 $m_1$ 模型占优用了8步,即8 s,而图5中用了5步,即5 s。可见图5中的模型切换步长更短、切换速度更快,能够响应更短时间内的模型突变。

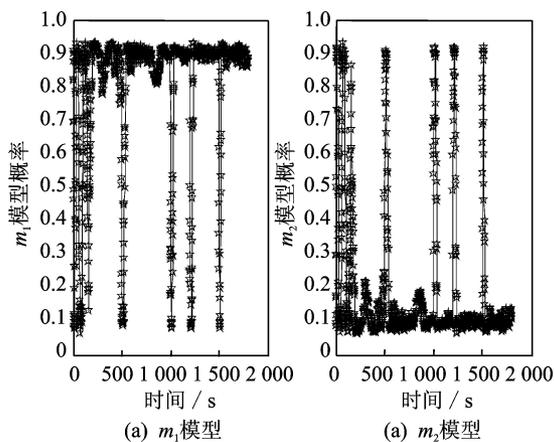


图4 基于UKF的多模型混合估计算法下的模型概率

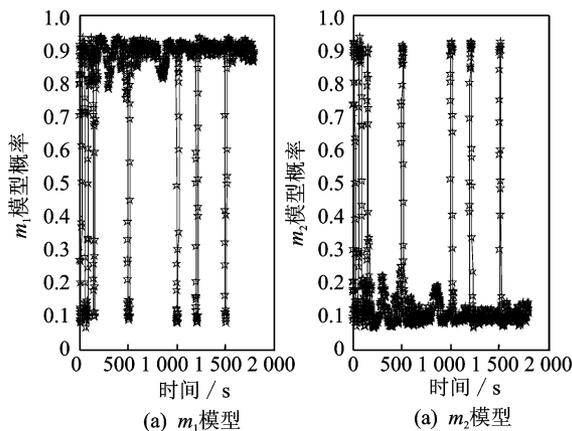


图5 基于简化UKF的多模型混合估计算法下的模型概率

## 6 结束语

在系统为非线性且噪声不确定的状态下,本文算法的估计精度度与同条件下的基于普通U滤波的多模型混合估计算法相当,而计算复杂度有所缩

减,模型的切换速度更快,从而解算时间短,能响应更短时间内的模型突变,更利于在GPS/SINS深组合系统中的工程实时应用。

## 参考文献:

- [1] Tanizaki H. Nonlinear filters: Estimation and Application [M]. 2nd ed. New York, USA: Springer Verlag, 1996.
- [2] 曹洁,文如泉. IMM-UPF 算法在机动目标跟踪中的研究[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(28): 240-243. Cao Jie, Wen Ruquan. IMM-UPF algorithm in maneuvering target tracking research [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(28): 240-243.
- [3] Oshman Y, Koifman M. Robust, IMM-based, tightly-coupled INS/GPS in the presence of spoofing [C] // Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence, USA: AIAA, 2004: 1246363.
- [4] 臧荣春,崔平远,崔祐涛,等. 基于IMM-UKF的组合导航算法[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 634-638. Zang Rongchun, Cui Pingyuan, Cui Hutao, et al. Integrated navigation algorithm based on IMM-UKF [J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(4): 634-638.
- [5] Jilkov V P, Li X R, Lei Lu. Performance enhancement of the IMM estimation by smoothing [C] // Proceedings of the 5th International Conference on Information Fusion, MD, USA: [s. n.], 2002: 713-720.
- [6] Perea L, How J, Breger L, et al. Nonlinearity in sensor fusion: divergence issues in EKF, modified truncated SOF, and UKF [C] // Guidance, Navigation, and Control Conference Proceedings. Hilton Head, USA: AIAA, 2007: 6514.
- [7] Sworner D D, Boyd J E. Estimation problems in hybrid systems [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999.
- [8] Hao Yanling, Xiong Zhilan, Sun Feng, et al. Comparison of unscented Kalman filters [C] // Proceedings of the 2007 International Conference on Mechatronics and Automation. Harbin, China: IEEE, 2007: 895-899.
- [9] Wu Yuanxin, Hu Dewen, Wu Meiping, et al. Unscented Kalman filtering for additive noise: Augmented versus nonaugmented [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(5): 357-360.
- [10] 王惠南. GPS 导航原理与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.