

# 基于速度矢量场的无人机实时动态航路规划

李春涛<sup>1</sup> 易小芹<sup>1</sup> 胡木<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京, 210016;

2. 中国航空工业集团公司成都飞机设计研究所, 成都, 610041)

**摘要:**针对局域动态环境中无人机实时航路规划展开研究,提出了一种基于速度矢量场的二维动态实时航路规划方法。通过建立不同空间特征区域速度场模型,实现了速度场驱动下的无人机航路规划。文中采用虚拟目标点法解决了速度矢量场航路规划局部陷阱问题;采用探测步长法,实现了无人机机动约束的融合,解决了航路可飞性问题;在动态实时规划应用中,确立了环境信息更新方法,实现了对动态环境的描述。通过仿真验证,表明速度矢量场法能够根据动态环境信息及时规避威胁到达目标点,算法具有良好的完备性和实时性,适用于局域动态环境中的快速航迹规划。

**关键词:**无人机;实时航路规划;速度矢量场法;虚拟目标点法;探测步长法

**中图分类号:**V249 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2012)03-0340-07

## Real-Time Path Planning of UAV Based on Velocity Vector

Li Chuntao<sup>1</sup>, Yi Xiaoqin<sup>1</sup>, Hu Mu<sup>2</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Chengdu Aircraft Design & Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Chengdu, 610041, China)

**Abstract:** An on-line real-time path planning is proposed for unmanned aerial vehicle(UAV) in two-dimensional dynamic environment. A real-time planning method based on velocity vector field is developed in which the environment model is established based on the properties of special area such as radar, mountains etc. Then the driven mechanism of velocity vector field is constructed in order to realize the route planning for UAV. To solve the inherent limitations of vector field, the virtual target point is introduced to deal with the trap caused by losing lots of environment information. The detecting-step method is used to meet the requirements of maneuver capability of UAV. The simulation results show that the method based on velocity vector field is effective and feasible in real-time path planning of UAV.

**Key words:** unmanned aerial vehicle; real-time path planning; velocity vector field; virtual target point; detecting-step method

无人机是一种由动力驱动、机上无人驾驶、可重复使用的航空器。最初的无人机作为靶机而存在,但随着对无人机理解的深入以及国家战略的需要,无人机扮演的角色越来越多,在作战武器中的地位也不断上升<sup>[1-2]</sup>。

作为无人机发展的关键技术之一,航迹规划技术受到了国内外学者的广泛关注。传统的规划方法

是基于预先确定的代价函数生成一条具有最小代价的路径。例如A\*算法<sup>[3-4]</sup>,常常基于一定规则,在隐式图上搜索路径,要获得最优航迹需要较长的收敛时间和很大的内存空间,对机载设备提出了较高要求。文献[5,6]基于遗传算法进行路径规划,能够有效提高路径规划的质量,却难以实现路径的实时局部调整。Chandler等给出了一种基于Voronoi图

的多飞行器协调航迹规划方法<sup>[7]</sup>,但该方法在进行航迹搜索之前必须先生成 Voronoi 图,一旦战场环境发生变化,Voronoi 图必须更新。这一过程将耗费大量时间,因而不能用于动态实时航迹规划。

但当前无人机飞行环境越来越复杂,地面防空火力越来越强,雷达系统捕捉目标能力也显著提高,战时反应时间越来越短。这对航迹规划方法提出了新的要求,需要在短时间内根据新的环境信息,实时规划出可飞的新航路。近年来不少学者致力于动态实时航路规划的研究,Dong 等提出一种新颖的模糊虚拟力(FVF)方法<sup>[8]</sup>,沈海冰等提出一种离线规划结合局部在线重规划策略和一种改进变步长稀疏 A\* 算法<sup>[9]</sup>,严平等提出一种基于飞行路线图的两阶段航迹规划框架<sup>[10]</sup>,在该框架下,采用混合多任务动态航迹规划方法。这些方法在实时性上较传统航迹规划方法都有了显著的提高,但在实际小型机载飞控系统中,算法的复杂度是否满足要求,是否可行,还未得到验证,有待研究。

本文针对局域环境中动态实时航迹规划,充分考虑机载实时规划系统内存较小及运算速度较慢的真实情况,致力于短时间内找到新的可飞航迹,不苛求全局最优,比如路径长度最短、时间最短、燃油消耗最少等,提出了一种基于速度矢量场的航迹规划方法。该方法的主要特点是:以势场法<sup>[11-12]</sup>的思想为出发点,克服了传统规划方法耗时、耗内存的缺点,直接以速度驱动规划点向目标点移动,具有很强的快速性。速度矢量场法具备传统势场法实现简单、计算量小、快速性强的优点。但传统势场法往往存在“避不开”,“到不了”的问题,且规划速度的调控比较繁杂,也没有建立关于威胁代价和飞机约束的统一优化模型。而速度矢量场法作用在规划点的是合速度,而非合场力,质量得到了虚化,与传统势场法相较,快速性与灵活性都更胜一筹,而且引入了传统势场法不具备的导引场,丰富了威胁信息在场强中的表达。

## 1 速度矢量场环境建模

速度矢量场的基本原理是将规划空间视为场的作用区域,将目标点、威胁区域看作速度场源,规划质点在矢量场的作用下,产生合成速度,导引规划点绕过威胁区域,抵达目标点。该合速度即为无人机航路的规划速度,而规划点在合速度驱动下的飞行路线即是待规划的飞行航路。

在基于速度矢量场的航路规划中,将目标点看作牵引场源,提供牵引速度  $V_T$ ,牵引规划点向目标

点运动。而威胁区域被看作规避场源和导引场源,它不仅提供规避速度  $V_P$  推离规划点远离威胁区域,也提供了垂直于  $V_P$ ,指向目标点的导引速度  $V_G$  为飞机“指明”如何绕过威胁区域。其示意图如图1所示。

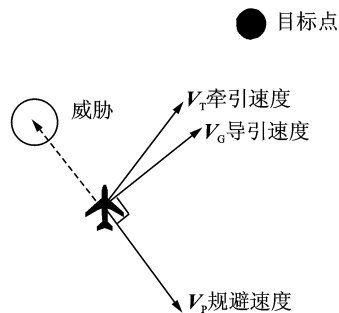


图1 基于速度矢量场航路规划示意图

### 1.1 牵引速度 $V_T$ 计算模型

进行航路规划的目的就是到达目标点完成任务,因此目标点提供的牵引速度  $V_T$  作用区域为全局,大小为定值,方向由规划点指向目标点,其数学表达式为

$$V_T = \omega \cdot r_t \quad (1)$$

式中: $\omega$  表示牵引场权重; $r_t$  表示目标场单位方向矢量。在二维空间中, $(x_t, y_t)$  表示目标点, $(x_c, y_c)$  表示当前规划点, $r_t$  表达式为

$$r_{tx} = \frac{x_t - x_c}{\sqrt{(x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2}} \quad (2)$$

$$r_{ty} = \frac{y_t - y_c}{\sqrt{(x_t - x_c)^2 + (y_t - y_c)^2}}$$

### 1.2 规避速度 $V_P$ 计算模型

威胁信息包括地形威胁、雷达威胁,在二维规划空间中,通过合理简化,其数学描述表现为威胁圆。显然在规划过程中应防止规划点进入威胁圆区域,因此威胁区域将提供规避速度  $V_P$  阻止规划点接近威胁区域。 $V_P$  的数学表达式为

$$V_P^i = \begin{cases} 0 & d_i > r_i + \Delta R \\ \frac{\omega_p}{(1 + ((d_i - r_i)/L)^2)} \cdot r_p^i & r_i \leq d_i \leq r_i + \Delta R \\ \frac{\omega_p}{(d_i/r_i)^2} \cdot r_p^i & d_i < r_i \end{cases} \quad (3)$$

式中: $V_P^i$  表示第  $i$  个威胁对规划点产生的规避速度; $\omega_p$  表示威胁场的权重系数; $L$  表示威胁场作用系数; $d_i$  表示第  $i$  个威胁中心距离规划点的距离; $r_i$

表示第  $i$  个威胁区域的半径;  $\Delta R$  表示威胁区域规避场作用范围, 设置作用范围减少了计算负担, 方便环境模型局部更新;  $r_p^i$  表示规避场单位方向矢量, 计算公式类似于式(2)。

规避场模型示意图如图2所示, 在威胁区域边缘令其场强大小为牵引场场强的  $\beta$  倍,  $\beta$  取值主要取决于威胁的权重。在威胁区域作用边缘令其场强大小为牵引场的  $\alpha$  倍, 为了防止规划点在威胁场作用边缘震荡, 需要满足  $\alpha < 1$ ,  $\alpha$  取值一般较小, 使规划点在进入威胁场作用前后, 场强变化平缓, 从而使得规划的航线比较平滑。  $\alpha, \beta, \Delta R$  取值确定后, 可以得出

$$\omega_p = \beta \cdot \omega \quad (4)$$

$$L = \frac{\Delta R}{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha} - 1}} \quad (5)$$

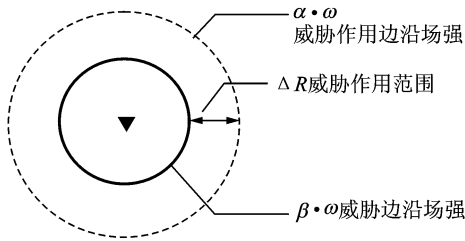


图2 规避场模型示意图

### 1.3 导引速度 $V_G$ 计算模型

威胁不仅是规避场场源, 也是导引场场源。其提供的导引速度  $V_G$  的数学表达式为

$$V_G = \varepsilon |V_P| \cdot r_g \quad (6)$$

式中:  $\varepsilon$  表示导引场与规避场的大小比值;  $r_g$  表示导引场单位方向矢量, 其计算公式为

$$r_g = \begin{cases} r_g^1 = R \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot r_p & \theta(r_g^1, r_t) \leq \frac{\pi}{2} \\ r_g^2 = R \left( -\frac{\pi}{2} \right) \cdot r_p & \theta(r_g^2, r_t) \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ , 它代表旋转矩阵, 将单位矢量左乘该旋转矩阵, 即可得到所需顺时针旋转  $\varphi$  后的单位矢量。  $\theta(V_1, V_2)$  表示向量  $V_1, V_2$  之间的夹角。

## 2 速度场陷阱解决方案

由于环境信息在速度矢量场中没有得到充分的描述, 特别是威胁区域之间的相对位置信息不能完全通过场强叠加表现出来。规划点会陷入局部最

小点或局部最小区域。局部最小点即规划点处合场强为零, 驱动力消失, 规划点固定在原位置, 这种陷阱称为“静态速度场陷阱”。局部最小区域即规划点在某区域进行周期性徘徊, 这种陷阱称为“动态速度场陷阱”。

### 2.1 静态速度场陷阱解决方案

当  $V_T = V_P$  时, 将出现静态速度场陷阱, 但由于导引速度的存在, 依然能够引导规划点绕开威胁, 如图3所示, 静态速度场陷阱得以解决。

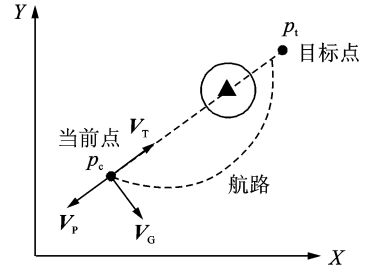


图3 导引场消除静态陷阱示意图

### 2.2 动态速度场陷阱解决方案

规划点进入相交威胁作用区域时, 由于不同威胁区域作用在规划点上的规避速度和导引速度相互抵消, 将出现动态速度场陷阱。本文采用添加虚拟目标点法引导规划质点离开动态速度场陷阱。

(1) 最小区域判定方式 规划点进入局部最小区域需要满足位置约束和方向约束。位置约束是指规划点进入两个或两个以上相交威胁作用范围。方向约束是指规划点处在目标点与两相交威胁圆圆心连线之间区域。如图4所示, 当规划点进入图示阴影区域, 即判定规划点进入速度场陷阱区域。

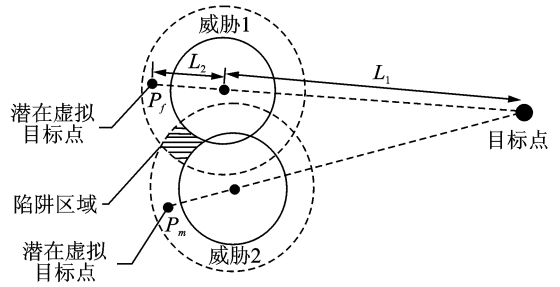


图4 虚拟目标点位置计算示意图

(2) 潜在虚拟目标点位置 由最小区域判定方式可知, 当规划点处在目标点与两相交威胁圆心连线之外就摆脱了威胁陷阱, 因此潜在虚拟目标点设置在目标点与威胁圆心连线的延长线上。如图4所示, 以威胁1为例, 目标点与威胁圆中心距离  $L_1$  已知,  $L_2$  为定值, 对应的潜在虚拟目标点  $P_f$  的位置计算公式为

$$\begin{cases} x_f = \left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right) \cdot (x_r - x_t) + x_t \\ y_f = \left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right) \cdot (y_r - y_t) + y_t \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $(x_t, y_t)$  表示目标点坐标;  $(x_r, y_r)$  表示威胁1中心坐标。  $L_2$  的取值要恰当, 太大, 潜在虚拟点容易与其他威胁发生耦合; 太小, 虚拟目标点过于靠近威胁区域无法达到。因此选取  $L_2$  时, 使得在虚拟目标点处所受威胁场场强大小与牵引场大小相等, 将此条件代入式(3), 得出  $L_2$  取值为

$$L_2 = r + L \sqrt{\beta - 1} \quad (9)$$

一对相交威胁区域有两个潜在虚拟目标点, 在启用时, 需要二选一。为了使得航线平滑, 选择使当前规划速度方向改变较小的点作为虚拟目点。

### 3 无人机约束融合

考虑到航路的可飞性, 规划的航线必须满足无人机的机动约束, 本文考虑最小转弯半径约束, 采用探测步长法实现了无人机约束融合。

在定高平飞条件下, 当无人机最小平飞速度为  $V_{\min}$ , 无人机最大滚转角为  $\gamma_{\max}$ , 则无人机最小转弯半径为

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g \tan \gamma_{\max}} \quad (10)$$

如图5所示,  $A, B$  两点为规划产生的相邻两个航点,  $A, B$  两点距离为  $L$ 。由式(11, 12)可知, 要使得  $R \geq R_{\min}$ , 需满足式(13)。

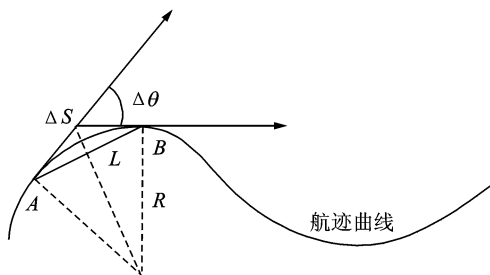


图5 探测步长法示意图

$$R = \frac{\Delta s}{\Delta \theta} \quad (11)$$

$$L = 2R \sin\left(\frac{\Delta \theta}{2}\right) \quad (12)$$

$$\Delta \theta \leq 2 \arcsin\left(\frac{L}{2R_{\min}}\right) \quad (13)$$

当  $L$  已知, 根据上一时刻的规划速度, 限定当前规划速度的方向则可以使得规划的航路满足最小转弯半径的约束。

### 4 航路优化

经过速度矢量场法规划出来的航路比较符合无人机实际飞行的曲线, 但由于规划航路航点过多, 需要用航迹优化算法精简航点, 将优化后的航路信息进行传输。由于本文是针对局域动态环境, 主要考虑算法的快速性, 不苛求全局最优, 因此在航迹优化上简单快速即可, 其原则如下:

- (1) 优化航路中的航点在原规划航点中选取, 且优化后航路航点尽可能少。
- (2) 优化后的航段不能进入威胁或穿越威胁。
- (3) 优化后相邻航段的偏转角  $\theta$  尽量小(图6), 不能超过  $90^\circ$ , 以减小航路跟踪误差。

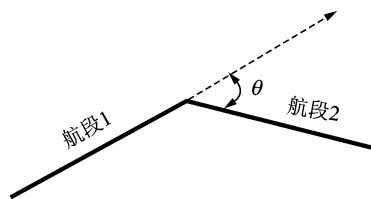


图6 航段偏转角

优化算法的主体思想是设置两个指向原航路点的指针  $p_{\text{begin}}, p_{\text{end}}$ 。初始状态下  $p_{\text{begin}}$  指向原航路首航点,  $p_{\text{end}}$  指向末航点。判断由  $p_{\text{begin}}$  和  $p_{\text{end}}$  组成的临时航段是否满足能够满足原则(2, 3)的要求, 若不能满足, 则  $p_{\text{end}}$  指向航路末航点前一航点, 重新判断, 直至找到满足要求的航段, 将  $p_{\text{begin}}$  指向原  $p_{\text{end}}$  指向的航点,  $p_{\text{end}}$  指向原航路末航点, 重新判断直至  $p_{\text{begin}}$  指向原航路末航点, 优化结束。

优化算法只能针对离线规划, 在线规划的航点是飞行过程中实时生成的, 不能实现航路优化。

### 5 仿真实验

应用速度矢量场法在 Core(TM)2 T660(2.2 GHz) 的 PC 机上进行仿真实验, 操作系统为 Windows XP, 内存 2 Gmb。航路规划软件测试平台开发环境为 Visual C++6.0。本文仿真数据和相关基本参数设置如下:

- (1) 规划起点  $S(0, 0)$ , 目标点  $T(50\ 000, 50\ 000)$
- (2) 目标场场强系数  $\omega = 1$ , 规避场系数  $\alpha = 0.05$ ,  $\beta = 10$ , 规避场环形作用区域  $\Delta R = 2\ 000\ \text{m}$ , 导引场系数  $\epsilon = 1$ 。
- (3) 规划速度  $v = 30\ \text{m/s}$ , 多媒体定时器迭代周期  $T = 40\ \text{ms}$ , 实时模块迭代周期  $\Delta T = 1\ \text{s}$ , 无人机最小转弯半径  $R_{\min} = 500\ \text{m}$ 。

### 5.1 离线规划模式仿真

离线规划是指当前威胁全部已知,在规划过程中,不更新环境信息,主要用于验证算法的完备性,即是否能够有效规避威胁到达目标点。在离线规划实例中,威胁信息如表1所示。规划效果如图7所示,航线中的小点表示虚拟目标点,可以直观看出虚拟目标点法能够使规划点规避威胁,到达目标点。

表1 威胁信息列表

威胁ID号	X向距离	Y向距离	威胁半径/m
1	25 592	35 739	1 013
2	7 665	17 002	4 399
3	7 694	52 501	4 599
4	11 904	42 995	8 801
5	29 989	2 801	2 150
6	29 182	2 3941	2 398
7	19 889	13 092	8 925
8	17 900	25 944	6 700
9	30 996	9 401	5 197
10	7 093	32 608	1 376
11	3 8581	7 291	4 932
12	12 690	3 1697	4 901

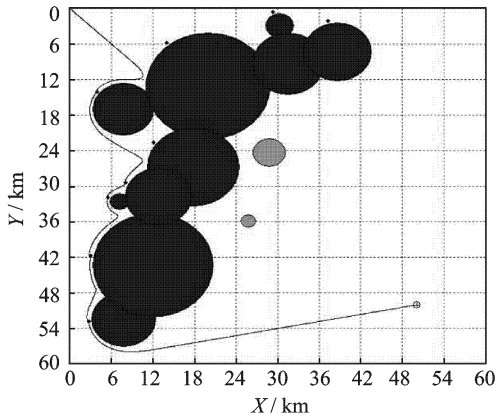


图7 速度矢量场法离线规划效果图

本仿真实例的虚拟目标点统计信息如下。潜在虚拟目标点是规划区域所有动态陷阱对应的虚拟目标点。本实例一共有10个潜在虚拟目标点,整个规划过程中5次进入局部陷阱,启用了5个虚拟目标点,可以看出,虚拟目标点法能够发挥作用,当规划点陷入局部陷阱时,能够及时牵引规划点摆脱局部陷阱向目标点移动。规划航路相关信息如表2所示,单位航段长度为30 m,可知速度矢量场法是严格按照规划速度为30 m/s进行迭代,满足之前的规划速度的设置。最小转弯半径为500 m,满足之前约束条件的设置。

表2 航路信息表

航点数目	航路总长度/km	航段长度/m	最小转弯半径/m
4 041	121.2	30	500

为了系统验证速度矢量场法的完备性,本文进行了离线模式下的综合仿真,将目标点改为 $T(90\ 000,90\ 000)$ ,威胁个数改为80个,仿真效果如图8所示,优化后航路如图9所示。可以看出在众多威胁和陷阱中,速度矢量场法依然能够使规划点找到一条合适路径,规避威胁到达目标点。

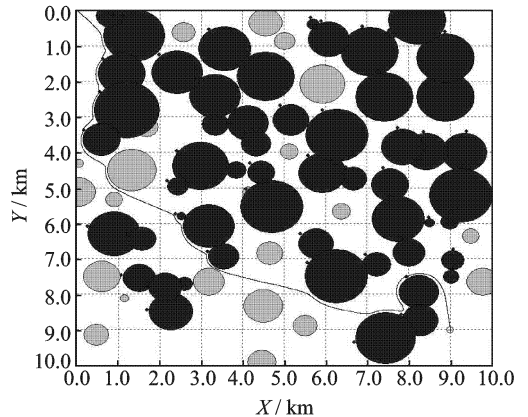


图8 离线综合规划效果图

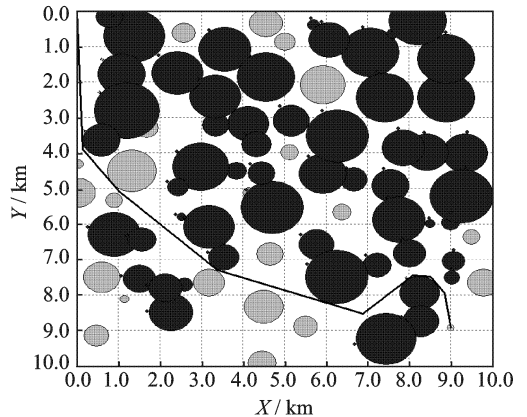


图9 优化离线综合规划效果图

### 5.2 实时规划模式仿真

动态实时规划模式是指在规划过程中,环境信息动态变化,包括威胁添加、删除、移动,目标点改变,无人机需要根据新的环境信息规划出新的可飞航路。

实时规划模式主要用于验证环境更新方法的合理性以及速度矢量场法的快速性。仿真实例中的环境更新信息如表3所示。

表3 环境信息更新表

名称	原始信息	状态	目前信息
威胁1	(22 279,34 649, 8 000)	移动	(22 218,29 398, 8 000)
威胁2	无	添加	(20 089,40 198, 4 000)
目标点	(50 000,50 000)	移动	(50 797,64 301)

规划过程中,在 $t$ 时刻挪动威胁1,规划点向下运动,然后添加威胁2,规划点陷入速度场陷阱,可以看到虚拟目标点发挥作用,使规划点继续往下运动。仿真效果对比如图10,11所示。

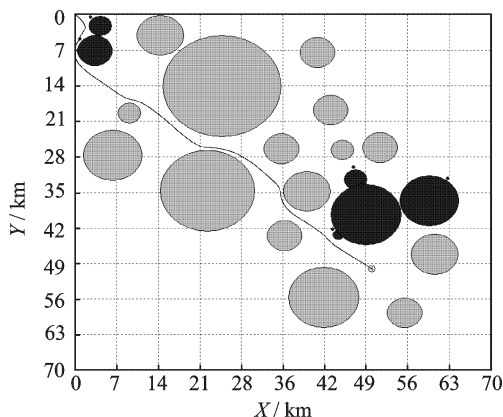


图10 静态规划图

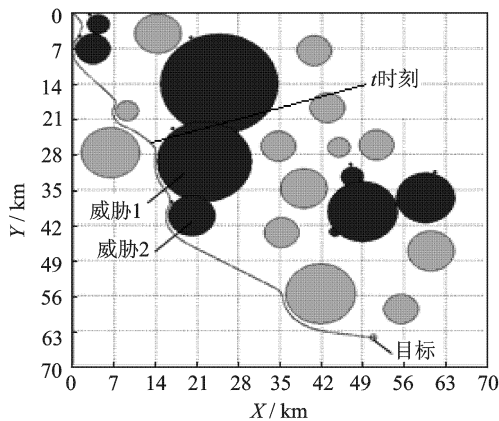


图11 动态规划图

为了量化算法的快速性指标,本文统计了仿真实例的迭代耗时信息,如表4所示。可以看出,速度矢量场法应用于动态环境中仍然具有很好的快速性能。

表4 迭代耗时统计表

最大耗时	最小耗时	平均耗时
0.04	0.013	0.025

### 5.3 半物理仿真

为了验证速度矢量场法在实际飞控系统中的应用可行性与实时性,本文将航路规划模块嵌入到飞控软件中进行了半物理仿真。其仿真系统结构如图12所示,实物连接如图13所示。

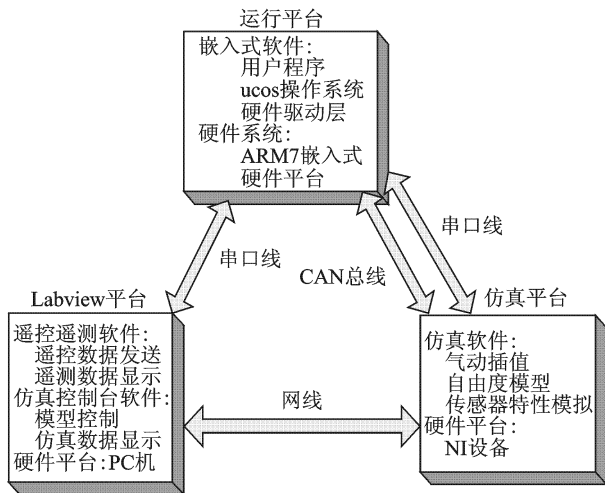
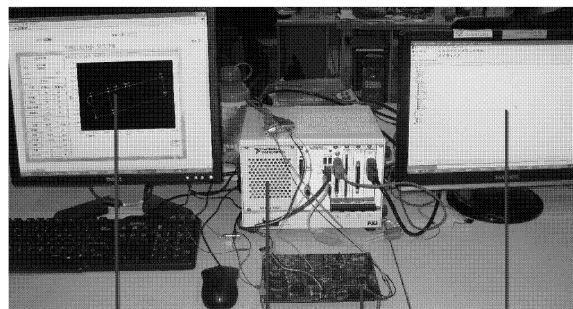


图12 仿真系统结构



地面监控软件及仿真控制台软件    NI仿真设备    小型飞行控制系统    ADS开发环境

图13 仿真系统实物连接图

在进行半物理仿真过程中,通过地面监控软件上传目标点,飞控系统接收到目标点后,将自主导航模式切换到任务导航模式,启用速度矢量场法,根据无人机当前位置以及航向信息计算出下一航点位置,从而使得无人机按照规划航路飞行。无人机到达目标点后,任务规划结束,自动切换飞行模式,通过自主导航模式切回到原始航段中。

半物理仿真效果如图14所示,无人机飞行至图中切出点位置,上传目标点,图中从切出点到目标点为任务导航段,是通过速度矢量场法获得的实时无人机飞行轨迹线,而从目标点到原始航路是自主导航段。

仿真结果表明速度矢量场法能够实时给出航路信息,使无人机有迹可飞,且航迹较自主导航段

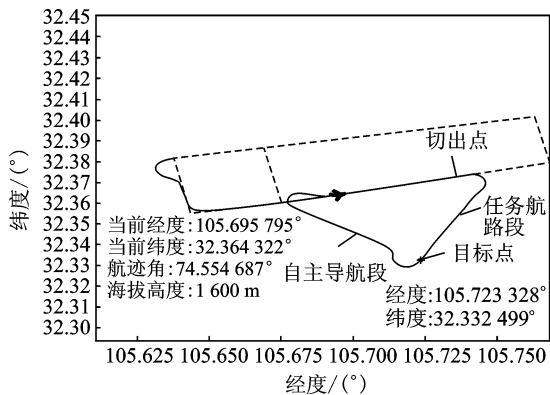


图14 仿真效果图

平滑。通过在任务导航模式与自主导航模式下系统CPU使用率的统计,均为29%,可见速度矢量场的添加并没有明显增加CPU的负担,这表明速度矢量场法能够很好地用于机载飞控软件中。

## 6 结束语

本文提出的以速度矢量场为核心的二维动态实时航路规划方法,能够使规划点在动态环境中及时规避威胁,脱离陷阱,到达目标点,算法具有良好的完备性和实时性,适合运用于局域环境中的动态实时航路规划。通过仿真,也验证了该方法在实际飞控系统之中的可行性。

但速度矢量场法还存在一些不足,比如怎样完善速度矢量场的建模以减少陷阱,怎样将其拓展到三维规划空间中,这些问题还有待后续研究。

### 参考文献:

- [1] 胡木,李春涛. 基于速度矢量场的航路规划研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2010.  
Hu Mu, Li Chuntao. The research of path planning based on velocity vector field[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [2] 严建林,李春涛. 无人机航路规划技术研究与发展[J]. 航空计算技术, 2007, 37(5): 123-126.  
Yan Jianlin, Li Chuntao. Developments of autonomous aircraft route-planning research[J]. Aeronautical Computing Technique, 2007, 37(5): 123-126.
- [3] Nilsson N J. Artificial intelligence: a new synthesis [M]. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1998.
- [4] Al-Hasan S, Vachtsevanos G. Intelligent route plan-

ning for fast autonomous vehicles operating in a large natural terrain[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2002, 40(1): 1-24.

- [5] Zheng C W, Ding M Y, Zhou C P. Real-time route planning for unmanned air vehicle with an evolutionary algorithm[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial intelligence, 2003, 17(1): 63-81
- [6] 李强,王民钢,李磊. 基于遗传算法的飞行器参考航迹规划[J]. 计算机仿真, 2010, 27(2): 34-37.  
Li Qiang, Wang Mingang, Li Lei. Reference route planning for aircraft based on genetic algorithm[J]. Computer Simulation, 2010, 27(2): 34-37.
- [7] Chandler P, Rasmussen S A, Pachter M. UAV cooperative path panning[C]//Proc Guidance, Navigation and Control Conf. [S. l.]: AIAA, 2000: AIAA-2000-4370.
- [8] Dong Zhuoning, Zhang Rulin, Chen Zongji, et al. Study on UAV path planning approach based on fuzzy virtual force[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23: 341-350.
- [9] 沈海冰,黄攀峰,孟中杰,等. 高超声速飞行器实时航迹规划研究[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(5): 1302-1308.  
Shen Haibing, Huang Panfeng, Meng Zhongjie, et al. Real-time route planning research for hypersonic vehicle [J]. Journal of System Simulation, 2010, 22(5): 1302-1308.
- [10] 严平,丁明跃,周成平,等. 飞行器多任务在线实时航迹规划[J]. 航空学报, 2004, 25(5): 485-489.  
Yan Ping, Ding Mingyue, Zhou Chengping, et al. On-line real-time multiple-mission route planning for air vehicle [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(5): 485-489.
- [11] Parkm G, Leem C. Artificial potential field based path planning for mobile robots using a virtual obstacle concept [J]. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2003, 26(2): 735-740.
- [12] 毕盛,闵华清. 基于动态人工势场法的路径规划[J]. 机电产品开发与创新, 2006, 19(4): 25-26.  
Bi Sheng, Min Huaqing. The robotic motion planning based on dynamic artificial potential field [J]. Development & Innovation of Machinery & Electrical Products, 2006, 19(4): 25-26.