

# 基于信息公理的大型水轮机方案设计多属性优选模型

王体春<sup>1</sup> 陈炳发<sup>1</sup> 卜良峰<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学机电学院, 南京, 210016; 2. 哈尔滨电机厂有限责任公司产品设计部, 哈尔滨, 150040)

**摘要:**针对大型水轮机方案设计中属性信息的不确定性,研究了复杂产品方案设计的决策问题。利用公理化设计理论中的信息公理将模糊数学理论与香农信息论相结合,给出了基于信息公理的区间信息量计算过程,建立了基于区间信息量的多属性优选模型。该模型综合考虑了设计方案优选过程中各评价指标的区间权重以及相应的区间设计信息,通过比较区间信息量的大小获得最优方案。最后,以大型水轮机选型方案设计为例验证了该模型的有效性和可操作性。

**关键词:**公理化设计;多属性决策;区间信息量;模型

**中图分类号:**C934;TV741

**文献标识码:**A

**文章编号:**1005-2615(2011)06-0822-05

## Multi-attribute Optimal Selection Model of Large-Scale Hydraulic Turbine Scheme Design Based on Information Axiom

Wang Tichun<sup>1</sup>, Chen Bingfa<sup>1</sup>, Bu Liangfeng<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Department of Product Design, Harbin Electric Machinery Company Ltd, Harbin, 150040, China)

**Abstract:** Due to the incomplete and the uncertain interval attribute information in the procedure of large-scale hydraulic turbine scheme design, the decision-making problem of the complex mechanism scheme design is studied. By using the information axiom of axiomatic design, the theory of mathematics and the information theory of Shannon are combined. Based on these, the computing method of interval information content is proposed and the proposed model for the multi-attribute optimal selection of interval number is developed. By comparing the interval information content, the optimum design scheme is achieved in the whole system with integrated interval weight information content and interval design information content of various indexes. Finally, an example of large-scale hydraulic turbine scheme design is provided to validate and prove its efficiency and feasibility.

**Key words:** axiomatic design; multi-attribute decision-making; interval information content; models

大型水轮机方案设计是一个复杂的、多属性和创造性的产品配置过程,不仅要达到产品设计的使用性能要求,还要满足水电站总体规划,因而,这项工作是一个复杂的技术经济系统工程。因此,大型水轮机设计方案的优劣需要对设计方案的技術性

因素、经济性因素和社会性指标等进行评价才能得悉,大型水轮机设计方案的优选是一个多属性并且含有非确定性因素的复杂系统决策问题<sup>[1-2]</sup>。目前,针对该类复杂系统决策问题比较常用的方案评价方法有模糊评价法、灰色关联法、灰色模糊综合评

**基金项目:**国家自然科学基金青年基金(51005114)资助项目;中国博士后科学基金(20100471334)资助项目;南京航空航天大学引进人才基金(S0981-051)资助项目。

**收稿日期:**2011-03-15; **修订日期:**2011-05-23

**通讯作者:**王体春,男,博士后,讲师,1981年生,E-mail:wangtichun2010@nuaa.edu.cn。

价法、层次分析法与效用模型等<sup>[3-7]</sup>。这些方法的研究成果在许多学科与领域中得到广泛应用。由于各种评价方法的出发点不同,解决问题的思路不同,适用对象也不同。这些方法各有优缺点,其科学性、可靠性和实用性有待进一步提高。而公理化设计理论中的信息公理为复杂系统多属性决策问题提供了一种新的解决路径,通过比较各方案间信息量的大小获得最优方案,为此,文献[8-10]分别从不同的角度对此进行了研究,并取得了较好的工程应用效果,同时表明了基于公理化设计原理解决复杂工程决策问题具有一定的优越性。然而,由于大型复杂产品方案设计过程的复杂性与不确定性,各种设计指标的设计信息可能是不精确的,并且在不考虑指标权重的情况下,对区间信息量的计算就不可避免地存在偏差,对于这些情况,已有的基于信息公理的方法就具有一定的局限性。本文在上述文献的基础上,综合考虑区间权重与模糊区间设计信息,给出了一种改进的基于信息公理的多属性优选模型。

## 1 公理化设计原理

公理化设计是香农(Shannon)信息论在设计领域的具体应用,是一种行之有效的设计决策方法,为复杂产品方案设计提供了一种很好的设计框架与工具,信息公理是其最重要的理念之一<sup>[11-12]</sup>。

**信息公理** 方案设计过程中,在保证方案设计各功能特性独立性的前提下,包含信息量最少的设计方案最优。信息量  $I_i$  由满足给定功能特性要求的概率的对数函数来确定,表示为

$$I_i = -\log_2 P_i = \log_2(1/P_i) \quad (1)$$

式中  $P_i$  为满足系统方案功能特性要求的概率。

特别地,若系统方案功能特性要求为连续随机变量时,系统的概率密度函数  $\rho_{SD}(FR)$  一般呈随机分布,则满足系统方案功能特性要求的概率  $P_i$  可表示为

$$P_i = \int_{l_s}^{h_s} \rho_{SD}(FR) dFR = R_{ri} \quad (2)$$

式中  $h_s, l_s$  分别为设计方案满足给定功能特性要求的概率的上限与下限。

在复杂产品方案设计过程中,满足系统方案功能特性要求的概率  $P_i$  可由设计范围  $D_{ri}$  与系统范围  $S_{ri}$  的重叠区域  $R_{ri}$  即满足功能特性要求的惟一区域获得,则式(1)表示为

$$\Omega_i = -\log_2 P_i = \log_2(1/P_i) = \log_2(S_{ri}/R_{ri}) \quad (3)$$

基于公理化设计理论可知,在机械产品方案设计中,首先基于独立性公理确保方案设计各功能特性的独立性,然后基于信息公理从众多的可行性方案中选择最合理的设计方案。

## 2 基于信息公理的设计方案多属性优选模型

### 2.1 设计信息区间与区间距离的相关定义

为便于说明问题,首先对相关概念进行定义。

**定义 1** 设  $M = [m_{\min}, m_{\max}]$ ,  $N = [n_{\min}, n_{\max}]$  为区间数集中的两个区间数,且满足  $m_{\min} \leq m_{\max}$ ,  $n_{\min} \leq n_{\max}$ ,称  $D_p(M, N) = [ |m_{\min} - n_{\min}|^p + |m_{\max} - n_{\max}|^p ]^{1/p} / \sqrt[2]{2}$  为区间数  $M$  与  $N$  的距离<sup>[13]</sup>。

当  $p=1$  时,记  $D_1(M, N) = [ |m_{\min} - n_{\min}| + |m_{\max} - n_{\max}| ] / 2$ ,称  $D_1(M, N)$  为区间数海明距离;

当  $p=2$  时,记  $D_2(M, N) = [ |m_{\min} - n_{\min}|^2 + |m_{\max} - n_{\max}|^2 ]^{1/2} / \sqrt{2}$ ,称  $D_2(M, N)$  为区间数欧氏距离。

**定义 2** 若区间数  $M$  的模糊权重为  $\omega_M = [\omega_{\min}(M), \omega_{\max}(M)]$ , 区间数  $N$  的模糊权重为  $\omega_N = [\omega_{\min}(N), \omega_{\max}(N)]$ , 且满足  $\omega_{\min}(M) \leq \omega_{\max}(M)$ ,  $\omega_{\min}(N) \leq \omega_{\max}(N)$ , 则区间数  $M$  与  $N$  的加权区间数欧氏距离为

$$\tilde{D}(M, N) = [ |\min(\omega_M \otimes M) - \min(\omega_N \otimes N)|^2 + |\max(\omega_M \otimes M) - \max(\omega_N \otimes N)|^2 ]^{1/2} / \sqrt{2} \quad (4)$$

式中: 区间数乘积  $\omega_M \otimes M = [\omega_{\min}(M) \cdot m_{\min}, \omega_{\min}(M) \cdot m_{\max}, \omega_{\max}(M) \cdot m_{\min}, \omega_{\max}(M) \cdot m_{\max}]$ , 区间数乘积  $\omega_N \otimes N = [\omega_{\min}(N) \cdot n_{\min}, \omega_{\min}(N) \cdot n_{\max}, \omega_{\max}(N) \cdot n_{\min}, \omega_{\max}(N) \cdot n_{\max}]$ 。

**定义 3** 若  $s_i(j) = [s_i^L(j), s_i^R(j)]$  为设计方案  $i$  关于评价指标  $j$  的系统设计信息区间, 则  $k$  个设计方案关于评价指标  $j$  的区间数序列表示为

$$\tilde{S}(j) = ([s_1^L(j), s_1^R(j)], [s_2^L(j), s_2^R(j)], \dots, [s_k^L(j), s_k^R(j)])$$

设计方案  $i$  关于  $q$  个评价指标的区间数序列表示为

$$\tilde{S}_i = ([s_i^L(1), s_i^R(1)], [s_i^L(2), s_i^R(2)], \dots, [s_i^L(q), s_i^R(q)])$$

**定义 4** 若已知  $k$  个设计方案关于  $q$  个评价指标的设计信息区间数序列  $S(j)$  或者  $S_i$ , 则关于评价指标  $j$  的理想设计信息区间  $s_0(j)$  定义如下:

(1) 若指标为越大越好型的效益型评价指标  $j$ , 则

$$s_0(j) = [s_0^L(j), s_0^R(j)] = [\max_{1 \leq i \leq k} s_i^L(j), \max_{1 \leq i \leq k} s_i^R(j)]$$

(2)若指标为越小越好型的成本型评价指标  $j$ , 则

$$s_0(j) = [s_0^L(j), s_0^R(j)] = [\min_{1 \leq i \leq k} s_i^L(j), \min_{1 \leq i \leq k} s_i^R(j)]$$

## 2.2 评价指标的模糊区间信息量计算

假设在复杂机械产品方案设计过程中,满足公理化设计独立性公理的可行设计方案集为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ , 考虑方案设计过程中存在不确定信息的方案评价指标集为  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_q\}$ , 与设计方案各评价指标相对应的模糊区间权重或者精确权重集为  $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_q\} = \{[\omega_{\min}(1), \omega_{\max}(1)], [\omega_{\min}(2), \omega_{\max}(2)], \dots, [\omega_{\min}(q), \omega_{\max}(q)]\}$ 。

基于2.1节中的论述获得复杂机械产品设计方案关于评价指标的系统设计信息区间  $s_i(j) = [s_i^L(j), s_i^R(j)]$ ,  $i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, q$ 。首先, 对与评价指标对应的系统设计信息区间进行规范化处理, 处理过程如下:

若指标为越大越好型的效益型评价指标  $j$ , 则

$$c_i(j) = [c_i^L(j), c_i^R(j)] = [s_i^L(j), s_i^R(j)] /$$

$$\|\tilde{s}(j)\|_{\max} \quad (5)$$

式中  $\|\tilde{s}(j)\|_{\max} = \max(\max_{1 \leq i \leq k} (s_i^L(j), s_i^R(j)))$  为设计信息区间数序列  $\tilde{s}(j)$  的极大范数。

若指标为越小越好型的成本型评价指标  $j$ , 则

$$c_i(j) = [c_i^L(j), c_i^R(j)] = \|\tilde{s}(j)\|_{\min} / [s_i^L(j), s_i^R(j)] \quad (6)$$

式中  $\|\tilde{s}(j)\|_{\min} = \min(\min_{1 \leq i \leq k} (s_i^L(j), s_i^R(j)))$  为设计信息区间数序列  $\tilde{s}(j)$  的极小范数。

对各指标进行规范化处理后, 可以获得与设计方案  $i$  关于评价指标  $j$  对应的规范后的系统设计信息区间  $c_i(j)$ , 以及对应的规范后的理想设计信息区间  $c_0(j)$ , 则  $s_i(j)$  与  $s_0(j)$  加权区间数欧氏距离可表示为

$$\tilde{D}(i, j) = [|\min(\omega_j \otimes c_i(j)) - \min(\omega_j \otimes c_0(j))|^2 + |\max(\omega_j \otimes c_i(j)) - \max(\omega_j \otimes c_0(j))|^2]^{1/2} / \sqrt{2} \quad (7)$$

则系统设计信息区间  $s_i(j)$  与理想设计信息区间  $s_0(j)$  的接近程度  $\xi(i, j)$  表示为

$$\xi(i, j) = 1 - \tilde{D}(i, j) \quad (8)$$

式中  $\xi(i, j)$  的取值区间为  $[0, 1]$ , 说明系统设计信息区间与设计需求区间即理想设计信息区间具有

不重叠、部分重叠与完全重叠三种位置关系。基于统计分布, 满足功能要求的概率可采用指数分布的密度函数<sup>[8, 11-12]</sup>, 即取

$$P_i(j) = \exp(-|1 - \xi(i, j)|) \quad (9)$$

则  $s_i(j)$  与  $s_0(j)$  间的区间信息量  $I_i(j)$  为

$$I_i(j) = -\log_2 P_i = \log_2(\exp(1 - \xi(i, j))) \quad (10)$$

若机械产品设计方案关于指标  $j$  的  $I_i(j)$  越小, 则机械产品设计方案关于指标  $j$  越满足设计需求, 反之亦然。

## 2.3 优选模型建立与算法实现

根据2.1节中的相关定义, 采用相同的计算处理方法, 可以获得方案集关于各个评价指标的设计信息区间数序列, 以及各系统设计信息区间数序列与理想设计信息区间数序列的信息量, 则设计方案  $i$  关于  $q$  个评价指标的模糊区间信息总量为  $I_i$

$$I_i = \sum_{j=1}^q I_i(j) \quad (11)$$

基于公理化设计信息公理可知, 信息量最小的设计方案最能满足设计功能要求, 故为最优设计方案, 则复杂机械产品设计方案模糊多属性优选原则如下

$$I_0 = \min(\bigvee_{1 \leq i \leq k} I_i) \quad (12)$$

综上所述, 基于公理化设计信息公理的复杂机械产品设计方案多属性模糊优选模型具体实施步骤描述如下。

**步骤1** 确定复杂机械产品设计方案多属性优选问题的设计方案集  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ 、评价指标集  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_q\}$  以及相应的各评价指标区间权重  $\omega_j$ ;

**步骤2** 根据2.1节中的相关定义, 获得设计方案各评价指标的区间数序列即系统设计信息区间序列  $\tilde{s}(j)$  与理想设计信息区间  $s_0(j)$ , 并获得相应的多属性区间数评价矩阵;

**步骤3** 根据式(5, 6)分别对设计方案各区间型指标进行规范化处理, 获得规范化后的区间数决策矩阵;

**步骤4** 利用式(7, 8)分别获得系统设计信息区间  $s_i(j)$  与理想设计信息区间  $s_0(j)$  的加权区间数欧氏距离  $\tilde{D}(i, j)$  以及相应的设计信息区间序列的接近度  $\xi(i, j)$ ;

**步骤5** 利用式(9, 10)获得  $s_i(j)$  与  $s_0(j)$  间的信息量即设计方案关于评价指标  $j$  的模糊区间信息量  $I_i(j)$ , 进而得到设计方案关于评价指标集的信息量序列;

步骤 6 利用式(11)得到复杂产品设计方案  $i$  关于  $q$  个评价指标的模糊区间信息总量  $I_i$ ;

步骤 7 利用模糊多属性优选问题的基于公理化设计信息公理的优选原则,即式(12)得到复杂产品设计最优设计方案。

步骤 8 设计方案优选结束,基于复杂产品方案设计领域知识对最优设计方案进行修改,最终完成产品设计,并把最优设计方案储存到实例库中,

便于新方案设计时重用该最优设计方案。

### 3 应用实例

本文采用与文献[2]相同的大型水轮机选型方案设计应用实例,以便于验证基于信息公理的复杂产品设计方案,多属性模糊优选模型对模糊区间型设计信息处理的可行性与可操作性,设计方案具体评价指标参数见表 1。基于 2.3 节中算法描述,应

表 1 设计方案评价指标参数

方案	出力/MW	效率/%	汽蚀性能	运行特性	转轮直径/m	制造费用/万元
1	1.25~1.34	84.10~84.30	0.141~0.143	0.841 0~0.845 0	0.60	118.80
2	1.28~1.36	81.03~81.15	0.145~0.147	0.904 0~0.907 0	0.60	131.60
3	1.60~1.72	85.90~86.10	0.129~0.131	0.891 5~0.893 6	0.71	129.60

用实例的实施步骤如下:

步骤 1 基于表 1 获得设计方案集  $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ 、评价指标集  $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6\}$ , 相应的区间权重序列为  $W = \{[0.15, 0.20], [0.15,$

$0.20], [0.05, 0.10], [0.10, 0.15], [0.15, 0.20], [0.25, 0.30]\}$ ;

步骤 2 获得水轮机选型方案设计评价矩阵  $C$

$$C = \begin{bmatrix} [1.25, 1.34] & [84.10, 84.30] & [0.141, 0.143] & [0.841 0, 0.845 0] & [0.60, 0.60] & [118.8, 118.8] \\ [1.28, 1.36] & [81.03, 81.15] & [0.145, 0.147] & [0.904 0, 0.907 0] & [0.60, 0.60] & [131.6, 131.6] \\ [1.60, 1.72] & [85.90, 86.10] & [0.129, 0.131] & [0.891 5, 0.893 6] & [0.71, 0.71] & [129.6, 129.6] \end{bmatrix}$$

步骤 3 基于式(5,6)分别对出力、效率和运行特性等效益型指标和汽蚀性能、转轮直径和制造

费用等成本型指标进行规范化处理,获得规范化后的区间数决策矩阵  $S$

$$S = \begin{bmatrix} [0.727, 0.779] & [0.977, 0.979] & [0.902, 0.915] & [0.928, 0.932] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] \\ [0.744, 0.791] & [0.941, 0.943] & [0.888, 0.890] & [0.997, 1.000] & [1.000, 1.000] & [0.903, 0.903] \\ [0.930, 1.000] & [0.998, 1.000] & [0.985, 1.000] & [0.983, 0.985] & [0.845, 0.845] & [0.917, 0.917] \end{bmatrix}$$

此时,理想设计信息区间序列为

的设计方案为设计方案 3,故为最优设计方案。

$$s_0(j) = ([0.930, 1.000], [0.998, 1.000], [0.985, 1.000], [0.997, 1.000], [1.000, 1.000], [1.000, 1.000])$$

步骤 4 基于规范化后的区间数决策矩阵  $S$ , 利用式(7,8)获得  $s_i(j)$  与  $s_0(j)$  间的接近度矩阵  $\xi$

$$\xi = \begin{bmatrix} 0.788 & 0.979 & 0.916 & 0.932 & 1.000 & 1.000 \\ 0.803 & 0.943 & 0.897 & 1.000 & 1.000 & 0.903 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 0.986 & 1.000 & 0.917 \end{bmatrix}$$

步骤 5 利用式(9,10)获得  $s_i(j)$  与  $s_0(j)$  间的信息量矩阵  $I$

$$I = \begin{bmatrix} 0.305 & 0.030 & 0.121 & 0.098 & 0.000 & 0.000 \\ 0.284 & 0.082 & 0.148 & 0.000 & 0.000 & 0.139 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.020 & 0.223 & 0.119 \end{bmatrix}$$

步骤 6 利用式(11)得到大型水轮机选型方案设计信息总含量序列  $\tilde{I}$

$$\tilde{I} = (0.554, 0.653, 0.362)$$

步骤 7 基于优选原则可以看出,信息量最小

由此可以看出,基于信息公理的复杂产品设计方案多属性模糊优选模型获得的应用实例结果与基于文献[2]中的多属性灰色模糊决策模型获得的应用实例结果是一致的。通过与文献[2]中的模型进行比较与分析可以看出:首先,两者分析问题的角度不同,文献[2]中的模型建立理论基础为模糊理论和灰色理论是从保证不确定性设计信息的内涵与外延均具有确定性的角度提出的,本文的模型是基于信息公理从不确定设计信息的模糊信息量的角度提出的;其次,模型分辨能力的依据不同,文献[2]中的模型分辨能力需要合理地选取不确定设计信息中模糊信息和灰色信息的权重系数,本文的模型分辨能力需要合理地选取不确定设计信息中满足设计特性要求的概率的对数函数;再者,通过相同应用实例的验证表明在优选结果一致的前提下,本文模型的实施是可行的与可操作的,是对存在不确定性设计信息的多属性决策的一种十分有效的求解方法。

**步骤 8** 基于大型水轮机方案设计相关领域知识对优选后的设计方案 3 进行相关设计分析与修改,使得修改后的设计方案最终满足设计需求,并把修改后的设计方案储存到实例库中。

## 4 结束语

本文给出了一种改进的基于信息公理的区间数信息量计算方法,并建立了基于信息公理的多属性模糊优选模型。该模型通过建立不确定设计信息的极大范数与极小范数,进而生成处理不确定设计信息的理想设计信息区间,从而可以有效地处理设计方案属性部分信息已知、部分信息未知的情况,减少设计信息的流失,保证优选结果的合理性。此外,该模型与已有的基于信息公理进行方案优选的方法不同,不再完全依靠经验,模型更侧重于设计信息本身的数据,便于实现设计方案的计算机辅助优选,同时在基于公理化设计信息公理的模糊区间信息量的计算过程中融入了各设计属性的区间权重,增加了方案优选的可信度,为计算机辅助方案决策提供理论基础。最后,通过应用实例的验证,结果表明该模型的可行性和可操作性,从而为解决具有不确定设计信息的复杂产品方案设计多属性优选与决策问题提供了一种新的解决途径。

### 参考文献:

- [1] 侯才水,刘华斌.模糊多属性决策模型在某水电站工程方案优选中的应用[J].武汉大学学报:工学版,2005,38(5):25-27.
- [2] 钟诗胜,王体春,丁刚,等.大型水轮机设计方案多属性灰色模糊决策模型[J].计算机集成制造系统,2008,14(10):1905-1912.
- [3] 吕大刚,王力,张鹏,等.模糊多属性决策的相似接近

度解法[J].控制与决策,2004,19(11):1282-1285.

- [4] Zhang J J, Wu D S, Olson D L. The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005,42(9/10):991-998.
- [5] Orlando D, José A. Computer-aided machine-tool selection based on a fuzzy-AHP approach[J]. Expert Systems with Applications, 2008,34(3):1787-1794.
- [6] Rao Congjun, Xiao Xinping, Peng Jin. Novel combinatorial algorithm for the problems of fuzzy grey multi-attribute group decision making[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007,18(4):774-780.
- [7] 刘华,陈维平,赵海东,等.基于效用函数逼近的绿色产品评价方法[J].机械工程学报,2005,41(10):17-22.
- [8] 朱龙英,朱如鹏,刘正坝.基于信息公理的产品设计方案评价方法[J].南京航空航天大学学报,2005,37(3):386-390.
- [9] 肖人彬,程贤福,廖小平.基于模糊信息公理的设计方案评价方法及应用[J].计算机集成制造系统,2007,13(12):2331-2338.
- [10] Kulak O, Bülent Durmusoglu M, Kahraman C. Fuzzy multi-attribute equipment selection based on information axiom[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005,169(3):337-345.
- [11] Suh N P, Sung-Hee D. Axiomatic design of software systems[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2000,49(1):95-100.
- [12] Lee K D, Suh N P, Jae-Hyuk O. Axiomatic design of machine control system[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2001,50(1):109-114.
- [13] 钟诗胜,王体春,丁刚.复杂产品方案设计多指标区间数关联决策模型[J].控制与决策,2008,23(12):1378-1382.