

基于随机减量的运行模态频域分析方法

黄琴¹ 王彤² 张海黎³

(1. 南京航空航天大学无人机研究院, 南京, 210016; 2. 南京航空航天大学航空宇航学院, 南京, 210016;
3. 驻南京地区军事代表室, 南京, 210007)

摘要:以高层建筑、大跨桥梁等难以进行人工激励的大型复杂结构为对象,提出并实现了一种基于随机减量技术和复模态指示因子函数法的新型频域运行状态模态参数识别方法。由随机运行响应估计随机减量函数,然后通过时频域变换得到频域的半功率谱密度函数,并用复模态指示因子函数法从半功率谱密度函数中识别结构模态参数。最后对1个三维空间结构模型进行算法验证,得到相应的各阶模态参数,证明了将随机减量技术和复模态指示因子函数法相结合的方法识别大型结构模态参数的有效性和合理性。

关键词:运行模态分析;随机减量技术;复模态指示因子;半功率谱密度函数

中图分类号:O324;TH113 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2011)06-0770-04

Operational Modal Analysis Method in Frequency Domain Based on Random Decrement

Huang Qin¹, Wang Tong², Zhang Haili³

(1. Research Institute of Unmanned Aircraft, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 3. Military Representative Office of Nanjing, Nanjing, 210007, China)

Abstract: A new method based on complex mode indicator function and random decrement technique for operational modal analysis in frequency domain is proposed with a focus on the complex large-scale structures such as high buildings and long-span bridges, which are difficult to be excited artificially. The time-domain random decrement functions are transformed to frequency-domain half power spectral density functions by the Fourier transformation, and then the modal parameters including modal frequencies, damping ratios and mode shapes are identified from the half power spectral density functions, with the classical identification algorithm named as complex mode indicator function. Finally, a simulation example of three-dimensional space structure is utilized to validate the algorithm.

Key words: operational modal analysis; random decrement technique; complex mode indicator; half power spectral density function

由于随机减量技术(Random decrement technique, RDT)实现简单,高效灵活,同时在实际工况下可以实现数据实时分析,现在已经成为一项提取结构自由衰减信号的有效方法,并且在振动模态分析、结构损伤检测等领域中得到了广泛的应用。传统的基于随机减量技术进行的运行状态模态参数识别,都是从得到的随机减量函数中直接提取模态

参数,所使用的算法则为一些经典的时域模态参数识别方法,诸如ITD^[1]法,EITD法,ERA^[2-3]法等。而频域模态参数识别方法相对于时域方法有可靠性高、识别速度快、虚假计算模态少、所需人工判断不多等显著优点。故对于大型复杂结构而言,各类频域模态参数识别方法是相对选用较多的方法。本文将随机减量技术与频域模态参数识别技术一复

模态指示因子函数(Complex mode indicator function, CMIF)方法相结合,将经典的频域试验模态分析方法扩展到频域运行状态模态分析方法中进行模态识别。其实现流程如图1所示。

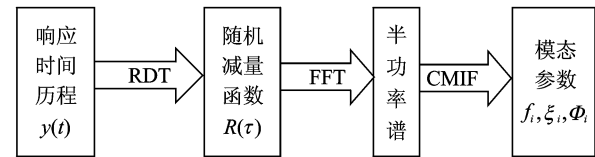


图1 本文方法实现流程图

1 随机减量技术

随机减量技术^[4-5]的基本思想是建立在线性系统的叠加原理基础上的,即对于结构随机响应,指定某种条件,将响应中确定性的和随机的两部分实现分离,然后利用统计平均将随机的部分排除掉,过滤出确定性的自由衰减信号。

首先介绍一下利用随机减量技术从结构振动响应信号中获得结构自由振动响应信号数据的基本原理。

对于一个线性系统的结构,在任意激励下某测点的受迫振动响应可表示为

$$y(t) = y(0)D(t) + \dot{y}(0)V(t) + \int_0^t h(t - \tau)f(\tau)d(\tau) \quad (1)$$

式中: $D(t)$ 为初始位移为1且初始速度为0的系统自由振动响应; $V(t)$ 为初始位移为0且初始速度为1的系统自由振动响应; $y(0)$ 和 $\dot{y}(0)$ 分别为系统振动的初始位移和初始速度; $h(t)$ 为系统单位脉冲响应函数; $f(t)$ 为外部激励。

选取一个适当的常数 A 去截取一个结构实测随机振动响应信号 $y(t)$,可得到一系列不同的交点时刻 $t_i (i=1, 2, \dots, N)$,对于自 t_i 时刻开始的响应 $y(t-t_i)$ 可以看出3个部分的线性叠加,即由 t_i 时刻初始位移引起的自由振动响应,由 t_i 时刻初始速度引起的自由振动响应和由 t_i 时刻开始的随机激励 $f(t)$ 引起的强迫振动响应。于是有

$$y(t - t_i) = y(t_i)D(t - t_i) + \dot{y}(t_i)V(t - t_i) + \int_{t_i}^t h(t - \tau)f(\tau)d(\tau) \quad (2)$$

由于激励 $f(t)$ 是平稳的,时间起点并不影响其随机特性,则将 $y(t-t_i)$ 的一系列事件起点 t_i 移至坐标原点,可获得相应的一系列随机过程的子样本函数 $x_i(t) (i=1, 2, \dots, N)$,即

$$x_i(t) = AD(t) + \dot{y}(t_i)V(t) + \int_0^t h(t - \tau)f(\tau)d(\tau) \quad (3)$$

取 $x_i(t)$ 的统计平均得

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) \approx E[AD(t) + \dot{y}(t_i)V(t) + \int_0^t h(t - \tau)f(\tau)d(\tau)] \approx AD(t) + E[\dot{y}(t_i)V(t) + \int_0^t h(t - \tau)E[f(\tau)]d(\tau)] \quad (4)$$

由于激励 $f(t)$ 是平稳的纯随机振动且均值为0,且系统振动响应 $y(t)$, $\dot{y}(t)$ 同样是均值为0的平稳随机振动,即 $E[f(t)] = 0, E[\dot{y}(t_i)] = 0$,故

$$x(t) \approx AD(t) \quad (5)$$

由此获得初始位移为 A ,初始速度为0的自由振动响应。

2 半功率谱密度函数

经典的功率谱^[6]估计方法有两种:(1)周期图法,又称直接法,它通过直接将采样信号进行傅里叶变换得到功率谱;(2)相关图法,是一种间接谱估计法,由Blackman和Tukey在1958年提出,故又称为BT法^[7]。BT法首先对采样数据进行相关函数估计,然后对相关函数进行傅里叶变换得到功率谱。利用改进的BT法实现功率谱密度函数的降阶^[8-9],得到半功率谱。

假设响应 y_i 和 y_j 数据长度均为 L ,两者之间相关函数的无偏估计式为

$$\gamma_{ij}(m) = \begin{cases} \frac{1}{L-m} \sum_{k=0}^{L-m-1} y_i(k+m)y_j(m) & (0 \leq m \leq L-1) \\ \frac{1}{L-|m|} \sum_{k=0}^{L-|m|-1} y_i(k)y_j(k+|m|) & (-L+1 \leq m \leq 0) \end{cases} \quad (6)$$

上式中相关函数的估计值只有开头的少部分时延是可用的,而后面部分主要由估计的随机误差引起,故应舍去后面部分。假设可用的最大时延为 L_e ,则功率谱密度可由式(6)进行傅里叶变换得到

$$G_{ij}(\omega) = T_s \sum_{m=-L_e}^{L_e} w(m)\gamma_{ij}(m)e^{-j\omega m T_s} \quad (7)$$

式中: $w(m)$ 为 $2L_e+1$ 点的时窗函数。

功率谱密度函数的模态分解形式

$$G_{yy}^T(j\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{j\mathbf{q}_r^T}{j\omega - \lambda_r} + \frac{j_r^* \mathbf{q}_r^H}{j\omega - \lambda_r^*} \right) + \sum_{r=1}^N \left(\frac{\mathbf{q}_r \mathbf{J}_r^T}{-j\omega - \lambda_r} + \frac{\mathbf{q}_r^* \mathbf{J}_r^H}{-j\omega - \lambda_r^*} \right) \quad (8)$$

式(8)即为频域运行状态模态分析的基础,其中 q_r 是1个与输入自谱矩阵以及结构系统各阶模态参数相关的参考向量。对比可知,功率谱密度函数的阶次为频率响应函数的两倍。对该式进行反傅里叶变换,便可得到相关函数矩阵

$$\gamma^T(m) = \begin{cases} \sum_{r=1}^N (\mathbf{j}_r \mathbf{q}_r^T e^{\lambda_r m T_s} + \mathbf{j}_r^* \mathbf{q}_r^H e^{\lambda_r^* m T_s}) & (m \geq 0) \\ \sum_{r=1}^N (\mathbf{q}_r \mathbf{j}_r^T e^{\lambda_r |m| T_s} + \mathbf{q}_r^* \mathbf{j}_r^H e^{\lambda_r^* |m| T_s}) & (m < 0) \end{cases} \quad (9)$$

式中: T_s 为采样间隔。注意到,相关函数的正时延部分($m \geq 0$)对应的是式(8)中的第1项,负时延部分则是对应于式中的第2项,而式中第1项的表达形式与频率响应函数的表达形式相同,具有足够的信息用于模态参数识别。因此,仅对正半时延进行傅里叶变换,所得到的功率谱密度矩阵即可达到降阶目的

$$\mathbf{G}_{ij}^+(j\omega) = T_s \sum_{m=-L_e}^{L_e} \omega(m) \gamma_{ij}(m) e^{-j\omega m T_s} \quad (10)$$

即称为半功率谱密度函数。由式(8)可知,半功率谱密度函数与频率响应函数(Frequency response function, FRF)的表达式非常相似,因此可将传统的用于频响函数的频域模态分析方法应用于半功率谱密度函数进行模态参数识别。

3 复模态指示因子函数方法

复模态指示因子函数(CMIF)方法^[10]是一种应用在多参考点 FRF(Frequency response function)测量中的基于奇异值分解的简便算法。它可以识别多个模态数以及重根的存在,对含噪声的测试数据有很好的识别效果。

假定系统为线性时不变系统,在模态分析领域里,一个 N 自由度系统的FRF矩阵可以表示为

$$\mathbf{H}(j\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \frac{\mathbf{A}_r}{j\omega - \lambda_r} = \sum_{r=1}^{2N} \frac{\mathbf{Q}_r \boldsymbol{\phi}_r \mathbf{L}_r^H}{(j\omega - \lambda_r)} \quad (11)$$

或者用矩阵形式表示为

$$\mathbf{H}(j\omega) = \boldsymbol{\Phi} \left[\frac{\mathbf{Q}_r}{(j\omega - \lambda_r)} \right] \mathbf{L} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{H}(j\omega)$ 为 $N_o \times N_i$ 的FRF矩阵, \mathbf{A}_r 为大小为 $N_o \times N_i$ 的第 r 阶留数矩阵, $\boldsymbol{\phi}_r$ 为 $N_o \times 1$ 的第 r 阶模态振型, \mathbf{L}_r 为 $N_i \times 1$ 的第 r 阶模态参与因子矩阵, $\boldsymbol{\Phi}$ 为 $N_o \times 2N$ 的模态振型矩阵, \mathbf{L} 为 $N_i \times 2N$ 的模态参与因子矩阵, \mathbf{Q}_r 为第 r 阶模态的归一化因子, λ_r 为第 r 阶模态的系统极点。 N_o 为响应点的个数, N_i 为激励点的个数。通过对每个谱线上的FRF矩阵

进行奇异值分解可以得到

$$\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{U}(j\omega) \boldsymbol{\Sigma}(j\omega) \mathbf{V}(j\omega)^H \quad (13)$$

式中: $\mathbf{U}(j\omega)$ 是 $N_o \times N_i$ 的左奇异矩阵,它是1个酉阵; $\boldsymbol{\Sigma}(j\omega)$ 是 $N_r \times N_r$ 的奇异值矩阵,它是1个对角阵; $\mathbf{V}(j\omega)^H$ 是 $N_r \leq N_i$ 的右奇异矩阵,它也是个酉阵。 N_r 是主模态的模态个数,主模态是指在某个特定频率点 $j\omega$ 处对结构响应有贡献的模态。

在实际计算时,对每个谱线进行计算,由FRF矩阵得到正规矩阵 $\mathbf{H}(j\omega)^H \mathbf{H}(j\omega)$,然后得到这个矩阵的特征值。在CMIF图里显示了这些特征值的对数幅值及其对应的频率。

CMIF方法可以识别多个模态数以及重根的存在,通过用奇异值分解技术,CMIF对含噪声的测试数据有很好的效果。因此本文采用了CMIF方法对由基于RD技术所得到的半功率谱密度函数进行奇异值分解,从而识别出结构的模态参数。

4 仿真算例

下面用一个三维空间结构仿真模型(如图2)来验证本文所提出的方法。

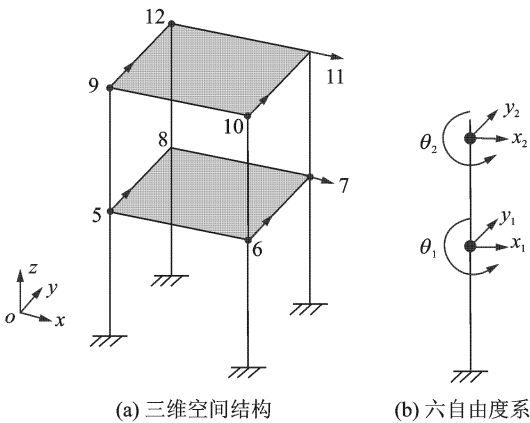


图 2 三维空间结构模型

三维空间结构由上下两块正方形钢板与4根仅有刚度没有质量的刚杆组成,如图2(a)。假设钢板没有变形,只做刚体运动,则该结构可简化为如图2(b)所示的六自由度系统:两个质心在 X, Y 方向的平动和绕 Z 轴的扭转。仿真中为了模拟实际情况,6个测点的布置如图2(a)中的箭头所示,分别为5Y+,6Y+,7X+,9Y+,10Y+,11X+。各测点的位移可根据刚体运动规律由质心的平动位移与转角计算得到,如图2(b)。此外,无质量杆的刚度可以调节,用于模拟实际结构中的刚度不对称性。其中6个测点测得 $102\ 400 \times 6$ 的响应数据 X ,即为6列数据 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$,每列数据的长度为

102 400。

本文随机减量函数是在样本长度为 512 点、加

25%的指数窗、采样时间间隔为 0.003 9 s 的情况下估计得到并给出前六阶振型(图 3)。

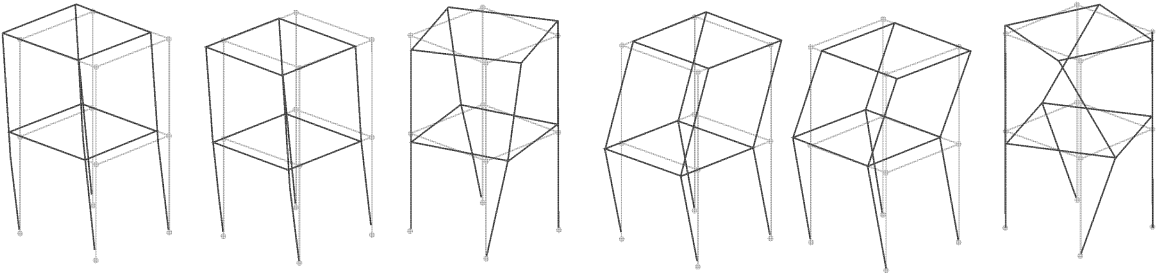


图3 识别出的三维立体结构的前六阶振型图

由于用于运行状态模态分析的频域空间域分解法^[9](Frequency and spatial domain decomposition, FSDD)已发展成熟,因此表 1 将用本文方法得到的识别结果与通过 FSDD 方法识别的结果作比较以验证本文方法的可靠性。

表 1 本文方法与 FSDD 的频率阻尼识别结果对比

模态阶次	频率 f/Hz		阻尼 $\xi/\%$	
	FSDD	本文方法	FSDD	本文方法
第一阶	15.93	15.96	1.25	1.36
第二阶	16.86	16.90	1.21	1.23
第三阶	32.65	32.70	1.00	0.96
第四阶	44.13	44.19	1.05	1.28
第五阶	47.18	47.27	1.08	1.09
第六阶	85.47	85.47	1.53	1.54

5 结束语

本文实现的运行模态分析方法较之传统的运行模态分析方法更具效率;借助于随机减量技术所得到的半功率谱密度函数具有与频率响应函数类似的性质,因此大多经典的基于频率响应函数的频域试验模态分析方法均可用于运行状态模态分析。

参考文献:

[1] 刘齐茂.用随机减量技术及ITD法识别工作模态参数[J].广西工学院学报,2002(4):23-26.

[2] Peterson L D. Efficient computation of the eigensystem realization algorithm[C]//Proceedings of AIAA

Structure, Dynamics and Material Conference. Washington,DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994:1122-1131.

[3] Mohanty P, Rixen D J. Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2006,20(1):114-130.

[4] 聂雪媛,郭杏林,刘彬,等.一种新的随机减量函数的构造及分析[J].计算力学学报,2009,26(2):258-263.

[5] 刘彬,丁桦,时忠明.随机减量函数触发条件分析[J].振动与冲击,2007,26(7):27-31.

[6] 赵德敏,张琪昌,王伟.具有间隙非线性二元机翼的随机分岔和功率谱分析[J].振动与冲击,2009,28(6):86-89.

[7] 蒋海波,罗世辉,董仲美.Blackman Tukey法的轨道不平顺数值模拟[J].中国测试技术,2006,32(4):97-100.

[8] 王彤.复杂结构多输入多输出频域模态参数识别研究及软件实现[D].南京:南京航空航天大学航空宇航学院,2003:11.

[9] 王彤,张令弥.运行模态分析的频域空间域分解法及其应用[J].航空学报,2006,27(1):62-66.

[10] Shih C Y, Tsuei Y G, Allemang R J. Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation[C]//Proceedings of 7th I-MAC. USA: Society for Experimental Mechanics, 1989.