

# 结合天文观测角量测的机载惯性/天文深度组合算法

屈 蓓 刘建业 熊 智

(南京航空航天大学自动化学院,南京,210016)

**摘要:**针对姿态误差对天文观测角度量测的影响,提出结合天文观测角度量测的机载惯性/天文深度组合算法。在位置误差小角度关系分析的基础上,进一步分析惯导姿态误差引入的计算地理水平坐标系与当地地理坐标系之间的姿态误差小角度关系,推导并建立基于天文高度角和方位角量测的深组合惯性/天文量测方程,针对天文观测量测对高度通道不可观,增加气压高度为量测量,设计相应组合滤波方法。该方法充分考虑了姿态误差对于天文观测的影响,仿真验证表明所设计方案可以有效消除惯导系统陀螺累积误差,提高惯导系统的姿态精度,验证了其可行性。

**关键词:**天文导航系统;惯性导航系统;深组合;天文观测

**中图分类号:**V249 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2011)06-0765-05

## Airborne INS/CNS Deeply Integrated Algorithm on Celestial Angle Observation

Qu Qiang, Liu Jianye, Xiong Zhi

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** Aims at the influence of attitude errors on the celestial angle observation, a new deeply algorithm of airborne INS/CNS integrated navigation based on celestial angle observation is presented. According to the analysis of the position angle errors, the attitude angle errors between the geographic coordinate and the calculating coordinate are analyzed. Then the deeply integrated observation equations based on the celestial height and azimuth angle are established. Due to the height information cannot be got through the angle observation, the air height is introduced to the system. Because of attitude errors' affection on celestial observation, the presented algorithm is suitable for the INS/CNS integrated system. Finally, a flight model is used as an illustrate example and the simulation results show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

**Key words:** celestial navigation system (CNS); inertial navigation system (INS); deeply integration; celestial observation

天文导航系统(Celestial navigation system, CNS)具有独立自主、抗干扰能力强的导航特点及高精度的导航优势,与惯性导航系统(Inertial navigation system, INS)一起构成惯性/天文组合系统,特别适合于卫星导航不可用或复杂电磁干扰下的战时环境,成为各军事强国研究的热点,并已在多型战略

侦察、轰炸机及远程导弹中获得广泛应用<sup>[1-4]</sup>。

常规惯性/天文简单组合模式中,天文导航系统通过观测星体高度角和方位角,用高度差法等定位算法独立定位解算后,与惯性导航系统进行位置组合<sup>[5-7]</sup>。天文定位算法通常需要确定两颗合理几何配置的导航星,而这种合理几何配置的选星通常

**基金项目:**国家自然科学基金(60904091,91016019,61104020)资助项目;南京航空航天大学基本科研业务费专项科研(NS2010072)资助项目。

**收稿日期:**2011-05-20;**修订日期:**2011-06-16

**通讯作者:**屈蓓,女,博士研究生,讲师,1977年11月生,E-mail:qq@nuaa.edu.cn。

在机载环境下较难获得<sup>[5,8-9]</sup>。文献[9]对此开展了相关的研究,直接以天文观测的高度角和方位角为量测,推导并建立了基于高度角差和方位角差的线性化量测方程,这种基于观测角度量测的深组合模式取代了常规位置组合简单模式,摆脱了高度差法需要两颗星定位后才能进行组合修正的限制,使仅观测单星的情况下也能获得好的组合导航效果,提高了系统使用灵活性。但是,文献[9]在进行分析和建模的过程中,假设天文导航系统工作在高精度的水平基准下,将姿态误差对天文角度观测的影响进行了近似假设忽略,因此从计算地理水平坐标系与当地地理水平坐标系之间的位置误差小角度关系的角度上推导并建立量测方程,这种近似分析,在天文导航具有独立的高精度水平基准,姿态误差较小时可以成立,当姿态误差较大时,必然对天文观测角度产生影响<sup>[1,10]</sup>。在实际应用环境中,天文导航独立高精度水平基准很难获得,同时载机的不断运动,载体的姿态始终处于运动调整的过程,姿态误差将不可避免,必然引起天文观测角度的误差增大,因此这种情况下,姿态误差对天文精度观测的影响不能完全忽略,应对其进行分析。

为此,本文针对上述问题,进一步对天文观测测量进行分析,在位置误差小角度关系分析的基础上,进一步分析由于姿态误差引入的计算地理水平坐标系与当地地理坐标系之间的姿态误差小角度关系,在原有基于位置误差小角度关系的量测方程基础上,建立基于天文高度角方位角量测的姿态深组合量测方程,该方法充分考虑了姿态误差对于天文观测的影响,建立了天文导航在借助惯导平台基准下的惯性/天文深组合滤波算法,仿真验证表明所设计方案可以有效消除惯导系统陀螺累积误差,提高惯导系统的姿态精度,验证了其可行性。同时,通过对比,单星观测和双星观测的惯性/天文组合滤波修正效果差别不大,表明即使单星观测也能实现较好修正效果,减小了天文导航在选星过程的复杂性,提高系统灵活性。

## 1 天文观测与计算系之间的关系

从天文定位的工作原理分析可知,天文导航系统首先利用星跟踪器对导航星体进行跟踪和捕获、确定导航星后,在借助惯导平台水平基准的情况下,观测导航星体,输出表征星光信息的观测高度角和方位角。若惯导平台没有姿态误差,天文观测将输出当地地理水平坐标系下的观测角度,但由于平台误差角的存在,天文观测角度中含有由于借助惯导平台基准时耦合的姿态误差。另一方面,天文导航系统根据惯导

系统输出的位置信息及确定的导航星的赤经和赤纬,解算出星体的计算高度角和方位角,惯导由于陀螺和加速度计漂移导致的位置误差累积也必然引起计算地理水平坐标系与天文观测当地地理水平坐标系的不一致,因而由计算引入位置误差。

如图1所示,设导航坐标系为东北天当地地理水平坐标系( $n$ 系) $O_n X_n Y_n Z_n$ 。天文观测借助惯导平台水平基准,平台坐标系( $p$ 系)为 $O_p X_p Y_p Z_p$ ,设天文导航系统安装在惯导平台上,则天文观测获得惯导平台基准下的高度角和方位角为 $h_p, A_p$ ,由惯导输出的地理位置计算 $h_c, A_c$ ,为计算地理水平坐标系下( $c$ 系) $O_c X_c Y_c Z_c$ 的高度角和方位角<sup>[9]</sup>。

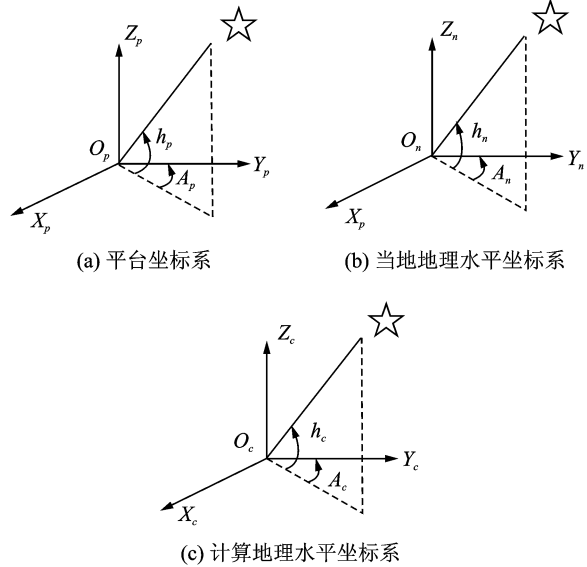


图1 高度角和方位角

如果没有位置误差,当地地理水平坐标系与计算地理水平坐标系( $c$ 系)应重合,但由于陀螺和加速度计漂移导致的位置误差累积引起了两者之间的不一致,使天文观测角度中含有由计算引入的位置误差。由位置误差引起的导航系与计算系之间的方向余弦阵为<sup>[9,11]</sup>

$$C_c^n = \begin{bmatrix} 1 & \delta\lambda\sin L & -\delta\lambda\cos L \\ -\delta\lambda\sin L & 1 & -\delta L \\ \delta\lambda\cos L & \delta L & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

若不考虑水平基准误差,平台系与当地地理水平坐标系重合, $h_p, A_p$ 与 $h_n, A_n$ 相同,但由于陀螺漂移影响,平台系与当地地理水平坐标系间的平台误差角 $\phi$ 必然存在,使天文观测角度中含有引入姿态误差。由 $\phi$ 角引起的 $p$ 系与 $n$ 系之间的方向余弦阵为<sup>[12]</sup>

$$C_p^n = \begin{bmatrix} 1 & \phi_U & -\phi_N \\ -\phi_U & 1 & \phi_E \\ \phi_N & -\phi_E & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由上述分析可以看出,如果没有位置误差和姿态误差的存在,平台系与计算地理水平坐标系应重合,两者一致,而平台误差角和位置误差的存在,使以惯导平台为基准的平台系与借助惯导位置初值的计算地理水平坐标系之间存在一个角度转换关系为

$$\mathbf{C}_c^p = \mathbf{C}_n^p \mathbf{C}_c^n \quad (3)$$

因此,将两者角度差值构成量测关系,利用卡尔曼滤波估计可以实现组合修正。

## 2 惯性/天文深组合的数学建模

### 2.1 状态方程

系统的状态方程采用惯导平台误差角方程、速度误差方程、位置误差方程和系统误差模型的18维误差状态变量联立<sup>[8]</sup>为:  $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t)$ , 其中  $\mathbf{F}(t)$  为惯导误差方程对应系统矩阵,  $\mathbf{G}(t)$  为系统噪声矩阵,  $\mathbf{W}(t)$  为系统噪声向量, 18 维的误差状态变量  $\mathbf{X}(t)$  定义为

$$\mathbf{X} = [\phi_e, \phi_n, \phi_u, \delta v_e, \delta v_n, \delta v_u, \delta L, \delta \lambda, \delta h, \varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z] \quad (4)$$

式中:  $\phi_e, \phi_n, \phi_u$  为平台误差角;  $\delta v_e, \delta v_n, \delta v_u$  为速度误差;  $\delta L, \delta \lambda, \delta h$  为纬度、经度、高度误差;  $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}$  分别为陀螺随机常值漂移和一阶马尔可夫过程;  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$  为加速度计零偏的一阶马尔可夫过程。

### 2.2 量测方程

由第1节中的天文观测分析,平台系下的天文观测高度角和方位角与计算系下的计算高度角和方位角之间因位置误差和姿态误差的存在而不同,以两者之差为量测可获得相应的卡尔曼滤波量测方程。设天文导航观测高度角、方位角为平台水平基准下的观测角度分别为  $h_p, A_p$ , 计算系下的计算高度角、方位角分别为  $h_c, A_c$ , 量测量定义为两者之差

$$\Delta h = h_p - h_c, \Delta A = A_p - A_c \quad (5)$$

借助星光方向矢量,推导适用于卡尔曼滤波的线性化量测方程。

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \cos A_c & \sin A_c & 0 & \cdots & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \cdots & -\cos A_c & -\cos L \sin A_c & \cdots & \mathbf{0}_{2 \times 10} \\ \tan h_c \sin A_c & \tan h_c \cos A_c & -1 & \cdots & \cdots & \cdots & \tan h_c \sin A_c & \cos L \tan h_c \cos A_c - \sin L & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$  为天文角度观测白噪声。此外,考虑到角度观测方程式(9)中高度通道不可观测,增加了气压高度表观测方程<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{Z}_2 = [h_I - h_e] = \delta h + \mathbf{V}_2 =$$

设天文观测高度角和方位角  $h_p, A_p$  组成的星光方向矢量  $\mathbf{X}_p$  为

$$\mathbf{X}_p = [\cosh_p \sin A_p \quad \cosh_p \cos A_p \quad \sinh_p]^T \quad (6)$$

计算系下的计算高度角和方位角  $h_c, A_c$  组成的星光方向矢量  $\mathbf{X}_c$  为

$$\mathbf{X}_c = [\cosh_c \sin A_c \quad \cosh_c \cos A_c \quad \sinh_c]^T \quad (7)$$

根据前面的分析,星光矢量  $\mathbf{X}_p$  和  $\mathbf{X}_c$  间存在着由于天文观测耦合的平台误差角误差及由于计算带来的位置小角度误差,则有

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{C}_c^p \mathbf{X}_c \quad (8)$$

综合式(1~3)并代入式(8)有

$$\begin{bmatrix} \cosh_p \sin A_p \\ \cosh_p \cos A_p \\ \sinh_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \psi_U & -\psi_N \\ -\psi_U & 1 & \psi_E \\ \psi_N & -\psi_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \delta \lambda \sin L & -\delta \lambda \cos L \\ -\delta \lambda \sin L & 1 & -\delta L \\ \delta \lambda \cos L & \delta L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh_c \sin A_c \\ \cosh_c \cos A_c \\ \sinh_c \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式(5),有  $h_p = h_c + \Delta h, A_p = A_c + \Delta A$ 。

$\Delta h$  和  $\Delta A$  都是小量,取其一阶近似:  $\cos \Delta h \approx 1, \sin \Delta h \approx \Delta h, \sin \Delta A \approx \Delta A, \cos \Delta A \approx 1$ , 由三角函数关系,有

$$\begin{aligned} \cosh_p &\approx \cosh_c - \Delta h \sinh_c \\ \sinh_p &\approx \sinh_c + \Delta h \cosh_c \\ \cos A_p &\approx \cos A_c - \Delta A \sin A_c \\ \sin A_p &\approx \sin A_c + \Delta A \cos A_c \end{aligned} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)并展开整理,得到  $\Delta h$  和  $\Delta A$  的表达式为

$$\begin{cases} \Delta h = \psi_E \cos A_c - \psi_N \sin A_c - \delta L \cos A_c - \delta \lambda \cos L \sin A_c \\ \Delta A = \psi_E \tan h_c \sin A_c + \psi_N \tan h_c \cos A_c - \psi_U - \\ \quad \delta L \tan h_c \sin A_c + \delta \lambda (\cos L \tan h_c \cos A_c - \sin L) \end{cases} \quad (11)$$

定义量测量  $\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta A \end{bmatrix}$ , 得到量测方程为

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{H}_1 \mathbf{X} + \mathbf{V}_1 \quad (12)$$

其中

$$[\mathbf{0}_{1 \times 8} \quad \cdots \quad 1 \quad \cdots \quad \mathbf{0}_{1 \times 9}] \mathbf{X} + \mathbf{V}_2 \quad (14)$$

联立式(12,14)得到气压高度辅助的天文角度观测惯性/天文深组合法量测方程  $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{V}$ , 其中

$$H = \begin{bmatrix} \cos A_c & \sin A_c & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \vdots & -\cos A_c & -\cos L \sin A_c & \vdots & \mathbf{0}_{2 \times 10} \\ \tan h_c \sin A_c & \tan h_c \cos A_c & -1 & \vdots & \vdots & \vdots & \tan h_c \sin A_c & \cos L \tan h_c \cos A_c & -\sin L & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \mathbf{0}_{1 \times 8} & & & \vdots & & 1 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 9} \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 2.3 卡尔曼滤波及离散化

采用状态变量扩展,对系统噪声中的陀螺及加速度计非白噪声进行了处理,从而可采用卡尔曼滤波来实现惯性/天文的数据融合<sup>[8]</sup>。实现卡尔曼滤波,首先要对连续系统状态方程和量测方程做离散化处理,通常取 $\Phi(k, k-1)\Gamma(k, k-1)$ 为 $F(t)$ 和 $G(t)$ 的二阶泰勒级数展开。卡尔曼滤波的融合算法如下

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k, k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \\ \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \Phi_{k, k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k, k-1} \mathbf{P}_{k-1/k-1} \Phi_{k, k-1}^T + \Gamma_{k, k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k, k-1}^T \\ \mathbf{P}_{k/k} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k/k-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k]^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 分别为系统的噪声方差阵和量测方差阵。

## 3 仿真分析

模拟高空飞机的机动过程,飞行轨迹中含有有爬升、平飞和转弯等飞行状态,初始位置为北纬 $20^\circ$ 、东经 $110^\circ$ ,高度 $10\,000\text{ m}$ ;模拟中低精度惯导,其等效陀螺漂移 $0.1^\circ/\text{h}$ ,等效加速度零偏 $10^{-4}g$ ;陀螺一阶马尔可夫过程相关时间为 $3\,600\text{ s}$ ,加速度零偏一阶马尔可夫过程相关时间为 $1\,800\text{ s}$ 。天文导航系统观测误差 $10''$ ,气压高度计误差 $50\text{ m}$ ,每秒组合一次。设置滤波器初始值水平姿态误差 $180''$ ,航向误差 $720''$ ,速度误差 $0.5\text{ m/s}$ ,经纬度误差 $100\text{ m}$ ,高度误差 $50\text{ m}$ 。组合仿真时间 $3\,600\text{ s}$ 。

采用协方差分析方法评估滤波估计精度,并对比分析了单星和双星两种观测情况下的组合导航性能,对比结果如图2~4所示。通过图2~4的单星和双星观测条件对比,其滤波协方差曲线基本一致,说明即使不进行双星确定,仅获得一颗导航星进行惯性/天文组合也能获得较好的修正效果。而常规基于位置量测的惯性/天文组合导航,由于天文定位至少需要两颗导航星,因此采用基于角度观测的惯性/天文组合可以避免对导航星选星的要求,提高系统灵活性。图5~7给出了组合导航系统

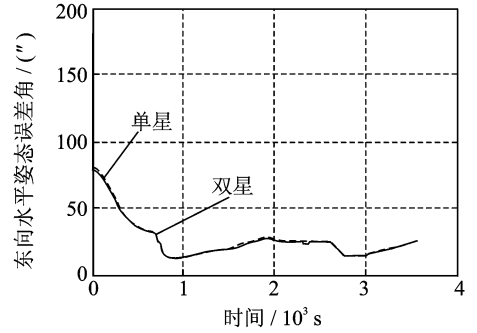


图2 东向水平姿态误差角

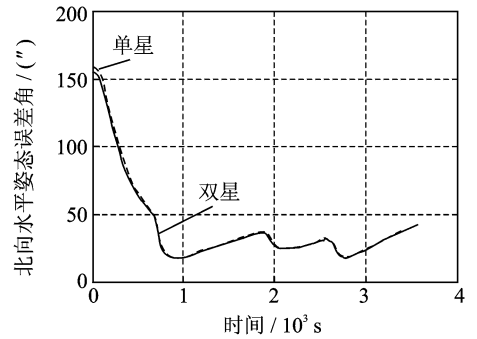


图3 北向水平姿态误差角

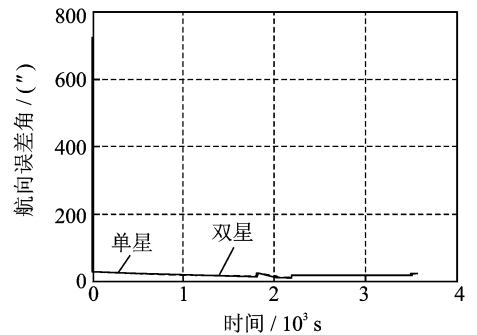


图4 航向误差角

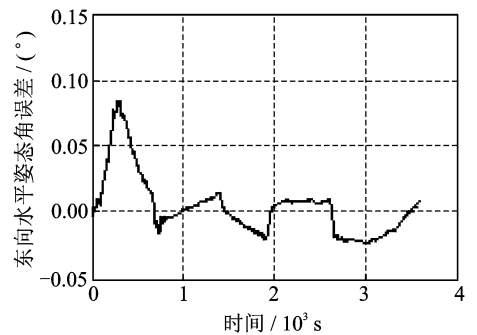


图5 东向水平姿态角误差

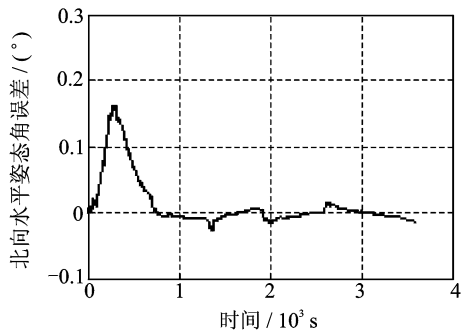


图6 北向水平姿态角误差

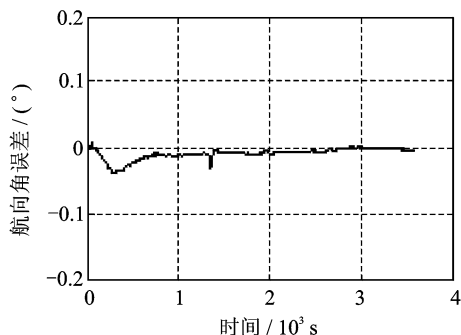


图7 航向角误差

姿态误差曲线,说明通过高度角和方位角度观测信息,可以有效消除惯导系统由于陀螺累积误差,提高惯导系统的姿态精度,验证算法的可行性。

## 4 结束语

本文针对基于惯导平台基准测星的惯性/天文组合导航系统进行研究,分析了姿态误差对天文观测角度量测的影响,提出基于天文观测角量测的机载惯性/天文深组合算法。该方法充分考虑了姿态误差对于天文观测的影响,可以有效修正惯导姿态误差,且能避免天文定位计算时,至少观测两颗星或在不同时刻观测同一颗星才能进行定位计算对选星的要求,提高了系统使用灵活性,具有较好的实用研究价值。

## 参考文献:

- [1] 王安国. 现代天文导航及其关键技术[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 2347-2352.
- [2] U S Naval observatory. Celestial augmentation of inertial navigation systems: a robust navigation alternative[R]. Washington: SPAWAR System Center 2000.
- [3] Atkinson D, Agnew J, Miller M. The B-2 navigation system[C]//Aerospace and Electronics Conference, Proceeding of the IEEE 1993 nation. Dayton, OH, USA; IEEE, 1993: 345-354.
- [4] Bae Bobf S, Schutz E. Geosciences laser altimeter system precision attitude determination[R]. Center for Space Research; The University of Texas at Austin, 2002: 148-154.
- [5] 房建成, 宁晓琳. 天文导航原理及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006: 264-266.
- [6] Liebe C C, Gromov K, Meller D M. Toward a stellar gyroscope for spacecraft attitude determination [J]. Journal of Guidance Control and dynamics, 2004, 27(1): 91-99.
- [7] Kaplan George H. Determining the position and motion of a vessel from celestial observations[J]. Navigation, Journal of the Institute of Navigation, 1995, 42 (4): 631-648.
- [8] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1994.
- [9] 熊智, 刘建业, 郁丰, 等. 基于天文角度观测的机载惯性/天文组合滤波算法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31 (2): 397-403.
- [10] 屈蕾, 刘建业, 熊智, 等. 基于数学基准修正的机载SINS/CNS组合定位算法[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(5): 574-579.
- [11] 以光衢. 惯性导航原理[M]. 北京: 航空工业出版社, 1987.
- [12] 于波, 陈云相, 郭秀中. 惯性技术[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994.