

# 考虑夹杂间相互影响的颗粒增强两相复合材料 等效热膨胀系数预测

陈康 许希武

(南京航空航天大学航空宇航学院,南京,210016)

**摘要:**基于热-机械载荷联合作用下两相颗粒复合材料的热力学响应特性,推导得到了材料的宏观等效热膨胀系数,给出的表达式中完全考虑了夹杂之间的相互影响,因此适用于大体积分数的复合材料体系。此外,还给出了在热-机械载荷联合作用下代表性体积单元(Representative volume element, RVE)、夹杂和基体中体积均匀化应力场和应变场的具体分布形式。本文的预测结果与已有的实验数据吻合很好,说明了该模型的有效性。

**关键词:**细观力学;等效热膨胀系数;颗粒增强复合材料;夹杂间相互影响

**中图分类号:** TB33      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2011)06-0718-05

## Effective Coefficient of Thermal Expansion Prediction of Two-Phase Particle-Reinforced Composites with Pair-Wise Particle Interactions

Chen Kang, Xu Xiwu

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The effective coefficient of thermal expansion is delivered based on the thermo-mechanical responses of two-phase particle-reinforced composites. The explicit expression with pair-wise particle interactions is suitable for composites with high particle volume fraction. Furthermore, the volume-averaged thermo-elastic stress/strain fields of representative volume element (RVE), reinforced-particles and matrix are also presented. The validity of the model is exhibited through the excellent coincidence with related experiment data.

**Key words:** micromechanics; effective coefficient of thermal expansion; particle-reinforced composites; pair-wise particle interactions

颗粒增强复合材料由于其优越的力学性能已经得到了广泛的应用和研究。准确地预报材料的宏观等效热力学参数是对复合材料进行性能评估、优化结构设计的前提。目前,大多数文献都是采用经典的细观力学方法预测颗粒增强复合材料的宏观等效热力学参数,即 Eshelby 等效夹杂理论、自洽理论、Mori-Tanaka 方法以及上下限理论,通过给代表性体积单元(Representative volume element, RVE)施加均匀边界条件,采用体积均匀化方法得到其宏观应力场和应变场,进而给出复合材料的宏

观等效热力学性能参数。孙涛<sup>[1]</sup>等提出了一种椭球三相胞元,并采用 Eshelby-Mori-Tanaka 方法预测了含脱粘界面的颗粒复合材料的有效热膨胀系数。Karadeniz 和 Kumlutas<sup>[2]</sup>提出了一种有限元单胞模型,并采用细观力学方法研究了纤维增强复合材料的等效热膨胀系数。Tolonen 和 Sjolind<sup>[3]</sup>基于试验结果对各种上下限理论预报的复合材料热膨胀系数进行了比较。梁军、杜善义等<sup>[4]</sup>使用 Mori-Tanaka 方法预测了含随机分布微裂纹的纤维增强复合材料的宏观热膨胀系数,分析了微裂纹缺陷对

**基金项目:**国家自然科学基金(10672075)资助项目。

**收稿日期:** 2011-04-29; **修订日期:** 2011-07-18

**通讯作者:** 许希武,男,教授,博士生导师,1963年生, E-mail: xwxu@nuaa.edu.cn。

材料热力学性能的影响规律。姚战军、郑坚等<sup>[5]</sup>提出了一种三相模型,并基于 Eshelby-Mori-Tanaka 方法预测了陶瓷颗粒增强的金属基复合材料涂层的热膨胀系数。然而,传统的细观力学方法由于没有充分考虑夹杂之间的相互作用,当增强相体积分数较大时,预测的宏观热力学参数往往存在较大的偏差。

Ju 和 Chen<sup>[6-7]</sup>基于 Eshelby 等效夹杂理论,推导了含任意分布颗粒增强复合材料的细观力学控制方程,并预测了材料的宏观等效力学性能参数。与传统的细观力学方法相比,Ju 和 Chen 的模型充分考虑了夹杂之间的相互作用,因此更加适合于预测夹杂体积分数较大的复合材料体系,但是没有考虑热-机械载荷的联合作用。在热-机械载荷联合作用下,Pierard<sup>[8]</sup>采用体积均匀化方法给出了复合材料热-弹性响应分析策略,通过“三步骤”可以将任意复合材料力学响应分析结果推广到热-机械载荷联合作用的情况。

本文在 Ju 和 Chen 以及 Pierard 的工作基础上,通过推导热-机械载荷联合作用下颗粒增强复合材料的热力学响应特性,推导得到了复合材料的宏观等效热膨胀系数,给出的表达式中完全考虑了夹杂之间的相互影响。此外,还给出了在热-机械载荷联合作用下 RVE、夹杂和基体中体积均匀化应力场和应变场的具体分布形式。本文的预测结果与已有的实验数据吻合很好,说明了该模型的有效性。

## 1 热力学响应控制方程

### 1.1 力学响应分析

由于复合材料细观结构的复杂性,精确得到增强相和基体的应力、应变场分布异常困难,经典的细观力学方法基于 RVE,采用体积均匀化方法得到其宏观应力场和应变场的分布形式,进而研究材料宏观等效热力学特性。本文首先基于 Ju 和 Chen 的方法,通过引入增强相的应变集中因子,推导在机械载荷作用下复合材料的力学响应。推导中采用下标 0 代表基体相,下标 1 代表夹杂相,无下标代表 RVE 体积均匀化物理量。首先定义夹杂相的应变集中因子  $A^e$

$$\bar{\epsilon}_1 = A^e; \bar{\epsilon} \quad (1)$$

Eshelby 等效夹杂理论认为:与基体材料不同的夹杂引起的扰动应变场等效于与基体材料相同且具有特定本征应变夹杂的扰动应变场,可以写成下面的形式

$$C_1(\bar{\epsilon}^0 + \bar{\epsilon}_1) = C_0(\bar{\epsilon}^0 + \bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}^*) \quad (2)$$

式中: $C_0$  和  $C_1$  分别表示基体和夹杂的弹性模量张量; $\bar{\epsilon}^0$  为作用于 RVE 边界上的均匀应变场; $\bar{\epsilon}^*$  为夹杂的本征应变; $\bar{\epsilon}_1$  表示夹杂的扰动应变场

$$\bar{\epsilon}_1 = S; \bar{\epsilon}^* + \bar{\epsilon}_1^p \quad (3)$$

式中: $S$  为夹杂的 Eshelby 张量,取决于基体的材料属性以及夹杂的几何形状。对于线弹性、各向同性基体材料,球形夹杂的 Eshelby 张量具有下面的形式

$$S_{ijkl} = \frac{1}{15(1-\nu_0)} [(5\nu_0 - 1)\delta_{ij}\delta_{kl} + (4 - 5\nu_0)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})]$$

将式(3)代入式(2)中,体积均匀化后得到

$$(-A - S); \bar{\epsilon}^* = \bar{\epsilon}^0 + \bar{\epsilon}_1^p \quad (4)$$

式中: $A = (C_1 - C_0)^{-1}; C_0$ 。经典的无限大基体中单夹杂问题没有考虑到夹杂之间的相互影响,即令  $\bar{\epsilon}_1^p = 0$ 。当夹杂相体积分数较大时,夹杂之间的相互影响就变得非常明显,因此为了准确地预测复合材料的力学响应,必须考虑夹杂之间的相互作用。式(4)中  $\bar{\epsilon}^*$  代表夹杂内部的体积均匀化本征应变场, $\bar{\epsilon}_1^p$  是由于夹杂之间相互影响而导致的夹杂内体积均匀化扰动应变场,通过 Ju 和 Chen<sup>[7]</sup>的推导, $\bar{\epsilon}_1^p$  可以表示成下面的形式

$$\bar{\epsilon}_1^p = (-A - S); (\mathbf{I} - \Gamma^{-1}); \bar{\epsilon}^* \quad (5)$$

式中,张量  $\Gamma$  的分量可以表示成  $\Gamma_{ijkl} = \gamma_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + \gamma_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$ 。参数的具体表达式为

$$\gamma_1 = \frac{5\phi}{96\beta^2} \left[ 12\nu_0(13-14\nu_0) - \frac{96\alpha}{3\alpha+2\beta}(1-2\nu_0)(1+\nu_0) \right]$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} + \frac{5\phi}{96\beta^2} \left[ 6(25-34\nu_0+22\nu_0^2) - \frac{36\alpha}{3\alpha+2\beta}(1-2\nu_0)(1+\nu_0) \right]$$

$$\alpha = \left[ 2(5\nu_0-1) + 10(1-\nu_0) \cdot \left( \frac{\kappa_0}{\kappa_1-\kappa_0} - \frac{\mu_0}{\mu_1-\mu_0} \right) \right]$$

$$\beta = \left[ 2(4-5\nu_0) + 15(1-\nu_0) \cdot \frac{\mu_0}{\mu_1-\mu_0} \right]$$

式中: $\nu_0$ 、 $\kappa_0$  和  $\mu_0$  分别为基体的泊松比、体积模量和剪切模量; $\phi$ 、 $\kappa_1$  和  $\mu_1$  分别为增强颗粒的体积分数、体积模量和剪切模量。结合式(4)和式(5)可以得到

$$\bar{\epsilon}^0 = (-A - S); \Gamma^{-1}; \bar{\epsilon}^* \quad (6)$$

假设 RVE 中所有夹杂几何形状相同、排列方向一致, Ju 和 Chen<sup>[6]</sup>给出了 RVE 的体积均匀化应变场的表达式

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^0 + \phi S; \bar{\epsilon}^* \quad (7)$$

式中, $\phi$  为增强相的体积分数。将式(6)代入式(7)中,得到

$$\bar{\epsilon} = [(-A - S); \Gamma^{-1} + \phi S]; \bar{\epsilon}^* \quad (8)$$

由 Eshelby 等效夹杂理论得到夹杂的体积均匀化应变场  $\bar{\epsilon}_1 = -A; \bar{\epsilon}^*$  代入式(8)得到

$$\bar{\varepsilon}_1 = -\mathbf{A} : [(-\mathbf{A} - \mathbf{S}) : \Gamma^{-1} + \phi \mathbf{S}]^{-1} : \bar{\varepsilon} \quad (9)$$

结合式(1)的定义得到增强相应变集中因子的具体表达式

$$\mathbf{A}^\varepsilon = -\mathbf{A} : [(-\mathbf{A} - \mathbf{S}) : \Gamma^{-1} + \phi \mathbf{S}]^{-1} \quad (10)$$

综上推导,可以得到RVE中体积均匀化应变场和应力场

$$\bar{\varepsilon} = [\mathbf{I} - \phi \mathbf{S} : \Gamma : (\mathbf{A} + \mathbf{S})^{-1}] : \varepsilon^0 \quad (11a)$$

$$\bar{\sigma} = [\mathbf{C}_0 : (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) + \phi \mathbf{C}_1 : \mathbf{A}^\varepsilon] : \bar{\varepsilon} \quad (11b)$$

由于在上面的推导过程中充分考虑了夹杂之间的相互影响,因此,与传统的细观力学方法相比,更加适用于增强相体积分数较大的复合材料体系。另外,值得强调的是,上面的结果仅仅适用于所有夹杂几何形状相同且排列方向一致的情况,对于具有不同几何形状的多相夹杂或者具有不同排列方向的单相夹杂,应该采用Tandon和Weng<sup>[9]</sup>提出的“取向平均化”方法对式(7)中恒定的Eshelby张量 $\mathbf{S}$ 进行修正,由于过程的复杂性这里不再详细讨论。

## 1.2 热力学响应分析

在机械载荷 $\bar{\varepsilon}^0$ 和变温 $\bar{\theta}$ 的联合作用下,RVE具有宏观应变场 $\bar{\varepsilon}$ 和变温场 $\bar{\theta}$ ,其宏观应力场 $\bar{\sigma}$ 可以写成下面的形式

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C}^* : \bar{\varepsilon} + \beta^* \bar{\theta} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{C}^*$ 为等效模量张量; $\beta^* = -\mathbf{C}^* : \alpha^*$ , $\alpha^*$ 为等效热膨胀系数张量。对于各向同性材料, $\alpha_{ij}^* = \alpha^* \delta_{ij}$ , $\alpha^*$ 为等效热膨胀系数。下面采用Pierard的“三步骤”策略,将上面的力学响应分析结果推广,进而得到在热-机械载荷联合作用下材料的热力学响应特性。

**步骤1** 令 $\bar{\varepsilon}^1 = \bar{\varepsilon}$ , $\bar{\theta}^1 = 0$ 。该情况对应于上面给出的力学响应分析,即RVE具有宏观应变场 $\bar{\varepsilon}$ ,由式(9~10)的分析给出下面的控制方程

$$\bar{\sigma}_0^1 = \mathbf{C}_0 : \bar{\varepsilon}_0^1, (1 - \phi) \bar{\varepsilon}_0^1 = (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) : \bar{\varepsilon} \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}_1^1 = \mathbf{C}_1 : \bar{\varepsilon}_1^1, \bar{\varepsilon}_1^1 = \mathbf{A}^\varepsilon : \bar{\varepsilon} \quad (14)$$

**步骤2** 令 $\bar{\varepsilon}^2 = \Delta \bar{\varepsilon}^2$ , $\bar{\theta}^2 = \bar{\theta}$ 。即RVE具有宏观均匀应变场 $\Delta \bar{\varepsilon}^2$ 和变温场 $\bar{\theta}$ ,Pierard指出该步骤应保证基体和夹杂具有相同的应力、应变场分布

$$\Delta \bar{\varepsilon}_0^2 = \Delta \bar{\varepsilon}_1^2 = \Delta \bar{\varepsilon}^2, \Delta \bar{\sigma}_0^2 = \Delta \bar{\sigma}_1^2 = \Delta \bar{\sigma}^2 \quad (15)$$

$$\Delta \bar{\sigma}^2 = \mathbf{C}_0 : \Delta \bar{\varepsilon}^2 + \beta_0 \bar{\theta} = \mathbf{C}_1 : \Delta \bar{\varepsilon}^2 + \beta_1 \bar{\theta} \quad (16)$$

由式(16)得到

$$\Delta \bar{\varepsilon}^2 = -(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : (\beta_1 - \beta_0) \bar{\theta} \quad (17)$$

**步骤3** 令 $\bar{\varepsilon}^3 = \Delta \bar{\varepsilon}^3$ , $\bar{\theta}^3 = 0$ ,即RVE具有宏观均匀应变场 $\Delta \bar{\varepsilon}^3$ ,该情况对应于上面的力学响应分析,具有下面的控制方程

$$\Delta \bar{\sigma}_0^3 = \mathbf{C}_0 : \Delta \bar{\varepsilon}_0^3, (1 - \phi) \Delta \bar{\varepsilon}_0^3 = (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) : \Delta \bar{\varepsilon}^3 \quad (18)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_1^3 = \mathbf{C}_1 : \Delta \bar{\varepsilon}_1^3, \Delta \bar{\varepsilon}_1^3 = \mathbf{A}^\varepsilon : \Delta \bar{\varepsilon}^3 \quad (19)$$

显然,上述“三步骤”之后,RVE具有宏观均匀应变场 $\bar{\varepsilon}$ 和变温场 $\bar{\theta}$ ,基体、夹杂以及RVE的体积均匀化应力场和应变场分别可以表示如下

$$\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}_0^1 + \sum_{i=2}^3 \Delta \bar{\sigma}_0^{si}, \bar{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}_0^1 + \sum_{i=2}^3 \Delta \bar{\varepsilon}_0^{si} \quad (20)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1^1 + \sum_{i=2}^3 \Delta \bar{\sigma}_1^{si}, \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_1^1 + \sum_{i=2}^3 \Delta \bar{\varepsilon}_1^{si} \quad (21)$$

$$\bar{\sigma} = (1 - \phi) \bar{\sigma}_0 + \phi \bar{\sigma}_1, \bar{\varepsilon} = (1 - \phi) \bar{\varepsilon}_0 + \phi \bar{\varepsilon}_1 \quad (22)$$

另外,从式(22)中可以得到

$$\Delta \bar{\varepsilon}^3 = -\Delta \bar{\varepsilon}^2 = (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : (\beta_1 - \beta_0) \bar{\theta} \quad (23)$$

上面的推导过程基于Ju和Chen关于机械载荷作用下颗粒增强复合材料力学响应的分析结果,采用Pierard提出的“三步骤”分析方法,得到了在热-机械载荷联合作用下颗粒增强复合材料的热力学响应特性,推导过程中直接考虑了夹杂之间的相互影响。

## 2 结果和讨论

在充分考虑夹杂间相互影响的前提下,基于上述推导得到的颗粒增强复合材料宏观热力学响应特性,给出复合材料的宏观等效热膨胀系数表达式。首先,从上面的推导中可以得到RVE中体积均匀化应力场

$$\bar{\sigma} = [\mathbf{C}_0 : (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) + \phi \mathbf{C}_1 : \mathbf{A}^\varepsilon] : \bar{\varepsilon} + \left[ (1 - \phi) \beta_0 + \phi \beta_1 + \phi (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0) \right] : \bar{\theta} \quad (24)$$

结合式(12)可以得到等效模量张量和等效热膨胀系数张量

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}_0 : (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) + \phi \mathbf{C}_1 : \mathbf{A}^\varepsilon \quad (25)$$

$$\beta^* = (1 - \phi) \beta_0 + \phi \beta_1 + \phi (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0) :$$

$$(\mathbf{A}^\varepsilon - \mathbf{I}) : (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : (\beta_1 - \beta_0) \quad (26)$$

$$\alpha^* = -\mathbf{C}^{*-1} : \beta^* \quad (27)$$

综上,进一步得到颗粒复合材料在热-机械载荷联合作用下RVE、基体以及夹杂的体积均匀化应变场和应力场的具体分布形式

$$\bar{\varepsilon} = [\mathbf{I} - \phi \mathbf{S} : \Gamma : (\mathbf{A} + \mathbf{S})^{-1}] : \varepsilon^0 + \alpha^* \bar{\theta} \quad (28a)$$

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C}^* : \bar{\varepsilon} + \beta^* \bar{\theta} \quad (28b)$$

$$(1 - \phi) \bar{\varepsilon}_0 = (\mathbf{I} - \phi \mathbf{A}^\varepsilon) : \bar{\varepsilon} - \phi (\mathbf{A}^\varepsilon - \mathbf{I}) :$$

$$(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0)^{-1} : (\beta_1 - \beta_0) \bar{\theta} \quad (29a)$$

$$\bar{\sigma}_0 = \mathbf{C}_0 : \bar{\varepsilon}_0 + \beta_0 \bar{\theta} \quad (29b)$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = A^\varepsilon; \bar{\varepsilon} + (A^\varepsilon - I); (C_1 - C_0)^{-1};$$

$$(\beta_1 - \beta_0) \bar{\theta} \quad (30a)$$

$$\bar{\sigma}_1 = C_1; \bar{\varepsilon}_1 + \beta_1 \bar{\theta} \quad (30b)$$

式中 $\bar{\varepsilon}^0$ 和 $\bar{\theta}$ 分别表示机械载荷和温度载荷。由式(26,27)可以得到在充分考虑夹杂间相互影响的情况下,颗粒增强复合材料宏观等效热膨胀系数的表达式

$$\alpha^* = \alpha_0 \frac{\kappa_0}{\kappa^*} + \frac{1}{\kappa^*} (\alpha_1 \kappa_1 - \alpha_0 \kappa_0) \frac{\kappa^* - \kappa_0}{\kappa_1 - \kappa_0} \quad (31)$$

式中: $\alpha_0$ 和 $\kappa_0$ 分别为基体的热膨胀系数和体积模量; $\alpha_1$ 和 $\kappa_1$ 分别为增强相颗粒的热膨胀系数和体积模量; $\kappa^*$ 为复合材料的等效体积模量。可以通过式(25)得到

$$\kappa^* = \kappa_0 \left[ 1 + \frac{30(1 - \nu_0)\phi(3\gamma_1 + 2\gamma_2)}{3\alpha + 2\beta - 10(1 + \nu_0)\phi(3\gamma_1 + 2\gamma_2)} \right] \quad (32)$$

式中 $\nu_0$ 为基体的泊松比。因为 $\alpha_{ij}^* = \alpha^* \delta_{ij}$ ,由式(28a)可以看出对于宏观各向同性材料,热力学响应只体现在热响应和三向等幅力学响应的耦合,也就是说温度载荷不会引起材料的宏观剪切变形。另外,如果令 $\bar{\varepsilon}^0 = 0$ ,则可以得到在温度载荷作用下RVE、基体和夹杂的体积均匀化热应力场和热应变场的分布形式。

众所周知,Kerner模型由于其有效性已经被广泛认可并应用于复合材料的宏观等效热力学性能参数预测。Kerner模型基于经典的Eshelby单夹杂等效理论,因此忽略了多夹杂之间的相互影响,其预测的颗粒增强复合材料等效热膨胀系数为

$$\alpha^* = \alpha_0 + \frac{\phi \kappa_1 (\alpha_1 - \alpha_0) (3\kappa_0 + 4\mu_0)}{\kappa_0 (3\kappa_1 + 4\mu_0) + 4\phi \mu_0 (\kappa_1 - \kappa_0)} \quad (33)$$

已有的实验表明,当颗粒复合材料中夹杂的体积分数过大时,颗粒与基体相互镶嵌渗透成网状结构,观察不到明显的颗粒相和基体相,导致细观力学方法失效。Zuiker<sup>[10]</sup>认为该网状细观结构形成的极限颗粒体积分数可以近似取为20%。本文为了确保细观力学方法的有效性,采用最大颗粒体积分数为25%的实验数据说明本文模型的有效性。下面分别采用(1)Holliday和Robinson<sup>[11]</sup>的实验数据:铝颗粒增强/环氧树脂基体复合材料,组份参数: $E_{Al} = 70 \text{ GPa}$ , $\nu_{Al} = 0.34$ , $\alpha_{Al} = 22.4 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $E_{Epoxy} = 3.5 \text{ GPa}$ , $\nu_{Epoxy} = 0.36$ , $\alpha_{Epoxy} = 60.3 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (2)区焕文<sup>[12]</sup>的实验数据:玻璃珠颗粒增强/环氧树脂基体复合材料,组份参数: $E_{glass} = 74.9 \text{ GPa}$ ,

$\nu_{glass} = 0.20$ , $\alpha_{glass} = 8.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $E_{Epoxy} = 3.7 \text{ GPa}$ , $\nu_{Epoxy} = 0.39$ , $\alpha_{Epoxy} = 56 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ 。实验数据、Kerner模型以及本文模型的预测结果分别见图1,2。

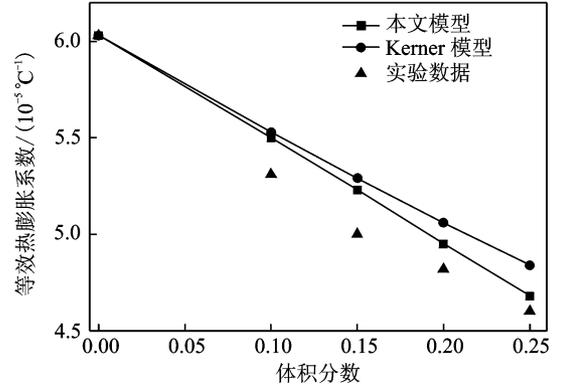


图1 铝颗粒/环氧树脂复合材料等效热膨胀系数

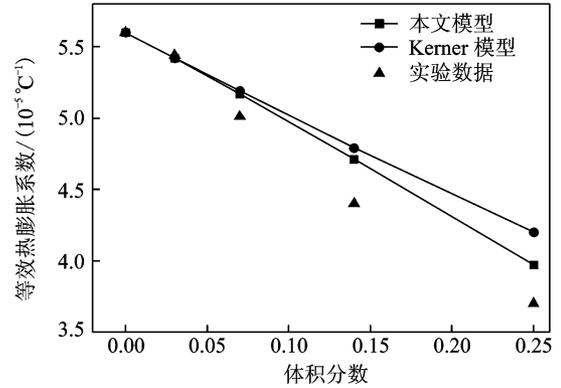


图2 玻璃珠/环氧树脂复合材料等效热膨胀系数

从图1,2中可以看出,当颗粒体积分数较小时(对于铝颗粒/环氧树脂复合材料铝的体积分数小于10%,对于玻璃珠颗粒/环氧树脂复合材料玻璃珠的体积分数小于5%,忽略颗粒间相互影响的Kerner模型和本文模型的预测结果基本一致,说明该情况下可以忽略夹杂之间的相互影响。当颗粒体积分数较大时,虽然本文预测结果与Kerner模型的预测结果高于实验测量值,但要比Kerner模型的预测结果更接近实验数据。进一步分析得到:对于铝/环氧树脂复合材料,两种模型的预测误差在颗粒体积分数为15%时达到最大值,本文模型为4.60%,Kerner模型为5.80%;对于玻璃珠/环氧树脂复合材料颗粒体积分数为25%时,两种模型的预测误差达到最大,本文模型为7.30%,Kerner模型为13.51%。从而进一步说明了当颗粒体积分数较大时,为了更加准确地预测颗粒复合材料的宏观等效热膨胀系数,就应该考虑夹杂之间的相互影响。

### 3 结束语

本文在Ju和Chen以及Pierard的工作基础上,通过推导热-机械载荷联合作用下颗粒增强复合材料的热力学响应特性,推导得到了复合材料的宏观等效热膨胀系数,给出的表达式中完全考虑了夹杂之间的相互影响。通过与已有的实验数据对比说明:当增强颗粒体积分数较小时,可以忽略夹杂之间的相互影响;当颗粒体积分数较大时,为了更加有效地预测材料的宏观等效热力学参数,就应该考虑颗粒之间的相互影响。此外,还给出了在热-机械载荷联合作用下RVE,夹杂和基体中体积均匀化应力场和应变场的具体分布形式。

本文的推导过程中假设复合材料完好,没有任何的初始损伤,但是复合材料在成型过程中总是会出现一些损伤形式,比如基体中的微孔洞以及可能出现的界面弱化等现象,这些因素对材料的宏观等效热力学参数以及热力学响应的影响,还有待进一步的研究和探讨。

#### 参考文献:

- [1] 孙涛,钟国辉,倪新华,等.含脱粘界面颗粒性复合材料的有效热膨胀系数[J].固体力学学报,2010,31(S):17-20.
- [2] Karadeniz Z H, Kumlutas D. A numerical study on the coefficients of thermal expansion of fiber reinforced composite materials [J]. Composite Structures, 2007, 78(1): 1-10.
- [3] Tolonen H, Sjolind S G. Effect of mineral fibers on properties of composite matrix materials [J]. Mechanics of Composite Materials, 1995, 31(5): 435-445.
- [4] 梁军,杜善义,许兴利,等.含缺陷纤维增强复合材料热膨胀系数预报[J].哈尔滨工业大学学报,1997,29(3):236-238.
- [5] 姚战军,郑坚,倪新华,等.椭球形陶瓷颗粒增强镍基合金复合涂层热膨胀系数预报[J].兵器材料科学与工程,2006,29(4):34-36.
- [6] Ju J W, Chen T M. Micromechanics and effective moduli of elastic composites containing randomly dispersed ellipsoidal inhomogeneities [J]. Acta Mechanica, 1994, 103(1/4): 103-121.
- [7] Ju J W, Chen T M. Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities [J]. Acta Mechanica, 1994, 103(1/4): 123-144.
- [8] Pierard O, Friebel C, Doghri I. Mean-field homogenization of multi-phase thermo-elastic composites: a general framework and its validation [J]. Composites Science and Technology, 2004, 64(10/11): 1587-1603.
- [9] Tandon G P, Weng G J. Average stress in the matrix and effective moduli of randomly oriented composites [J]. Composite Science and Technology, 1986, 27(2): 111-132.
- [10] Zuiker J R. Functionally graded materials: Choice of micromechanics model and limitations in property variation [J]. Composites Engineering, 1995, 5(7): 807-819.
- [11] Holliday L, Robinson J. The thermal expansion of composites based on polymers [J]. Journal of Materials Science, 1973, 8(3): 301-311.
- [12] 区焕文,洗定国.等效介质理论数值法计算复合材料的热膨胀系数[J].复合材料学报,1995,12(2):52-58.