

变形翼的分布式协同控制方案

吴俊 陆宇平

(南京航空航天大学自动化学院,南京,210016)

摘要:搭建了一个基于相互作用的智能体阵列的变形翼模型。针对该模型,提出了一种分布式协同控制方案,以驱动翼面准确平滑地变形至期望翼型。分析变形翼系统在采样通信约束下的稳定性,给出了基于Lyapunov-Krasovskii稳定性理论的稳定性判据。利用锥补线性化方法,提出了控制器设计的算法。最后使用Matlab进行变形翼的仿真,结果证明了提出方法的可行性。

关键词:变形翼;多智能体系统;分布式控制;协同控制;系统稳定性

中图分类号:TP24 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-2615(2011)04-0515-06

Distributed Coordinated Control Scheme of Morphing Wings

Wu Jun, Lu Yuping

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: It is investigated that the control problems of morphing wings. Firstly, a morphing wing using interacting agent arrays is modeled. Based on this model, a distributed coordinated control scheme is proposed, which can make sure that the airfoil deforms smoothly until it becomes the expected shape. Then analyzing the stability of morphing wing system with sampled communication, a stability criterion is derived by Lyapunov-Krasovskii stability theorem. Using the cone complementary linearization method, an algorithm is proposed to design the controller. Finally, simulation examples of the morphing wing system are carried out by using Matlab. The results verify the proposed approach.

Key words: morphing wing; multi-agent systems; distributed control; cooperative control; system stability

变体飞行器能够增加续航时间、提高隐身性能、扩大飞行包线和执行不同的任务,因而受到了各国高度的重视。国外已经开展的变体飞行器项目有:任务自适应机翼(Mission adaptive wing, MAW)研究计划^[1]、主动柔性机翼(Active flexible wing, AFW)计划^[2]、主动气动弹性翼(Active aeroelastic wing, AAW)计划^[3]、变体飞行器结构(Morphing aircraft structures, MAS)计划^[4]和主动气动弹性飞行器结构(Active aeroelastic aircraft structures, 3AS)^[5]等。这些变体飞行器通常使用大量体积小、专用性低、分布式的驱动器和传感器阵列,来代替传统的集中驱动方式,从而提高飞行

器的气动效率、加快响应速度、增大冗余度和扩展性。但这种结构也带来了许多控制方面的问题。

首先,变形翼的控制关键要考虑作动器间的协作问题,即要使翼面平滑地变形。变形机动中翼面若不保持平滑地运动,不仅使气动性能变差,还可能出现单个作动器运动过快而导致蒙皮破损的严重后果。其次,实现协同控制的一个必要条件是作动器装置之间能够通过通信网络交换信息。这样,变形翼系统就同时表现出连续和离散两种动态特性:作动器装置是连续的,而控制器决定何时发送什么信息是离散的。再次,变形翼系统的行为不仅取决于单个作动器的动力学特性,还取决于它们之

间的互连结构。除此以外,有限的信道数据率必然会导致不可忽略的通信时延。

关于分布式协同控制技术,国内外学者已经开展了大量的工作。Fax^[6]和Murray^[7]等人将图论和Nyquist稳定性判据用于协同控制之中。基于他们的研究, Kim等人^[8]提出了一种基于采样通信的分布式编队控制方案。该方案局限于单输入单输出系统。Massioni等人^[9]为互连的同构子系统设计了分布式控制器。其只适合无时滞系统。Munz等人^[10]研究了互连的二阶时滞系统的稳定性。但其中采用的是时间连续的通信网络,而不是采样通信网络。

本文研究了上述问题。提出一种分布式协同控制方案来控制变形翼系统。给出了系统渐近稳定的充分条件以及设计控制器的方法。

概念: I_N 表示 $N \times N$ 单位阵。 M^T 和 $\text{Tr}(M)$ 表示矩阵 M 的转置和迹。对一个Hermite矩阵, $M > 0$, $M \geq 0$ 和 $M < 0$ 表示 M 正定、正半定和负定。 \otimes 表示Kronecker积。

1 变形翼模型及控制方案

参考ICE (Innovative control effector) 飞机^[11], 本文采用电机致动, 搭建了一个基于舵机阵列的变形翼模型, 如图1所示。这是个多智能体系统, 每个电动舵机连同传感器和局部控制器构成一个智能体。它们固定在一块位于机翼中间的轻质薄板上, 通过CAN (Controller area network) 总线相互发送局部信息。电动舵机上覆有蒙皮, 智能体的运动带动蒙皮产生翼型变化。

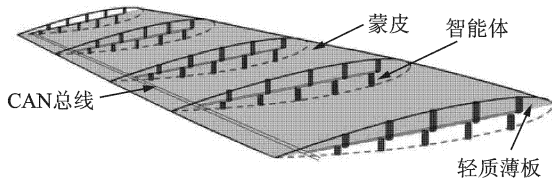


图1 变形翼结构图

假设有 $m \times n$ 的智能体阵列分布在轻质薄板的上表面, 如图2所示, 记为 P_1, P_2, \dots, P_{mn} 。第 i 个智能体的连续动态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}u_i(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_{\text{PWM}}K_m}{i_m T_m} \end{bmatrix}$, T_m 为舵机的时间常数, K_m 为舵机的传递系数, K_{PWM} 为PWM驱动器的拟放大线性系数, i_m 为减速比; $\mathbf{x}_i = [\bar{r}_i \quad v_i]^T$ 为 P_i 的状态, $\bar{r}_i = r_i - r_i^d$; r_i, r_i^d, v_i 和 u_i 均

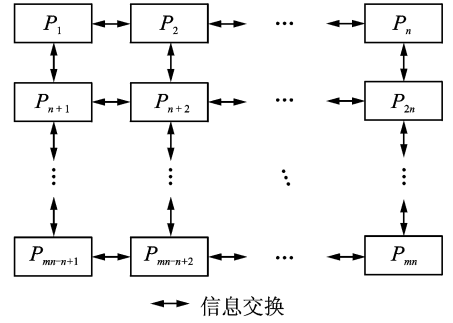


图2 智能体相邻关系图

为实数, 分别表示位移、目标位移、速度和控制输入。

针对所搭建的变形翼模型, 考虑控制方案如下: 智能体的输出每隔 T s被采样一次, 采样数据经过通信延时 τ s后传送到相邻的智能体。局部控制器根据收到的采样数据, 结合控制律, 产生一个控制力信号。零阶保持器将此离散的控制力信号转化成连续的控制输入, 来驱动智能体运动。这样, 全局系统便形成了闭环结构。其中, 局部控制器的控制律为

$$u_i(t) = \mathbf{K}_1 \mathbf{x}_i(kT) + \mathbf{K}_2 \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \frac{1}{D(i)} [\mathbf{x}_i(kT) - \mathbf{x}_j(kT)] \quad (2)$$

$$t \in [kT + \tau, (k+1)T + \tau)$$

式中: $\mathbf{K}_1 \in \mathbf{R}^2, \mathbf{K}_2 \in \mathbf{R}^2$; $\mathcal{S}_i \subset [1, mn] \setminus \{i\}$ 表示与第 i 个智能体相邻的智能体的集合; $D(i)$ 表示集合 \mathcal{S}_i 的势。式(2)中的第一项用来驱动智能体至目标位置; 第二项用于协调相邻智能体的位移与速度变化。

2 系统稳定性分析

令 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_{mn}^T]^T, \mathbf{U} = [u_1, u_2, \dots, u_{mn}]^T$ 分别表示变形翼系统的全局状态和输入, 由式(1, 2)得到变形翼系统的状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = (\mathbf{I}_{mn} \otimes \mathbf{A})\mathbf{X}(t) + (\mathbf{I}_{mn} \otimes \mathbf{B})\mathbf{U}(t)$$

$$\mathbf{U}(t) = (\mathbf{I}_{mn} \otimes \mathbf{K}_1)\mathbf{X}(kT) + (\mathbf{L} \otimes \mathbf{K}_2)\mathbf{X}(kT)$$

$$t \in [kT + \tau, (k+1)T + \tau) \quad (3)$$

其中Laplacian矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{mn \times mn}$ 定义为

$$\mathbf{L}(i, j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ -\frac{1}{D(i)} & j \in \mathcal{S}_i \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

文献[6]中的定理3表明, 系统(3)稳定当且仅当 mn 个子系统

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}u_i(t)$$

$$u_i(t) = (\mathbf{K}_1 + \lambda_i \mathbf{K}_2) \mathbf{x}_i(kT) \\ t \in [kT + \tau, (k+1)T + \tau) \quad (4)$$

同时稳定,其中 λ_i 为 L 的特征值。

假设 $\tau = dT, d=1, 2, \dots$ 。闭环系统(4)加入零阶保持器后表示为

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{H}(\mathbf{K}_1 + \lambda_i \mathbf{K}_2) \mathbf{x}_i(k-d) \quad (5)$$

其中:
$$\begin{cases} \mathbf{G} = e^{AT} \\ \mathbf{H} = \left(\int_0^T e^{At} dt \right) \mathbf{B} \end{cases}$$

稳定性定理描述如下。

定理1 若存在正定矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$, 以及 2×2 矩阵 $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ 使

$$\begin{bmatrix} \phi_1 & \mathbf{W}_1^T - \mathbf{R}_1 & d\mathbf{R}_1 & d(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} & \mathbf{G}^T \mathbf{P} \\ * & \phi_2 & d\mathbf{W}_1 & d\bar{\mathbf{K}}^T \mathbf{H}^T \mathbf{Z} & \bar{\mathbf{K}}^T \mathbf{H}^T \mathbf{P} \\ * & * & -d\mathbf{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\mathbf{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_3 & \mathbf{W}_2^T - \mathbf{R}_2 & d\mathbf{R}_2 & d(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} & \mathbf{G}^T \mathbf{P} \\ * & \phi_4 & d\mathbf{W}_2 & d\mathbf{K}_1^T \mathbf{H}^T \mathbf{Z} & \mathbf{K}_1^T \mathbf{H}^T \mathbf{P} \\ * & * & -d\mathbf{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\mathbf{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

则变形翼系统(3)渐近稳定,其中

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \mathbf{Q}_1 - \mathbf{P} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1^T \\ \phi_2 &= -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_1^T \\ \phi_3 &= \mathbf{Q}_2 - \mathbf{P} + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_2^T \\ \phi_4 &= -\mathbf{Q}_2 - \mathbf{W}_2 - \mathbf{W}_2^T \\ \bar{\mathbf{K}} &= \mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 \end{aligned}$$

证明: 选择一个关于系统(5)的Lyapunov-Krasovskii泛函

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}_1(k) + \mathbf{V}_2(k) + \mathbf{V}_3(k) \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1(k) &= \mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}_i(k) \\ \mathbf{V}_2(k) &= \sum_{j=k-d}^{k-1} \mathbf{x}_i^T(j) \mathbf{Q} \mathbf{x}_i(j) \\ \mathbf{V}_3(k) &= \sum_{l=-d}^{-1} \sum_{j=k+l}^{k-1} \delta \mathbf{x}_i^T(j) \mathbf{Z} \delta \mathbf{x}_i(j) \\ \delta \mathbf{x}_i(j) &= \mathbf{x}_i(j+1) - \mathbf{x}_i(j) \\ \mathbf{P} > 0, \mathbf{Q} > 0, \mathbf{Z} > 0 \end{aligned}$$

定义前向差分 $\Delta \mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k+1) - \mathbf{V}(k)$ 。令 $\bar{\mathbf{H}}_i = \mathbf{H}(\mathbf{K}_1 + \lambda_i \mathbf{K}_2)$, 沿着式(5)的解有

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}_1(k) &= \mathbf{x}_i^T(k-d) \bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{P} \mathbf{G} \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{x}_i^T(k) \cdot \\ &\quad \mathbf{G}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d) + \mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G} - \mathbf{P}) \mathbf{x}_i(k) + \\ &\quad \mathbf{x}_i^T(k-d) \bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{V}_2(k) = \frac{1}{d} \sum_{j=k-d}^{k-1} [\mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_i^T(k-d) \cdot \mathbf{Q} \mathbf{x}_i(k-d)] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}_3(k) &= \frac{1}{d} \sum_{j=k-d}^{k-1} [d\mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} (\mathbf{G} - \mathbf{I}_2) \cdot \\ &\quad \mathbf{x}_i(k) + d\mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d) + \\ &\quad d\mathbf{x}_i^T(k-d) \bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{Z} (\mathbf{G} - \mathbf{I}_2) \mathbf{x}_i(k) + d\mathbf{x}_i^T(k-d) \cdot \\ &\quad \bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{Z} \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d) - d\delta \mathbf{x}_i^T(j) \mathbf{Z} \delta \mathbf{x}_i(j)] \end{aligned} \quad (11)$$

对于 2×2 矩阵 \mathbf{R}, \mathbf{W} , 式(12)成立

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{W}^T - \mathbf{R}) \mathbf{x}_i(k-d) + \mathbf{x}_i^T(k-d) \cdot \\ (\mathbf{W} - \mathbf{R}^T) \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{R} + \mathbf{R}^T) \mathbf{x}_i(k) - \\ \mathbf{x}_i^T(k-d) (\mathbf{W} + \mathbf{W}^T) \mathbf{x}_i(k-d) = \\ \sum_{j=k-d}^{k-1} [\delta \mathbf{x}_i^T(j) \mathbf{W}^T \mathbf{x}_i(k-d) + \mathbf{x}_i^T(k-d) \cdot \\ \mathbf{W} \delta \mathbf{x}_i(j) + \mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{R} \delta \mathbf{x}_i(j) + \delta \mathbf{x}_i^T(j) \mathbf{R}^T \mathbf{x}_i(k)] \end{aligned} \quad (12)$$

将式(12)代入式(9), 结合 $\Delta \mathbf{V}_2(k)$ 和 $\Delta \mathbf{V}_3(k)$ 可得

$$\Delta \mathbf{V}(k) = \frac{1}{d} \sum_{j=k-d}^{k-1} \chi_i^T \Phi(\lambda_i) \chi_i$$

其中

$$\Phi(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \phi_5 & \mathbf{W}^T - \mathbf{R} & d\mathbf{R} & d(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} & \mathbf{G}^T \mathbf{P} \\ * & \phi_6 & d\mathbf{W} & d\bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{Z} & \bar{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{P} \\ * & * & -d\mathbf{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\mathbf{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\chi_i = [\mathbf{x}_i^T(k), \mathbf{x}_i^T(k-d), -\delta \mathbf{x}_i^T(j), \beta_i^T, \gamma_i^T]^T$$

$$\beta_i = (\mathbf{G} - \mathbf{I}_2) \mathbf{x}_i(k) + \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d)$$

$$\phi_6 = -\mathbf{Q} - \mathbf{W} - \mathbf{W}^T$$

$$\gamma_i = \mathbf{G} \mathbf{x}_i(k) + \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{x}_i(k-d)$$

$$\phi_5 = \mathbf{Q} - \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{R}^T$$

根据Lyapunov-Krasovskii稳定性理论^[12], 若 $\Phi(\lambda_i) < 0$, 则系统(5)渐近稳定。

从文献[6]中发现, L 的特征值均为实数, 且最大值为2, 最小值为0。任取 λ_i , 有 $\lambda_i = \alpha \times 2, \alpha \in [0, 1]$ 。若存在正定矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Z}$ 和 2×2 矩阵 $\mathbf{W}_1, \mathbf{R}_1$ 使

$$\Phi(0) < 0 \quad (14)$$

正定矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Z}$ 和 2×2 矩阵 $\mathbf{W}_2, \mathbf{R}_2$ 使

$$\Phi(2) < 0 \quad (15)$$

则可得如下LMI (Linear matrix inequality)

$$(1 - \alpha)\Phi(0) + \alpha\Phi(2) =$$

$$\begin{bmatrix} \psi_7 & \mathbf{W}_3^T - \mathbf{R}_3 & d\mathbf{R}_3 & d(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T \mathbf{Z} & \mathbf{G}^T \mathbf{P} \\ * & \psi_8 & d\mathbf{W}_3 & d\overline{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{Z} & \overline{\mathbf{H}}_i^T \mathbf{P} \\ * & * & -d\mathbf{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\mathbf{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中

$$\psi_7 = \mathbf{Q}_3 - \mathbf{P} + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_3^T, \psi_8 = -\mathbf{Q}_3 - \mathbf{W}_3 - \mathbf{W}_3^T, \\ \mathbf{Q}_3 = (1 - \alpha)\mathbf{Q}_1 + \alpha\mathbf{Q}_2 > 0, \mathbf{R}_3 = (1 - \alpha)\mathbf{R}_1 + \alpha\mathbf{R}_2, \\ \mathbf{W}_3 = (1 - \alpha)\mathbf{W}_1 + \alpha\mathbf{W}_2.$$

式(16)表明 $\Phi(\lambda_i) < 0$, 即 N 个子系统(5)同时渐近稳定。证毕。

3 控制器设计

定理1 尽管给出了系统稳定的充分条件, 却不能直接用于局部控制器的设计。受文献[13]启发, 可用锥补线性化方法[14]来解决该问题。

定理2 若存在正定矩阵 $\tilde{\mathbf{P}}, \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{Z}}$, 2×2 矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{W}}$ 和 1×2 矩阵 \mathbf{L} 构成如下受LMIs约束的最优问题

$$\min \text{Tr}(\overline{\mathbf{P}\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{Z}\mathbf{Z}} + \overline{\mathbf{S}\mathbf{S}}) \text{ 满足}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}} & \bar{\mathbf{P}} \\ \bar{\mathbf{P}} & \bar{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}} & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \bar{\mathbf{S}} \end{bmatrix} \geq 0 \\ \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \bar{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}} & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \bar{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \eta_1 & \tilde{\mathbf{W}}^T - \tilde{\mathbf{R}} & d\tilde{\mathbf{R}} & d\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T & \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{G}^T \\ * & \eta_2 & d\tilde{\mathbf{W}} & d\mathbf{L}^T \mathbf{H}^T & \mathbf{L}^T \mathbf{H}^T \\ * & * & -d\tilde{\mathbf{S}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\tilde{\mathbf{Z}} & 0 \\ * & * & * & * & -\tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

则局部控制器(2)能使闭环系统(5)渐近稳定。其中 $\eta_1 = \tilde{\mathbf{Q}} - \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{R}} + \tilde{\mathbf{R}}^T$, $\eta_2 = -\tilde{\mathbf{Q}} - \tilde{\mathbf{W}} - \tilde{\mathbf{W}}^T$ 。局部控制器有 $\mathbf{K}_1 + \lambda\mathbf{K}_2 = \mathbf{L}\tilde{\mathbf{P}}^{-1}$ 。

证明: 对式(13), 令 $\mathbf{D} = \text{diag}[\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{P}^{-1}, \mathbf{P}^{-1}, \mathbf{Z}^{-1}, \mathbf{P}^{-1}]$, 则 $\Phi(\lambda_i) < 0$ 等价于 $\mathbf{D}\Phi(\lambda_i)\mathbf{D} < 0$, 其中 $\mathbf{D}\Phi(\lambda_i)\mathbf{D}$ 为

$$\begin{bmatrix} \eta_1 & \tilde{\mathbf{W}}^T - \tilde{\mathbf{R}} & d\tilde{\mathbf{R}} & d\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{G} - \mathbf{I}_2)^T & \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{G}^T \\ * & \eta_2 & d\tilde{\mathbf{W}} & d\mathbf{L}^T \mathbf{H}^T & \mathbf{L}^T \mathbf{H}^T \\ * & * & -d\tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{Z}}^{-1}\tilde{\mathbf{P}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -d\tilde{\mathbf{Z}} & 0 \\ * & * & * & * & -\tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{-1} > 0, \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{P}^{-1} > 0, \tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}^{-1} > 0, \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{P}^{-1}, \tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{P}^{-1}.$$

注意到下述条件是等价的:

$$(1) \tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{Z}}^{-1}\tilde{\mathbf{P}} \geq \tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{S}} > 0 \\ (2) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} & \tilde{\mathbf{P}}^{-1} \\ \tilde{\mathbf{P}}^{-1} & \tilde{\mathbf{Z}}^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (20)$$

因此, 若 $\tilde{\mathbf{S}} > 0$, 且式(18, 20)成立, 则 $\mathbf{D}\Phi(\lambda_i)\mathbf{D} < 0$ 。从而有 $\Phi(\lambda_i) < 0$ 。

使用锥补线性化方法^[14], 式(18, 20)可转化为受LMIs约束的最小值问题

$$\min \text{Tr}(\overline{\mathbf{P}\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{Z}\mathbf{Z}} + \overline{\mathbf{S}\mathbf{S}}) \text{ 满足式(17, 18)}.$$

证毕。

基于定理1和定理2, 本文提出如下算法来设计局部控制器。

Step 1: 令 $l=0$, 将 $\lambda_i=0$ 代入式(18), 选择任意满足式(17, 18)的解集, 记为 $(\tilde{\mathbf{P}}, \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{W}}, \mathbf{L})_0$ 。若无可行解, 转至Step 6。

Step 2: 若 $l > m$, 则转至Step 6, 其中 m 表示最大迭代次数。否则, 解LMI问题

$$\min \text{Tr}(\overline{\mathbf{P}_l\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{P}\mathbf{P}_l} + \overline{\mathbf{Z}_l\mathbf{Z}} + \overline{\mathbf{Z}\mathbf{Z}_l} + \overline{\mathbf{S}_l\mathbf{S}} + \overline{\mathbf{S}\mathbf{S}_l})$$

满足式(17, 18), 将解集记为 $(\tilde{\mathbf{P}}, \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{W}}, \mathbf{L})_{l+1}$ 。若无可行解, 转至Step 6。

Step 3: 若

$$\left| \text{Tr}(\overline{\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}} + \overline{\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_l} + \overline{\mathbf{Z}_l\mathbf{Z}_{l+1}} + \overline{\mathbf{Z}_{l+1}\mathbf{Z}_l} + \overline{\mathbf{S}_l\mathbf{S}_{l+1}} + \overline{\mathbf{S}_{l+1}\mathbf{S}_l}) - 12 \right| < \epsilon$$

转至Step 4, 其中 ϵ 是一个充分小的正数, 表示收敛精度。否则, 令 $l=l+1$, 转至Step 2。

Step 4: 得到 $\mathbf{K}_1 = \mathbf{L}_{l+1}\tilde{\mathbf{P}}_{l+1}^{-1}$ 。

Step 5: 将 $\mathbf{K}_1, \lambda_i=2, \mathbf{P} = \tilde{\mathbf{P}}_{l+1}^{-1}, \mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{Z}}_{l+1}^{-1}$ 代入式(6), 解式(6), 若无可行解, 转至Step 2。否则, 记解集为 $(\mathbf{Q}_1, \mathbf{W}_1, \mathbf{R}_1, \mathbf{K}_2)$, 结束。

Step 6: 该算法无法得到可行解, 结束。

4 Matlab 仿真

通常, 低空跨声速攻击的需求会降低飞行器远程亚声速巡航的性能。但变形飞行器却能够通过机翼的变化, 来适应飞行中不同任务的性能要求。本文用Matlab来仿真: 飞行器从采用翼型NACA0012进行巡航任务变形到采用RAE2822进行攻击任务的情况。考虑到两种翼型下表面的差别更大, 因此这里只进行变形翼下表面的仿真。变形翼上表面可用相同的方式处理。

固定在轻质薄板下表面的 3×6 阵列的智能体通过波特率为1 Mb/s的CAN总线相连。智能体的

初始位移为

$$r_0 = \begin{bmatrix} 50.93 & 60 & 53.20 & 44.80 & 33.2 & 18.67 \\ 49.91 & 58.8 & 52.14 & 43.9 & 32.54 & 18.3 \\ 48.38 & 57 & 50.54 & 42.56 & 31.54 & 17.74 \end{bmatrix}$$

智能体的目标位移为

$$r^d = \begin{bmatrix} 51.69 & 59.24 & 38.04 & 24.5 & 10.24 & 0.6 \\ 50.66 & 58.05 & 37.28 & 24.01 & 10.04 & 0.59 \\ 49.11 & 56.27 & 36.14 & 23.27 & 9.73 & 0.57 \end{bmatrix}$$

给定 $i_m = 215 \text{ rad/m}$, $K_m = 25 \text{ rad} \cdot \text{s/V}$, $K_{\text{PWM}} = 576$, $T_m = 7.5 \text{ ms}$, $T = 0.01 \text{ s}$, $\tau = 0.02 \text{ s}$ 。则式(1)可表示为

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -133.3 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 8933.3 \end{bmatrix} u_i$$

利用本文算法,可求出控制器的 $K_1 = 10^{-3} \times [-2.3 \quad 4]$, $K_2 = 10^{-4} \times [-6.399 \quad -7.044]$ 。

将 K_1 和 K_2 代入 $\Phi(0)$ 和 $\Phi(2)$ 。利用 Matlab 可以验证,存在正定矩阵 P, Z, Q_1, Q_2 , 以及 2×2 矩阵 W_1, W_2, R_1, R_2 使 $\Phi(0) < 0$ 且 $\Phi(2) < 0$ 。由定理 1 可知,变形翼系统渐近稳定。18 个智能体的运动轨迹也表明系统稳定,如图 3 所示。图 4 显示了变形翼系统在 0, 5 以及 25 s 时的翼型。

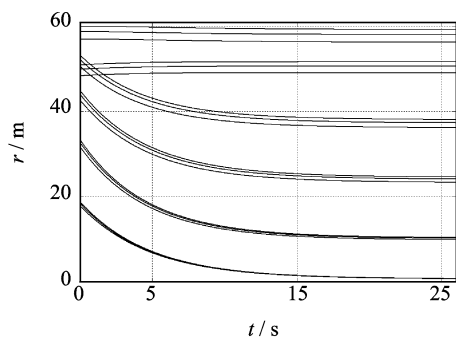


图 3 智能体的运动轨迹

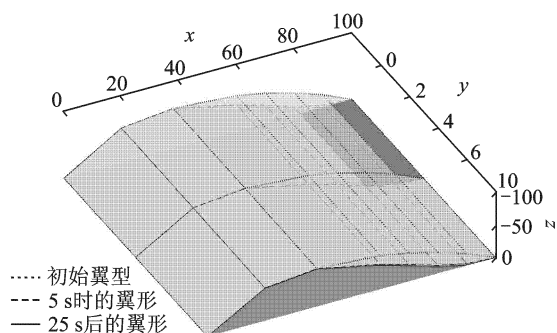


图 4 翼型变化效果图

形机动中的平滑性。显然,变形得越平滑, E 越小。图 5 对比了有无协调项时,变形翼的平滑变形性能。实线表示采用控制律(2)时的性能,虚线采用的控制律为 $u_i(t) = K_1 x_i(t)$, 即控制律中无协调项。可见,本文提出的控制律确实具有使智能体协作的效果。

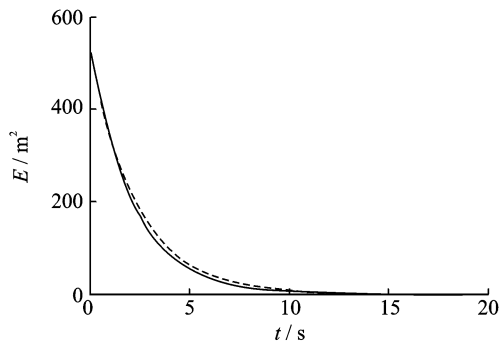


图 5 变形翼的平滑变形性能

图 6 为笔者开发的变形翼实验装置。

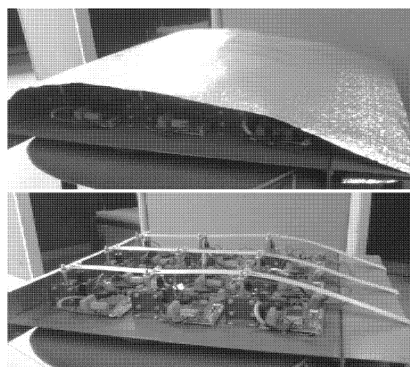


图 6 变形翼实验装置

5 结束语

本文提出了一种变形翼的分布式协同控制方案。分析了当存在采样和时延等约束时,变形翼系统的稳定性。只要满足 2 个 LMI, 就可以保证整个系统的稳定性。更进一步,将 LMI 转化成受 LMIs 约束的最小值问题,以便于直接计算出控制律的参数,并给出了具体算法。通过 Matlab 的仿真和实验装置的测试,证明了分布式协同控制方案能驱动翼面达到期望翼型,并且在变形机动中保持平滑。

参考文献:

[1] Hardy R. AFTI/F-111 mission adaptive wing technology demonstration program [R]. AIAA-1983-1057, 1983.
 [2] Perry B, Cole S R. A summary of the active flexible wing program[R]. AIAA-92-35652, 1992.

令 $E = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [\bar{r}_i(t) - \bar{r}_j(t)]^2$, 表示翼面在变

- [3] Pendleton E, Griffin K E. A flight research program for active aeroelastic wing technology[R]. AIAA-96-27023, 1996.
- [4] Bowman J, Sanders B, Cannon B. Development of next generation morphing aircraft structures[R]. AIAA-2007-1730, 2007.
- [5] Schweiger J, Suleman A. MDO concepts for an European research project on active aeroelastic aircraft [R]. AIAA-0240871, 2002.
- [6] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [7] Saber R O, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [8] Kim T K, Hara S. Cyclic pursuit strategy for multi-agent dynamical systems with sampled communication[C]// Proc of SICE Annual Conference. Tokyo: [s. n.], 2008: 2436-2441.
- [9] Massioni P, Verhaegen M. Distributed control for identical dynamically coupled Systems: A decomposition approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(1): 124-135.
- [10] Munz U, Papachristodoulou A. Delay-dependent rendezvous and flocking of large scale multi-agent systems with communication delays [C]// Proc of the 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun: [s. n.], 2008: 2038-2043.
- [11] Raney D L, Montgomery R C, Green L L. Flight control using distributed shape-change effector arrays[R]. AIAA-2000-24714, 2000.
- [12] Gu K, Kharitonov V. Stability of time-delay systems[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [13] Zong Guangdeng, Hon Linlin. New delay-dependent stability result and its application to robust performance analysis for discrete-time systems with delay [J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2010, 27(3): 373-386.
- [14] Ghaoui L E, Oustry F. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(8): 1171-1176.