

# 具有时变时滞不确定切换系统的鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制

王荣浩<sup>1</sup> 邢建春<sup>1</sup> 王平<sup>1</sup> 杨启亮<sup>1</sup> 向峥嵘<sup>2</sup>

(1. 解放军理工大学工程兵工程学院, 南京, 210007; 2. 南京理工大学自动化学院, 南京, 210094)

**摘要:** 为了克服时变时滞效应对切换系统的不良影响, 并使系统具有一定的抗干扰性和可靠性, 针对一类执行器故障的时变时滞不确定切换系统, 研究了鲁棒  $H_\infty$  可靠控制器的设计问题。首先给出了该类系统的鲁棒可靠控制器,  $\gamma$ -次优鲁棒  $H_\infty$  可靠控制器及  $\gamma$ -最优鲁棒  $H_\infty$  可靠控制器的概念; 然后建立了切换系统的执行器故障模型, 运用多 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法和线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 技术, 给出了执行器故障情况下的鲁棒  $H_\infty$  可靠控制器的设计方法, 所得到的关于优化问题中的矩阵不等式不是一组线性矩阵不等式, 通过变量替换的方法求得了控制器的增益阵, 并且提供了最优扰动抑制性能的迭代求解步骤; 最后通过仿真实例验证了设计方法的有效性。结果表明在系统具有不确定参数和执行器故障的情况下, 所设计的控制器能够镇定原系统, 并使得系统具有  $H_\infty$  扰动抑制性能。

**关键词:** 切换系统; 时变时滞; 鲁棒  $H_\infty$  可靠控制; 多 Lyapunov-Krasovskii 泛函

中图分类号: TP202.1

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2011)04-0496-08

## Robust $H_\infty$ Reliable Control for Uncertain Switched Systems with Time-Varying Delays

Wang Ronghao<sup>1</sup>, Xing Jianchun<sup>1</sup>, Wang Ping<sup>1</sup>, Yang Qiliang<sup>1</sup>, Xiang Zhengrong<sup>2</sup>

(1. Engineering Institute of Engineering Corps, PLA University of Science and Technology, Nanjing, 210007, China;

2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, China)

**Abstract:** To overcome the passive effect of time-varying delays for switched systems and make systems anti-jamming and fault-tolerant, robust  $H_\infty$  reliable control for uncertain switched systems with actuator failures and time-varying delays is investigated. Firstly, the concepts of robust reliable controller,  $\gamma$ -suboptimal robust  $H_\infty$  reliable controller and  $\gamma$ -optimal robust  $H_\infty$  reliable controller are presented. Secondly, failure model of actuator for switched systems is put forward. Multiple Lyapunov-Krasovskii functional method and linear matrix inequality (LMI) technique are adopted to design robust  $H_\infty$  reliable controller. The matrix inequalities in the  $\gamma$ -optimal problem are not linear, so the variable substitution is used to acquire the controller gain matrices. Furthermore, the iteration process for optimal disturbance attenuation performance is presented. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed method. The result illustrates that the designed controller can stabilize the original system and equip the system with  $H_\infty$  disturbance attenuation performance when the system has uncertain parameters and actuator failures.

**Key words:** switched system; time-varying delays; robust  $H_\infty$  reliable control; multiple Lyapunov-Krasovskii functional

基金资助: 国家自然科学基金(60974027)资助项目; 解放军理工大学预研基金(20110316)资助项目。

收稿日期: 2010-06-11; 修订日期: 2010-09-15

通讯作者: 王荣浩, 男, 讲师, 1985年8月生, E-mail: wrh@893.com.cn。

切换系统是一类特殊的混杂系统,一般由若干个子系统和相应的切换规则构成,子系统在相应的切换规则下被激活。汽车转向系统、计算机磁盘系统、飞机的多工作点控制系统等都可用切换系统的模型来描述,因此切换系统具有广泛的工程背景。近年来,切换系统的稳定性和镇定问题引起了人们的广泛关注<sup>[1-3]</sup>。文献[4]基于线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI)方法研究了系统的鲁棒控制问题。文献[5]利用LMI方法进一步研究了切换系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制问题。

在实际系统中由于元器件质量和环境变化等各种因素,执行器不可避免地发生故障,从而导致整个系统性能的恶化,甚至不稳定。因此,在切换控制中引入可靠控制具有实际意义。另外,时延效应广泛存在于各类工程系统中,例如远程传输系统、气压及液压系统、网络控制系统等。时延常常导致控制系统动态过程振荡加剧,甚至失稳。文献[6]对线性切换时滞系统的稳定性问题进行了研究。文献[7]研究了时滞离散切换系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制问题。文献[8]研究了一类线性不确定切换时滞系统的可靠保成本控制。文献[9]研究了不确定切换时滞系统的鲁棒可靠控制问题,文献[10]进一步研究了该类系统的鲁棒 $L_\infty$ 可靠控制问题。然而,在这类系统可靠控制问题的研究中,所考虑的时滞项均是常数时延的情况,而在实际系统中时延往往随时间变化,用常时延显然不能准确描述系统的模型,且在可靠控制问题的研究中,对系统的 $H_\infty$ 性能未作考虑,但实际应用中控制系统的抗扰动能力也是一项重要的性能指标,因此在系统的可靠控制问题的研究中考虑时变时延的影响,并利用 $H_\infty$ 控制的思想对干扰加以抑制是本文所要解决的问题。另外,本文所采用的多Lyapunov-Krasovskii泛函方法由于利用了系统更多的状态信息,较之文献[9,10]中的多Lyapunov函数方法具有更小的保守性,且泛函构造方法便于控制器参数的求解。

## 1 问题描述和预备知识

考虑以下的不确定时变时滞切换系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{A}}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{A}}_{d\sigma(t)}\mathbf{x}(t-d(t)) + \hat{\mathbf{B}}_{\sigma(t)}\mathbf{u}^f(t) + \mathbf{D}_{\sigma(t)}\mathbf{w}(t) \quad (1a)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_{\sigma(t)}\mathbf{u}^f(t) + \mathbf{N}_{\sigma(t)}\mathbf{w}(t) \quad (1b)$$

式中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为系统的状态向量; $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^q$ 为有限能量的外部扰动,即 $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{L}_2[0, \infty)$ , $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^p$ 为被调输出; $\mathbf{u}^f(t) \in \mathbf{R}^l$ 为故障执行器的控制输入;

$\sigma(t): \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{N} = \{1, 2, \dots, n\}$ 为系统的切换信号; $\forall i \in \mathbf{N}, \hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{A}}_{di}, \hat{\mathbf{B}}_i$ 为不确定实值矩阵, $\mathbf{D}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{G}_i, \mathbf{N}_i$ 为已知的实常数矩阵; $d(t)$ 为时变的滞后时间,满足 $0 \leq d(t) \leq \rho < \infty, \dot{d}(t) \leq \mu < 1$ 。系统(1)中的不确定矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{A}}_{di}, \hat{\mathbf{B}}_i$ 具有如下形式

$$[\hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{A}}_{di}, \hat{\mathbf{B}}_i] = [\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_{di}, \mathbf{B}_i] + \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i(t) [\mathbf{E}_{1i}, \mathbf{E}_{di}, \mathbf{E}_{2i}]$$

其中: $\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_{di}, \mathbf{B}_i, \mathbf{H}_i, \mathbf{E}_{1i}, \mathbf{E}_{di}, \mathbf{E}_{2i}$ 为已知的实常数矩阵; $\mathbf{F}_i(t)$ 为满足 $\mathbf{F}_i^T(t)\mathbf{F}_i(t) \leq \mathbf{I}$ 的不确定时变参数矩阵。

执行器故障模型描述为

$$\mathbf{u}^f(t) = \mathbf{M}_i \mathbf{u}(t) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_i$ 为具有如下形式的执行器故障矩阵

$$\mathbf{M}_i = \text{diag}\{m_{i1}, m_{i2}, \dots, m_{il}\}$$

其中: $0 \leq \underline{m}_{ik} \leq m_{ik} \leq \bar{m}_{ik}; \bar{m}_{ik} \geq 1, k = 1, 2, \dots, l$ 。

定义

$$\mathbf{M}_{i0} = \text{diag}\{\tilde{m}_{i1}, \tilde{m}_{i2}, \dots, \tilde{m}_{il}\} \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_i = \text{diag}\{j_{i1}, j_{i2}, \dots, j_{il}\} \quad (4)$$

$$\mathbf{L}_i = \text{diag}\{l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{il}\} \quad (5)$$

式中: $\tilde{m}_{ik} = \frac{1}{2}(\bar{m}_{ik} + \underline{m}_{ik}); j_{ik} = \frac{\bar{m}_{ik} - \underline{m}_{ik}}{m_{ik} + \underline{m}_{ik}}; l_{ik} = \frac{m_{ik} - \tilde{m}_{ik}}{\tilde{m}_{ik}}$ 。由式(3~5)可得

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_{i0}(\mathbf{I} + \mathbf{L}_i) \quad |\mathbf{L}_i| \leq \mathbf{J}_i \leq \mathbf{I} \quad (6)$$

式中 $|\mathbf{L}_i|$ 表示对 $\mathbf{L}_i$ 的对角元素取绝对值。

**定义1** 对于系统(1),当 $\mathbf{w}(t) \equiv 0$ 时,若存在状态反馈控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t)$ 使得具有容许的参数不确定性和执行器故障的系统在切换规则 $\sigma(t)$ 下渐近稳定,则称控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t)$ 为系统(1)的鲁棒可靠控制器。

**定义2** 设 $\gamma > 0$ 为给定的正常数,若存在反馈控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t)$ 及切换规则 $\sigma(t)$ 能够使系统(1)实现鲁棒可靠控制,且在零初始条件 $\mathbf{x}(t) = 0$  ( $t \in [-\rho, 0]$ )下满足 $\|\mathbf{z}(t)\|_2 < \gamma \|\mathbf{w}(t)\|_2, \forall \mathbf{w}(t) \in \mathbf{L}_2[0, \infty)$ ,则称控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t)$ 为系统(1)的 $\gamma$ -次优鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制器。若存在控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t)$ 使得扰动抑制度 $\gamma$ 最小,则称该控制器为系统(1)的 $\gamma$ -最优鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制器。

**引理1**<sup>[11]</sup> 给定适当维数的矩阵 $\mathbf{Y}, \mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ ,其中 $\mathbf{Y}$ 是对称的,则

$$\mathbf{Y} + \mathbf{D}\mathbf{F}(t)\mathbf{E} + \mathbf{E}^T\mathbf{F}^T(t)\mathbf{D}^T < 0 \quad (7)$$

对所有满足 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$ 的时变矩阵 $\mathbf{F}(t)$ 成立,当且仅当存在常数 $\epsilon > 0$ ,使得

$$\mathbf{Y} + \epsilon\mathbf{D}\mathbf{D}^T + \epsilon^{-1}\mathbf{E}^T\mathbf{E} < 0 \quad (8)$$

**引理2**<sup>[12]</sup> 对矩阵 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ ,不等式

$$R_1 \Sigma(t) R_2 + R_2^T \Sigma^T(t) R_1^T \leq \beta R_1 U R_1^T + \beta^{-1} R_2^T U R_2 \quad (9)$$

成立, 其中  $\beta > 0$ ,  $\Sigma(t)$  为时变对角矩阵,  $U$  为已知的实常数矩阵, 且满足  $|\Sigma(t)| \leq U$ ,  $|\Sigma(t)|$  表示对  $\Sigma(t)$  的对角元素取绝对值。

**引理 3**<sup>[13]</sup> 考虑以下系统

$$\dot{x}(t) = f_{\sigma(t)}(x(t))$$

其中  $\sigma(t): R^+ \rightarrow N = \{1, 2, \dots, n\}$ , 若存在一组 Lyapunov 能量函数  $V_k(x(t)): R^m \rightarrow R$ ,  $k \in N$ , 满足:

- (i)  $V_k(x(t)) > 0$
- (ii) 沿着系统轨迹有

$$\frac{dV_k(x(t))}{dt} = \left( \frac{\partial V_k}{\partial x} \right) f_k(x(t)) \leq 0$$

(iii) 在切换时刻  $t_s$ ,  $s \in Z^+$ , 当子系统由  $k$  跳变到  $r$  时,  $k, r \in N$ ,  $k \neq r$ , 满足

$$V_r(x(t_s)) \leq V_k(x(t_s))$$

则系统渐近稳定。

## 2 主要结果

对于第  $i (i \in N)$  个子系统, 设计状态反馈控制律  $u(t) = K_i x(t)$ , 由式(2)可得  $u^f(t) = M_i K_i x(t)$ , 然后利用多 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法得到系统(1)的鲁棒可靠控制律并使得系统具有一定的  $H_\infty$  扰动抑制性能。

对第  $i$  个子系统施加反馈控制  $u^f(t) = M_i K_i x(t)$ , 相应的闭环系统表达式为

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}_i x(t) + \hat{A}_{di} x(t-d(t)) + D_i w(t) \quad (10a)$$

$$z(t) = \tilde{C}_i x(t) + N_i w(t) \quad (10b)$$

式中:  $\tilde{A}_i = \hat{A}_i + \hat{B}_i M_i K_i$ ;  $\tilde{C}_i = C_i + G_i M_i K_i$ ,  $i \in N$ 。

**引理 4** 对于系统(10), 当  $w(t) = 0$  时, 若存在正定矩阵  $P_i, Q$  使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + P_j - P_i + Q & P_i \hat{A}_{di} \\ * & -(1-\mu)Q \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

式中:  $i \neq j, i, j \in N$ ; \* 表示矩阵的对称元素。则在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) P_i x(t)\}$  下, 系统(10)渐近稳定。

**证明** 为子系统  $i$  选取 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V_i(x(t)) = x^T(t) P_i x(t) + \int_{t-d(t)}^t x^T(\tau) Q x(\tau) d\tau$$

其中  $P_i, Q$  为正定矩阵, 可得

$$V_i(x(t)) \leq x^T(t) P_i x(t) + x^T(t) P_i x(t) + x^T(t) Q x(t) -$$

$$(1-\mu)x^T(t-d(t)) Q x(t-d(t)) = x^T(t) (\tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + Q) x(t) + 2x^T(t) P_i \hat{A}_{di} x(t-d(t)) - (1-\mu)x^T(t-d(t)) Q x(t-d(t)) = \eta^T \Theta_i \eta$$

其中

$$\eta = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d(t)) \end{bmatrix}, \Theta_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + Q & P_i \hat{A}_{di} \\ * & -(1-\mu)Q \end{bmatrix}$$

由式(11)可知:  $\Theta_i + \text{diag}\{P_j - P_i, 0\} < 0$ , 用  $\eta^T, \eta$  分别左乘和右乘不等式的两边, 有

$$\eta^T \Theta_i \eta < x^T(t) (P_i - P_j) x(t)$$

在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x(t)^T P_i x(t)\}$  下, 有

$$x^T(t) (P_i - P_j) x(t) \leq 0$$

则  $\dot{V}_i(x(t)) < 0$ 。

假定第  $i$  个子系统在  $t_h, h \in Z^+$  时刻被激活, 则在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x(t)^T P_i x(t)\}$  下, 有

$$V_i(x(t_h)) \leq V_j(x(t_h)) \quad (i \neq j)$$

故由引理 3 可知, 系统(10)渐近稳定。引理证毕。

**定理 1** 对于系统(1), 当  $w(t) = 0$  时, 若存在正定矩阵  $X_i, S$  和矩阵  $Y_i$ , 使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & A_{di} S & H_i & \Phi_i^T & X_i & X_i \\ * & -(1-\mu)S & 0 & S E_{di}^T & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S & 0 \\ * & * & * & * & * & -X_j \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

式中:  $i \neq j, i, j \in N$ ;  $\Psi_i = A_i X_i + B_i M_i Y_i + (A_i X_i + B_i M_i Y_i)^T - X_i$ ;  $\Phi_i = E_{1i} X_i + E_{2i} M_i Y_i$ 。则鲁棒可靠控制器增益  $K_i = Y_i X_i^{-1}$ , 切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) \cdot X_i^{-1} x(t)\}$  使得系统(1)渐近稳定。

**证明** 由引理 4 可得系统(1)渐近稳定的充分条件为

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{ij} & P_i (A_{di} + H_i F_i(t) E_{di}) \\ * & -(1-\mu)Q \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

式中

$$\Lambda_{ij} = P_i [A_i + B_i M_i K_i + H_i F_i(t) (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)] + [A_i + B_i M_i K_i + H_i F_i(t) (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)]^T P_i + P_j - P_i + Q$$

记

$$Y_{ij} = \begin{bmatrix} P_i (A_i + B_i M_i K_i) + (A_i + B_i M_i K_i)^T P_i + P_j - P_i + Q & P_i A_{di} \\ * & -(1-\mu)Q \end{bmatrix}$$

则式(13)可写为

$$\begin{aligned}
 & Y_{ij} + \begin{bmatrix} P_i H_i \\ \theta \end{bmatrix} F_i(t) [E_{1i} + E_{2i} M_i K_i \quad E_{di}] + \\
 & [E_{1i} + E_{2i} M_i K_i \quad E_{di}]^T F_i^T(t) \begin{bmatrix} P_i H_i \\ \theta \end{bmatrix}^T < 0 \\
 & \text{由引理1可得,若存在标量 } \varepsilon > 0, \text{使得} \\
 & \begin{bmatrix} \bar{P}_{ij} & P_i A_{di} + \varepsilon^{-1} (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)^T E_{di} \\ * & - (1 - \mu) Q + \varepsilon^{-1} E_{di}^T E_{di} \end{bmatrix} < 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

则式(13)成立。式中:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_{ij} = & (A_i + B_i M_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i M_i K_i) + \\
 & \varepsilon P_i H_i H_i^T P_i + \varepsilon^{-1} (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)^T (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i) + \\
 & P_j - P_i + Q
 \end{aligned}$$

利用  $\text{diag}\{\varepsilon^{\frac{1}{2}}, \varepsilon^{\frac{1}{2}}\}$  分别左乘和右乘式(14)的左端,并记  $\bar{P}_i = \varepsilon P_i, \bar{Q} = \varepsilon Q$ , 得

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{ij} & \bar{P}_i A_{di} + (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)^T E_{di} \\ * & - (1 - \mu) \bar{Q} + E_{di}^T E_{di} \end{bmatrix} < 0$$

其中

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_{ij} = & (A_i + B_i M_i K_i)^T \bar{P}_i + \bar{P}_i (A_i + B_i M_i K_i) + \bar{P}_i \cdot \\
 & H_i H_i^T \bar{P}_i + (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)^T (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i) + \bar{Q} + \\
 & \bar{P}_j - \bar{P}_i
 \end{aligned}$$

由Schur补引理,并利用矩阵变换技术,上式等价于式(12)。

综上所述,若矩阵不等式(12)成立,则在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) X_i^{-1} x(t)\}$  下系统(1)渐近稳定。定理证毕。

**定理2** 对于系统(1)和给定的正常数  $\gamma$ , 若存在正定矩阵  $X_i, S$ , 矩阵  $Y_i$  及正标量  $\varepsilon$ , 使得以下矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & D_i & (C_i X_i + G_i M_i Y_i)^T & A_{di} S & H_i & \Phi_i^T & X_i & X_i \\ * & -\gamma \varepsilon I & N_i^T & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & -\frac{\gamma}{\varepsilon} I & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & - (1 - \mu) S \theta & S E_{di}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -I & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & -I & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & -S & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & -X_j \end{bmatrix} < 0 \tag{15}$$

式中:  $i \neq j, i, j \in N; \Psi_i = A_i X_i + B_i M_i Y_i + (A_i X_i + B_i M_i Y_i)^T - X_i; \Phi_i = E_{1i} X_i + E_{2i} M_i Y_i$ 。则控制器增益阵为  $K_i = Y_i X_i^{-1}$ , 切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) X_i^{-1} \cdot$

$x(t)\}$  使得系统(1)能够实现鲁棒可靠控制,且具有H<sub>∞</sub>扰动抑制性能  $\gamma$ 。

**证明** 由式(15)可得

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & A_{di} S & H_i & \Phi_i^T & X_i & X_i \\ * & - (1 - \mu) S & \theta & S E_{di}^T & \theta & \theta \\ * & * & -I & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & -I & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -S & \theta \\ * & * & * & * & * & -X_j \end{bmatrix} < 0$$

由定理1可知反馈控制  $u^f(t) = M_i K_i x(t)$  与式(1)组成的闭环系统(10)渐近稳定。

为子系统  $i$  构造Lyapunov-Krasovskii泛函:

$$\begin{aligned}
 V(x(t)) = & V_i(x(t)) = x^T(t) P_i x(t) + \\
 & \int_{t-d(t)}^t x^T(\tau) Q x(\tau) d\tau \\
 & t \in [t_n, t_{n+1}), n = 0, 1, \dots
 \end{aligned}$$

其中  $P_i, Q$  为正定矩阵。  $t_0 = 0$ , 可推得

$$\dot{V}_i(x(t)) \leq \xi^T \begin{bmatrix} \Lambda_i & P_i D_i & P_i (A_{di} + H_i F_i(t) E_{di}) \\ * & \theta & \theta \\ * & * & - (1 - \mu) Q \end{bmatrix} \xi$$

其中

$$\begin{aligned}
 \xi = & [x^T(t) \quad w^T(t) \quad x^T(t - d(t))]^T \\
 \Lambda_i = & P_i [A_i + B_i M_i K_i + H_i F_i(t) (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)] + \\
 & [A_i + B_i M_i K_i + H_i F_i(t) (E_{1i} + E_{2i} M_i K_i)]^T P_i + Q
 \end{aligned}$$

经整理

$$\begin{aligned}
 & \gamma^{-1} z^T(t) z(t) - \gamma w^T(t) w(t) = \\
 & \xi^T \begin{bmatrix} \gamma^{-1} (C_i + G_i M_i K_i)^T (C_i + G_i M_i K_i) \gamma^{-1} (C_i + G_i M_i K_i)^T N \theta \\ * & \gamma^{-1} N_i^T N_i - \gamma I & \theta \\ * & * & \theta \end{bmatrix} \xi
 \end{aligned} \tag{16}$$

结合不等式(15),则在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) P_i x(t)\}$  下,有

$$\gamma^{-1} z^T(t) z(t) - \gamma w^T(t) w(t) + \dot{V}_i(x(t)) < 0 \tag{17}$$

记

$$J = \int_0^\infty (\gamma^{-1} z^T(t) z(t) - \gamma w^T(t) w(t)) dt \tag{18}$$

切换信号

$\sigma(t): \{(0, i^{(0)}), (t_1, i^{(1)}), (t_2, i^{(2)}), \dots, (t_k, i^{(k)})\}$  表示时刻  $t_k$  第  $i^{(k)}$  个子系统被激活。则在零初始条件下,有

$$\begin{aligned}
 J \leq & \int_0^{t_1} (\gamma^{-1} z^T(t) z(t) - \gamma w^T(t) w(t) + V_{i^{(0)}}(x(t))) dt + \\
 & \int_{t_1}^{t_2} (\gamma^{-1} z^T(t) z(t) - \gamma w^T(t) w(t) + V_{i^{(1)}}(x(t))) dt + \dots
 \end{aligned}$$

$$< 0 \tag{19}$$

即  $\|z(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$ 。定理证毕。

以上定理给出了系统(1)能够实现鲁棒  $H_\infty$  可靠控制的充分条件, 在控制器的设计中考虑执行器故障模型可得定理3。

**定理3** 对于系统(1)和给定的正常数  $\gamma$ , 若存在正定矩阵  $X_i, S$ , 矩阵  $Y_i$  及正标量  $\alpha, \epsilon$ , 使得下列矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i & D_i & \Sigma_i^T & A_{di}S & H_i & \Sigma_{2i}^T & X_i & X_i & Y_i^T & M_{i0}J_i^T \\ * & -\gamma\epsilon IN_i^T & \theta \\ * & * & \Sigma_{3i} & \theta & \theta & \alpha G_i J_i E_{2i}^T & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & -(1-\mu)S\theta & SE_{di}^T & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -I & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{4i} & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & -S & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & -X_j & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

式中:  $i \neq j, i, j \in N$ ;

$$\Sigma_i = A_i X_i + B_i M_{i0} Y_i + (A_i X_i + B_i M_{i0} Y_i)^T + \alpha B_i J_i B_i^T - X_i;$$

$$\Sigma_{1i} = C_i X_i + G_i M_{i0} Y_i + \alpha G_i J_i B_i^T;$$

$$\Sigma_{2i} = E_{1i} X_i + E_{2i} M_{i0} Y_i + \alpha E_{2i} J_i B_i^T;$$

$$\Sigma_{3i} = -\frac{\gamma}{\epsilon} I + \alpha G_i J_i G_i^T; \Sigma_{4i} = -I + \alpha E_{2i} J_i E_{2i}^T$$

则系统(1)在切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{x^T(t) \cdot X_i^{-1} \cdot x(t)\}$  下存在  $\gamma$ -次优鲁棒  $H_\infty$  可靠控制器, 控制器增益矩阵为  $K_i = Y_i X_i^{-1}$ 。

**证明** 由定理2结合式(6)可得系统(1)能够实现鲁棒  $H_\infty$  可靠控制的充分条件为

$$T_{ij} + \begin{bmatrix} B_i M_{i0} L_i Y_i + (B_i M_{i0} L_i Y_i)^T & (G_i M_{i0} L_i Y_i)^T & \theta & \theta & (E_{2i} M_{i0} L_i Y_i)^T & \theta & \theta & \theta \\ * & \theta \\ * & * & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

式中

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \Psi_{i0} & D_i & (C_i X_i + G_i M_{i0} Y_i)^T & A_{di} S & H_i & \Phi_{i0}^T & X_i & X_i \\ * & -\gamma\epsilon I & N_i^T & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & -\frac{\gamma}{\epsilon} I & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & -(1-\mu)S\theta & SE_{di}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -I & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & -I & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & -S & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & -X_j \end{bmatrix}$$

其中:

$$\Psi_{i0} = A_i X_i + B_i M_{i0} Y_i + (A_i X_i + B_i M_{i0} Y_i)^T - X_i;$$

$$\Phi_{i0} = E_{1i} X_i + E_{2i} M_{i0} Y_i$$

记

$$\bar{Z}_i = \begin{bmatrix} B_i M_{i0} L_i Y_i + (B_i M_{i0} L_i Y_i)^T & (G_i M_{i0} L_i Y_i)^T & \theta & \theta & (E_{2i} M_{i0} L_i Y_i)^T & \theta & \theta & \theta \\ * & \theta \\ * & * & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

由引理2和式(6)可得

$$\bar{Z}_i \leq \alpha \begin{bmatrix} B_i \\ \theta \\ G_i \\ \theta \\ \theta \\ E_{2i} \\ \theta \\ \theta \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix} J_i \begin{bmatrix} B_i \\ G_i \\ \theta \\ E_{2i} \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix}^T + \alpha^{-1} \begin{bmatrix} Y_i^T M_{i0} \\ \theta \end{bmatrix} J_i \begin{bmatrix} Y_i^T M_{i0} \\ \theta \\ \theta \\ \theta \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix}^T$$

由此可知, 若以下矩阵不等式成立

$$T_{ij} + \alpha \begin{bmatrix} B_i \\ \theta \\ G_i \\ \theta \\ \theta \\ E_{2i} \\ \theta \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix} J_i \begin{bmatrix} B_i \\ G_i \\ \theta \\ E_{2i} \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix}^T + \alpha^{-1} \begin{bmatrix} Y_i^T M_{i0} \\ \theta \end{bmatrix} J_i \begin{bmatrix} Y_i^T M_{i0} \\ \theta \\ \theta \\ \theta \\ \theta \\ \theta \end{bmatrix}^T < 0 \tag{22}$$

(22)

则式(21)成立,由Schur补引理可知式(22)与式(20)等价。定理证毕。

**注1** 在式(20)中由于同时存在未知系数ε和ε<sup>-1</sup>,故需作变量替换进行矩阵不等式的求解。利用diag{I,ε<sup>-1</sup>I,I,I,I,I,I,I}分别左乘和右乘式(20)的左端,并令η=ε<sup>-1</sup>,则可将(20)化为如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i & \eta D_i & \Sigma_i^T & A_{di} S & H_i & \Sigma_{2i}^T & X_i & X_i & Y_i^T M_{i0} J_i^T \\ * & -\eta I & \eta N_i^T & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & \Sigma_{3i} & \theta & \theta & a G_i J_i E_{2i}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & -(1-\mu)S & \theta & S E_{di}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -I & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{4i} & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & -S & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & -X_j & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -aI \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

式中Σ<sub>3i</sub> = -ηγI + aG<sub>i</sub>J<sub>i</sub>G<sub>i</sub><sup>T</sup>。

**推论1** 对于系统(1),若以下最优化问题

$$\begin{aligned} & \min \quad \gamma \\ & x_i > 0, S > 0, a > 0, \epsilon > 0, Y_i \\ & \text{s. t. 式(20)} \end{aligned}$$

有可行解X<sub>i</sub> > 0, S > 0, a > 0, ε > 0, Y<sub>i</sub>, i ∈ N,则系统(1)在切换律σ(t) = arg min<sub>i ∈ N</sub>{x<sup>T</sup>(t)X<sub>i</sub><sup>-1</sup> · x(t)}下存在最优鲁棒H<sub>∞</sub>可靠控制器,控制器增益矩阵K<sub>i</sub> = Y<sub>i</sub>X<sub>i</sub><sup>-1</sup>。

**注2** 由于式(20)中同时存在未知系数γε和γ/ε,不易进行最优化求解。故令θ = γε, χ = γ/ε,将其代入式(20),则式(20)成为了线性矩阵不等式,注意到γ ≤ (θ + χ)/2,故可通过求解(θ + χ)/2的最小值,即

$$\begin{aligned} & \min \quad \frac{\theta + \chi}{2} \\ & x_i > 0, S > 0, a > 0, \theta > 0, \chi > 0, Y_i \\ & \text{s. t.} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i & D_i & \Sigma_i^T & A_{di} S & H_i & \Sigma_{2i}^T & X_i & X_i & Y_i^T M_{i0} J_i^T \\ * & -\theta I & N_i^T & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & \Sigma_{3i} & \theta & \theta & a G_i J_i E_{2i}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & -(1-\mu)S & \theta & S E_{di}^T & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & -I & \theta & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{4i} & \theta & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & -S & \theta & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & -X_j & \theta \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -aI \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

式中Σ<sub>3i</sub> = -χI + aG<sub>i</sub>J<sub>i</sub>G<sub>i</sub><sup>T</sup>。从而得到γ的最小上界,然后可按下述方法求解γ的最小值:

- (1) 根据式(24)求解出(θ + χ)/2的最小值γ<sup>(0)</sup>(γ<sup>(0)</sup>为第一次迭代值);
- (2) 取适当步长δ = δ<sub>0</sub>,将γ<sup>(0)</sup> - δ<sub>0</sub>赋给γ<sup>(1)</sup>,代入式(23)求解。若无可行解,则停止迭代,γ<sup>(0)</sup>即为所求的最优性能指标;否则继续迭代直至γ<sup>(k)</sup>有可行解,而γ<sup>(k+1)</sup>无可行解,则待求的最优性能指标γ = γ<sup>(0)</sup> - kδ<sub>0</sub>。

### 3 数值算例

取系统(1)的子系统个数n = 3,参数矩阵设置为

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A_{d1} &= \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}, \\ A_{d3} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -5 & 7 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}, \\ B_3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, E_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \\ E_{13} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, E_{21} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, \\ E_{23} &= \begin{bmatrix} 1.5 & 1 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, E_{d1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix}, E_{d2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ E_{d3} &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C_1 = [-0.8 \quad 0.5], \\ C_2 &= [0.3 \quad -0.8], C_3 = [0.1 \quad -0.2], \\ G_1 &= [0.1 \quad 0], G_2 = [-0.1 \quad 0], G_3 = \\ &= [-0.2 \quad 0], \\ D_1 &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 12 \end{bmatrix}, \\ D_3 &= \begin{bmatrix} 1.1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, H_1 = H_2 = H_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \\ N_1 &= N_2 = N_3 = [0.01 \quad 0] \end{aligned}$$

时变时延d(t) = 0.5e<sup>-t</sup>,系统的初始状态取为x(0) = [0.5 - 0.1]<sup>T</sup>,x(t) = 0, t ∈ [-0.5, 0),不确定参数矩阵F<sub>1</sub>(t) = F<sub>2</sub>(t) =  $\begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \sin t \end{bmatrix}$ ,给定的扰动抑制性能指标γ = 0.8。

当M<sub>1</sub> = M<sub>2</sub> = M<sub>3</sub> =  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 时,由定理2,利用LMI工具箱,可得控制器参数矩阵为

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} 0.5958 & 4.6687 \\ -8.1451 & 5.9950 \end{bmatrix} \\ K_2 &= \begin{bmatrix} 2.4762 & -2.0696 \\ -2.9336 & -6.0535 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 1.7089 & 3.5747 \\ -0.6764 & -14.5629 \end{bmatrix}$$

选取切换律  $\sigma(t) = \arg \min_{i \in N} \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_i^{-1} \mathbf{x}(t) \}$ , 切换域为

$$\Omega_1 = \{ \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^2 \mid \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_1^{-1} \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_2^{-1} \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_1^{-1} \mathbf{x}(t) < \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_3^{-1} \mathbf{x}(t) \}$$

$$\Omega_2 = \{ \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^2 \mid \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_2^{-1} \mathbf{x}(t) < \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_1^{-1} \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_2^{-1} \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_3^{-1} \mathbf{x}(t) \}$$

$$\Omega_3 = \{ \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^2 \mid \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_3^{-1} \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_1^{-1} \mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_3^{-1} \mathbf{x}(t) < \mathbf{x}^T(t) \mathbf{X}_2^{-1} \mathbf{x}(t) \}$$

则切换律设计如下

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x}(t) \in \Omega_1 \\ 2 & \mathbf{x}(t) \in \Omega_2 \\ 3 & \mathbf{x}(t) \in \Omega_3 \end{cases}$$

闭环系统状态响应仿真结果如图1所示。

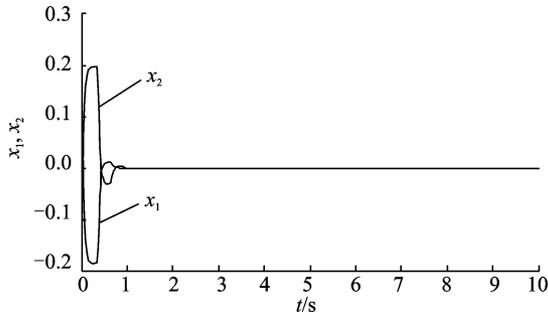


图1 正常切换控制器作用下执行器无故障时的闭环系统的状态响应

图1表明了在执行器未发生故障时, 所设计的正常切换控制器能够保证系统渐近稳定。

然而在实际系统中, 执行器发生故障是不可避免的。此处对故障执行器的参数设置如下

对于子系统1: 取  $0.04 \leq m_{11} \leq 1$ ,  $0.1 \leq m_{12} \leq 1.2$ , 可得

$$\mathbf{M}_{10} = \begin{bmatrix} 0.52 & 0 \\ 0 & 0.65 \end{bmatrix}, \mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0.92 & 0 \\ 0 & 0.85 \end{bmatrix}$$

对于子系统2: 取  $0.1 \leq m_{21} \leq 1$ ,  $0.04 \leq m_{22} \leq 1$ , 可得

$$\mathbf{M}_{20} = \begin{bmatrix} 0.55 & 0 \\ 0 & 0.52 \end{bmatrix}, \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0.82 & 0 \\ 0 & 0.92 \end{bmatrix}$$

对于子系统3: 取  $0.98 \leq m_{31} \leq 1$ ,  $0.98 \leq m_{32} \leq 1$ , 可得

$$\mathbf{M}_{30} = \begin{bmatrix} 0.99 & 0 \\ 0 & 0.99 \end{bmatrix}, \mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

取子系统1的故障矩阵  $\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$ , 子

系统2的故障矩阵  $\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.04 \end{bmatrix}$ , 子系统3的

故障矩阵  $\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} 0.98 & 0 \\ 0 & 0.98 \end{bmatrix}$ , 此时仍用正常切换控制器镇定执行器发生故障时的闭环系统, 状态响应如图2所示。

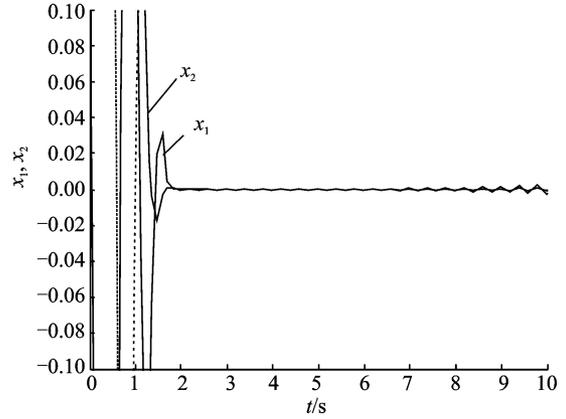


图2 正常切换控制器作用下执行器故障时的闭环系统的状态响应

显然, 当执行器发生故障时, 闭环系统的状态响应发生了振荡, 所设计的正常切换控制器无法保证系统渐近稳定。

对于执行器发生故障时的闭环系统, 由定理3利用LMI工具箱, 可得控制器参数矩阵为

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 6.2730 & 72.1423 \\ -28.3044 & 14.6482 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 13.3320 & -51.5215 \\ -21.3753 & -225.0243 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 2.7766 & 1.6162 \\ -13.8274 & -57.8604 \end{bmatrix}$$

闭环系统状态响应仿真结果如图3所示。

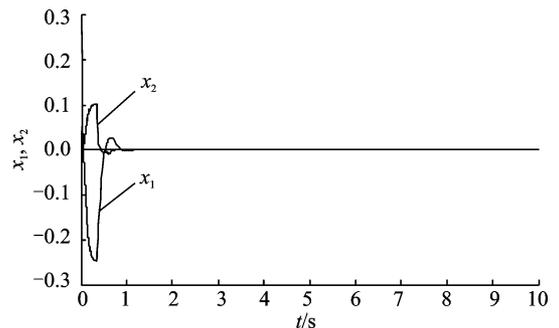


图3 可靠切换控制器作用下执行器故障时的闭环系统的状态响应

图3的仿真结果表明,在具有容许不确定参数及执行器发生故障的情况下,所设计的可靠切换控制器能够保证系统渐近稳定,且能够克服时变时延对系统稳定性造成的影响。

由推论1,按照注2的解步骤,利用LMI工具箱可求得最优 $H_\infty$ 扰动抑制性能 $\gamma=0.76$ , $\gamma$ -最优鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制器设计为

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 53.0923 & 229.6725 \\ -38.4348 & -19.4726 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 12.9237 & -75.9083 \\ -130.8895 & -731.8333 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 4.7424 & 7.8177 \\ -60.4105 & -206.0573 \end{bmatrix}$$

## 4 结束语

本文针对一类具有时变参数不确定的时变时滞切换系统,在执行器发生故障的情况下对鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制问题进行了研究。采用多Lyapunov-Krasovskii泛函方法,以LMI的形式分别给出了系统的 $\gamma$ -次优鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制器和 $\gamma$ -最优鲁棒 $H_\infty$ 可靠控制器的设计方法,使得闭环系统在具有容许不确定参数及执行器发生故障的情况下渐近稳定,并给出了最优扰动抑制性能 $\gamma$ 的迭代求解步骤。最后的仿真算例表明了本文设计方法的有效性。在进一步的研究中,可考虑构造合适的Lyapunov-Krasovskii泛函与状态反馈控制器的LMI求解方法相结合,得到时滞相关的结论。

### 参考文献:

[1] Sun Z D, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatic, 2005, 41(2): 181-195.

[2] Song Y, Fan J, Fei M R, et al. Robust  $H_\infty$  control of discrete switched system with time delay[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 205(1):

159-169.

- [3] Zhang Y, Liu X Z, Shen X M. Stability of switched systems with time delay[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2007, 1(1): 44-58.
- [4] Pettersson S, Lennartson B. Hybrid system stability and robustness verification using linear matrix inequalities [J]. International Journal of Control, 2002, 75(16/17): 1335-1355.
- [5] 孙文安, 赵军. 基于LMIs的不确定线性切换系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(6): 650-655.
- [6] Kim S, Campbell S A, Liu X. Stability of a class of linear switching systems with time delay[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems—1, 2006, 53(2): 384-393.
- [7] 宋政一, 聂宏, 赵军. 具有时变时滞的离散切换系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2007, 28(4): 469-472.
- [8] 汪锐, 刘建昌, 赵军. 一类线性不确定切换时滞系统的可靠保成本控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 1001-1004.
- [9] Xiang Z R, Wang R H. Robust reliable control for uncertain switched nonlinear systems with time delay [C]//Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing: IEEE, 2008: 5487-5491.
- [10] Xiang Z R, Wang R H. Robust  $L_\infty$  reliable control for uncertain nonlinear switched systems with time delay [J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 210(1): 202-210.
- [11] Khargonekar P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic stabilizability and  $H_\infty$  control theory [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(3): 356-361.
- [12] Yao B, Wang F Z. LMI approach to reliable  $H_\infty$  control of linear systems[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(2): 381-386.
- [13] Decarl R A, Branicky M S, Lennartson B. Perspective and results on the stability and stabilizability of hybrid systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88(7): 1069-1082.