

# 基于 Hammerstein 模型的非线性建模与 预测控制

张倩<sup>1,2</sup> 王群京<sup>2,3</sup> 李国丽<sup>1,4</sup>

(1. 安徽大学电气工程与自动化学院, 合肥, 230601; 2. 安徽大学高节能电机及控制技术国家地方联合实验室, 合肥, 230601;  
3. 安徽大学教育部电能质量工程研究中心, 合肥, 230601; 4. 安徽大学省工业节电与用电安全实验室, 合肥, 230601)

**摘要:** 所有实际的运动机构中都包含一定的非线性, 对其进行精确的建模和控制是运动控制中具有挑战性的难题。文中提出了基于粒子群优化算法的 RLS-PSO 系统辨识建模方法, 所得伺服转台模型具有良好拟合效果; 对该模型提出改进的两步法, 应用基于预测函数控制 (Predictive functional control, PFC) 的全局优化预测控制; 伺服转台的仿真运行结果表明跟踪效果良好。

**关键词:** Hammerstein 模型; 参数辨识模型; 预测控制; 伺服系统

**中图分类号:** TP29      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2014)01-0165-05

## Nonlinear Modeling and Model Predictive Control Based on Hammerstein Model

Zhang Qian<sup>1,2</sup>, Wang Qunjing<sup>2,3</sup>, Li Guoli<sup>1,4</sup>

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei, 230601, China;

2. National Engineering Laboratory of Energy-Saving Motor & Control Technology, Anhui University, Hefei, 230601, China; 3. Power Quality Engineering Research Center of China Ministry, Anhui University, Hefei, 230601, China; 4. Anhui Province Laboratory of Electrical Economize and Safety, Anhui University, Hefei, 230601, China)

**Abstract:** There are nonlinearities almost in all of the kinematic mechanisms. The accurate modeling and precise control are both challenging problems in the field of kinematic control. An approach to RLS-PSO parameter identification based on particle swarm optimization is approved, which gets a great model of servo turntable. The global optimization predictive controller based on predictive functional control (PFC) is applied to the servo turntable through modified two-step method. And the simulation results show the effectiveness of modeling method and control algorithm of the servo system.

**Key words:** Hammerstein model; parameter identification model; predictive control; servo system

对非线性系统的有效控制一直是相关领域控制理论研究者与工程师的关注焦点, 对非线性系统的建模实验、辨识算法和基于非线性数学模型的控制算法研究具有重要的理论意义和应用价值<sup>[1]</sup>。

处理此类问题的经典方法之一是基于非线性静态模块与线性动态模块的组合, 如 Winner 模型与 Hammerstein 模型。

关于 Hammerstein 系统的参数辨识已有大量

**基金项目:** 国家自然科学基金(51177001)资助项目; 安徽大学青年骨干教师(33010026)资助项目; 安徽大学青年科研基金(02300305-33050047)资助项目。

**收稿日期:** 2013-10-10; **修订日期:** 2013-12-20

**通信作者:** 张倩, 女, 博士, 讲师, E-mail: qianzh@ahu.edu.cn。

工作。有些研究者将非线性部分视为两段分段线性或多段分段线性<sup>[2-3]</sup>,有些方法假设非线性部分是单调的、奇的或可逆的<sup>[4]</sup>,这样其辨识问题可以应用迭代辨识算法。文献[2]中对 Hammerstein 模型采用分段线性化的结构,在不同区域内用分段线性函数逼近非线性模型。文献[5]是本课题组的早期工作总结,对伺服转台的非线性模型的结构分析、模型选择、参数辨识进行深入说明。文献[1~6]分析了广义 Hammerstein 模型系统辨识迭代算法的收敛性。

近年来,Hammerstein 模型与模型预测控制(Model predictive control, MPC)规律的结合出现一些理论研究成果,并在工业过程控制领域得以应用<sup>[7-8]</sup>。MPC 技术的一个关键就是建立过程的动态模型,传统的线性模型预测控制多数采用非参数化脉冲响应序列(Finite impulse response, FIR)模型,相对于这种需要大量单变量手动阶跃测试、非常耗时耗力的模型结构而言,Hammerstein 模型无疑具有更好地描述对象系统特征并与控制算法相结合的功能。本文提出基于粒子群优化算法的 RLS-PSO 迭代辨识算法,并推广预测函数控制(Predictive functional control, PFC),设计全局最优预测控制器。

## 1 Hammerstein 模型及其参数辨识

Hammerstein 模型是一种非线性受控自回归滑动平均模型(Nonlinear auto regressive, moving average xogenous, NARMAX),NARMAX 模型是描述非线性系统的广义参数模型。经典的 Hammerstein 系统可描述为非线性与线性系统相串联的模块化结构,静态的非线性模型后串联一个定常、线性、时不变动态系统。这种特殊形式的 NARMAX 模型可用以下离散系统结构的式子描述

$$y(k) = f[u(k), \dots, u(k-n_c)] + L[z^{-n_k}, y(k-1), \dots, y(k-n_a), x(k-1), \dots, x(k-n_b)] + v(k) \quad (1)$$

式中: $f$  为非线性映射; $n_c$  为非线性阶数; $u$  为可控输入; $L$  为线性映射; $y$  为输出; $x$  为不可测中间变量; $v$  为系统扰动。将动态线性部分用离散差分方程表示,静态非线性部分用一低阶多项式的数学模型代替,表达式分开写成

$$L(z^{-1})y(k) = z^{-n_k}B(z^{-1})x(k) + v(k) \quad (2a)$$

$$x(k) = f(u(k)) = \sum_{k=1}^{n_c} f_k u^k(k) \quad k \in \mathcal{R}^+ \quad (2b)$$

式中: $A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$ ;  $B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}$ 。模型的阶数可基于对象的机理建模和赤池定理确定,参数  $a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, f_1, \dots, f_{n_c}$  辨识工作已在文献[5]中详细说明。

## 2 Hammerstein 模型的非线性模型控制

基于 Hammerstein 系统的非线性模型预测控制(Nonlinear model predictive control, NMPC)大体上可分为整体法 NMPC 和两步法 NMPC<sup>[9]</sup>。

### 2.1 预测控制器结构

本文对两步法进行改进,对线性子系统设计预测函数控制器,再将非线性函数和线性子系统一起纳入目标函数,用迭代算法对系统全局优化求解;实验中采用遗传算法(Genetic algorithm, GA)迭代运算。该改进两步法保持了便于计算的优点;对控制量全局滚动优化代替原来的非线性函数反解,可应对偶次方程可能出现的无实数解的问题,打破对 Hammerstein 模型中对非线性部分奇数结束的限制<sup>[6]</sup>,并减弱结算误差对控制结果的影响。其非线性 PFC 预测控制器结构图如图 1 所示。

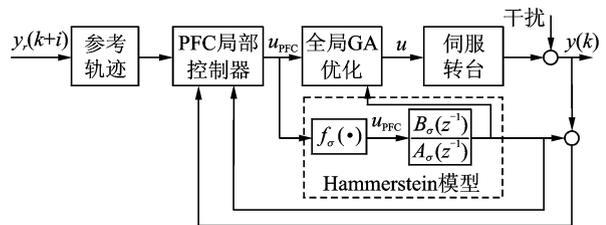


图 1 Hammerstein 非线性预测函数控制器结构示意图

Fig. 1 Diagram of Hammerstein nonlinear predictive controller

### 2.2 PFC 控制器实现

预测函数控制 PFC 为模型预测控制 MPC 的第三代控制算法,具有模型算法控制的基本特征:预测模型、参考轨迹、反馈校正;同时具有自己的特点,即把每一时刻的控制输入看作若干预先选定的基函数的线性组合

$$u(k+i) = \sum_{j=1}^n \mu_j f_j(i) \quad i = 0, 1, \dots, P \quad (3)$$

式中: $\mu_j$  为线性组合系数; $f_j$  为基函数; $P$  为控制

步长。

对跟踪的设定值用多项式表示,参考轨迹采用一阶指数形式,详细表达式为

$$y_r(k+i) = c(k) + \sum_{j=1}^{N_c} c_j(k) \cdot i^j - \beta^i [c(k) - y_p(k)] \quad (4)$$

式中: $c(k)$ 为  $k$  时刻设定值; $c_j(k)$ 为多项式系数; $\beta = \exp[-T_s/(T_r/3)]$ ,  $T_r$  为到达 95% 的参考轨迹的过渡时间; $y_p(k)$ 为  $k$  时刻模型输出预测值。

将式(2a)所标示的差分方程转化为状态空间方程,可构造能控标准型矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{X}_m(k) = \mathbf{A}_m \mathbf{G}_m(k-1) + \mathbf{H}_m \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{y}_m(k) = \mathbf{C}_m \mathbf{X}_m(k) \end{cases} \quad (5)$$

可由式(5)展开计算  $k+i$  时刻的模型预测输出  $\mathbf{y}_m(k+i) = \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^i \cdot \mathbf{X}_m(k) + \boldsymbol{\mu}(k)^T \cdot \mathbf{g}_k(i)$ , 式中  $\boldsymbol{\mu}(k) = [\mu_1(k), \mu_2(k), \dots, \mu_N(k)]^T$ ,  $\mathbf{g}_k(i) = [g_{k1}(i), g_{k2}(i), \dots, g_{kN}(i)]^T$ 。选定基函数后离线计算过程响应函数  $g_{kj}(i)$

$$g_{kj}(i) = \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{i-1} \mathbf{B}_m \cdot f_{kj}(0) + \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{i-2} \mathbf{B}_m \cdot f_{kj}(1) + \dots + \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \cdot f_{kj}(i-1) \quad (6)$$

为提高精度,对基于已有数值基础上多项式拟合,对误差进行预测估计

$$e(k+i) = y_p(k) - y_m(k) + \sum_{j=1}^{N_e} e_j(k) \cdot i^j \quad (7)$$

实际系统的预测输出为  $y_p(k+i)$ 。对表征输出量与参考轨迹偏差的优化目标函数求偏导

$$J(k) = \sum_{i=1}^{n_s} [y_p(k+h_i) - y_r(k+h_i)] \quad (8)$$

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \boldsymbol{\mu}(k)} = 0$$

由式(5~8),得  $k$  时刻 PFC 控制器的计算公式

$$u(k) = k_0 [c(k) - y_p(k)] + \sum_{j=1}^{\max(N_c, N_e)} k_j [c_j(k) - e_j(k)] + k_m X_m(k) \quad (9)$$

其中

$$k_0 = \mathbf{f}_k(0)^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} 1 - \beta^{h_1} \\ 1 - \beta^{h_2} \\ \vdots \\ 1 - \beta^{h_{n_s}} \end{bmatrix}; k_j = \mathbf{f}_k(0)^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} h_1^j \\ h_2^j \\ \vdots \\ h_{n_s}^j \end{bmatrix}; k_j = -\mathbf{f}_k(0)^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m [\mathbf{A}_m^{h_1} - \mathbf{I}] \\ \mathbf{C}_m [\mathbf{A}_m^{h_2} - \mathbf{I}] \\ \vdots \\ \mathbf{C}_m [\mathbf{A}_m^{h_{n_s}} - \mathbf{I}] \end{bmatrix}; \mathbf{f}_k(0)^T =$$

$$[f_{k1}(0) \quad f_{k2}(0) \quad \dots \quad f_{kN}(0)]; \mathbf{M} = (\mathbf{g}_k \mathbf{g}_k^T)^{-1} \mathbf{g}_k;$$

$$\mathbf{g}_k = \begin{bmatrix} g_{k1}(h_1) & g_{k1}(h_2) & \dots & g_{k1}(h_{n_s}) \\ g_{k2}(h_1) & g_{k2}(h_2) & \dots & g_{k2}(h_{n_s}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{kN}(h_1) & g_{kN}(h_2) & \dots & g_{kN}(h_{n_s}) \end{bmatrix}, g_{kj}(i)$$

由式(6)求得。

### 3 伺服转台的 Hammerstein 非线性模型建模与预测控制算法

本文中辨识实验的输入信号选用的是正弦频扫信号,其频率由 1 Hz 逐渐均匀增加到 40 Hz,代表该伺服转台的常见输入信号频率范围。为避免对机械机构的损害,正弦信号的峰值是 7.4 V,采样时间是 10 ms(即 0.010 s)。其部分输出响应如图 2 所示。

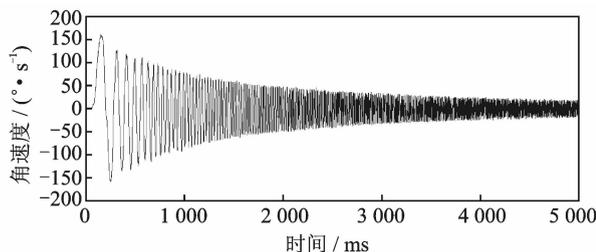


图 2 1~40 Hz 正弦频扫信号作用下的部分输出角速度

Fig. 2 Output angular velocity under sinusoidal significant with frequency changing from 1 to 40 Hz at first 5 000 ms

对实验数据应用上述 1 节中的 RLS-PSO 辨识算法步骤。取线性部分分子分母阶数  $n_a = 3$ ,  $n_b = 1$ , 滞后步数  $n_k = 1$ , 非线性多项式阶数  $n_c = 2$ ,  $c_1 = c_2 = 2$ , 运行结果及各参数收敛情况如图 3 所示。

所得模型

$$y(k) + 1.539 3y(k-1) - 1.542 1y(k-2) - 0.510 3y(k-3) = -0.321 2u(k-1) + 0.563 9u(k-2)x(k) = 0.326u(k) - 0.029 1u^2(k) + 0.040 3u^3(k) \quad (10)$$

对此系统模型应用如下步骤的全局 NPFC 控制器:

**步骤 1** 初始化各算子及参数: $T_s = 1$  s,  $T_r = 10$  s, 拟合点为 10 和 20, 期望设定值是正弦信号; 将式(10)所描述系统的线性部分转化为状态空间表达式的形式

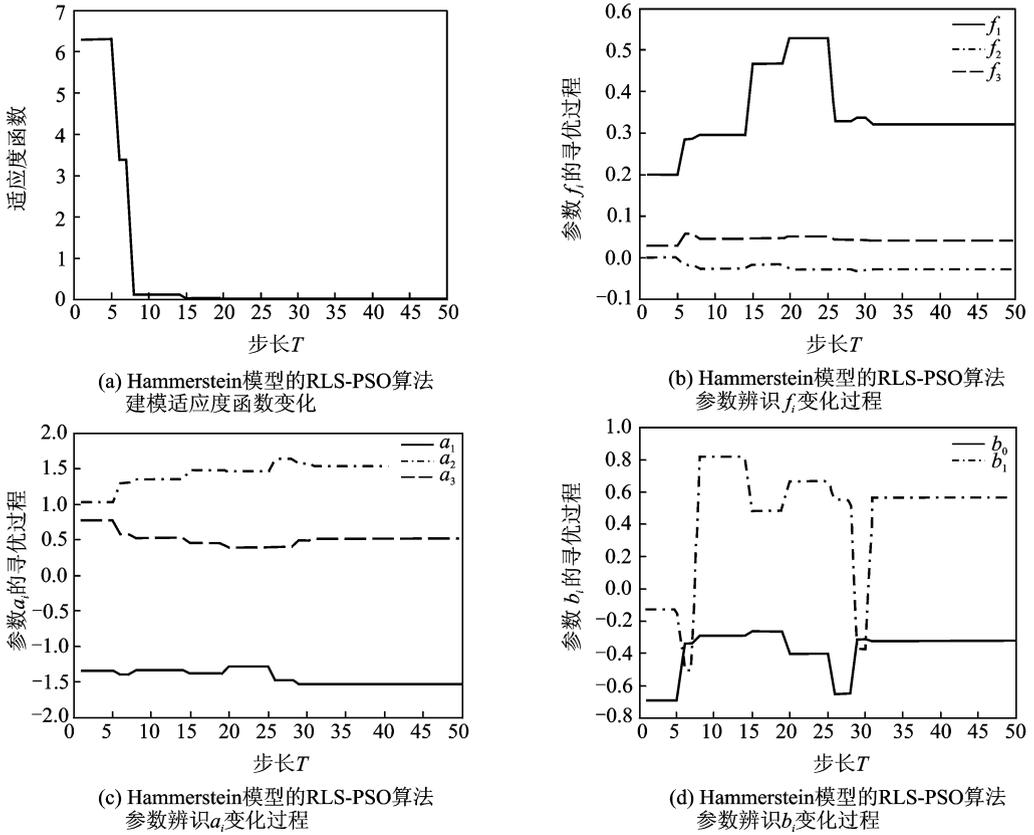


图3 适应度函数和各参数寻优及收敛曲线

Fig. 3 Optimal and convergences curves of fitness function and parameters

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1.5393 & -0.7711 & 0.5103 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [-0.3212 \quad 0.2819 \quad 0], D = 0 \quad (11)$$

**步骤2** 根据式(3~8),构造局部PFC控制算法中所需矩阵与常数,如 $M, k_0, k_m$ 等; $i$ 从1到控制时间 $T$ 累加。

**步骤3** 根据式(9)计算局部线性控制器所需控制信号 $u_{PFC}$ ,此信号即系统Hammerstein模型的中间变量 $x = u_{PFC}$ 。

**步骤4** 对Hammerstein模型的输入端控制量 $u$ 作适应度函数如下的全局寻优

$$\text{fitness function} = \sum_{i=1}^T [\alpha(f(u_i) - u_{PFC})^2 + (1 - \alpha)(y_p(u_i) - y_i)^2] \quad (12)$$

式中 $\alpha$ 为设定权重系数。此适应度函数包含了PFC的内模结构和为了应对非线性方程结算误差而进行的全局优化。

**步骤5** 将优化所得控制量 $u_i$ 加入实际系统和系统模型,监测实际输出 $y_i$ ,计算模型预测输出

$y_p(u_i)$ 。

**步骤6**  $i$ 是否等于 $T$ ;若相等,结束;若小于 $T$ ,转步骤3计算。

以正弦信号作为期待输入信号,未经过改进的两步法预测控制因解算误差导致的有差跟踪,如图4所示。本算法作用下系统的仿真输出曲线如图5所示。其中图5(a)为输入输出曲线,图5(b)将中间变量PFC控制系的输出放大显示。本算法作用下,系统可基本无滞后、无误差地跟踪正弦信号,增

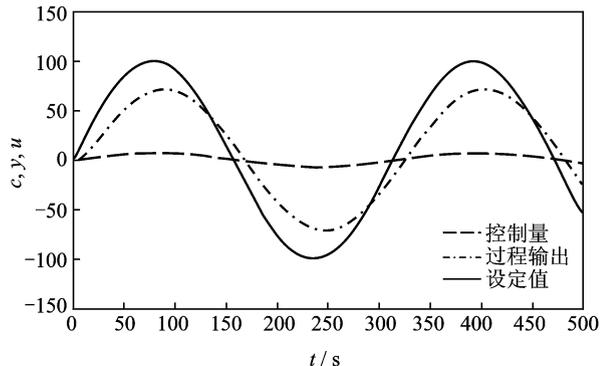
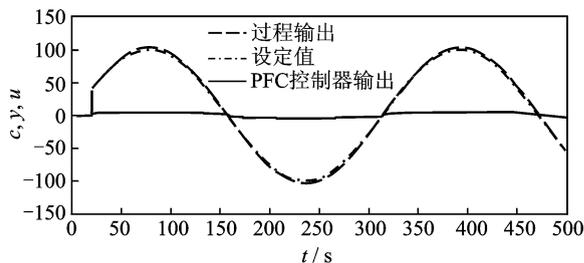


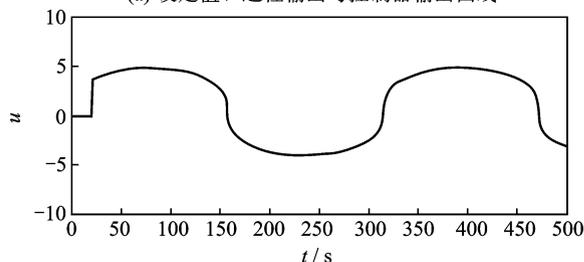
图4 未改进的两步法预测控制器跟踪效果存在解算误差引入的偏差

Fig. 4 Tracking result of original two-step method predictive controller with calculation errors

加输入信号的频率仍可达到良好的跟踪效果,如图 6 所示。



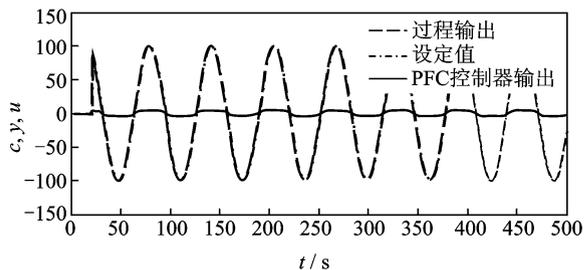
(a) 设定值、过程输出与控制输出曲线



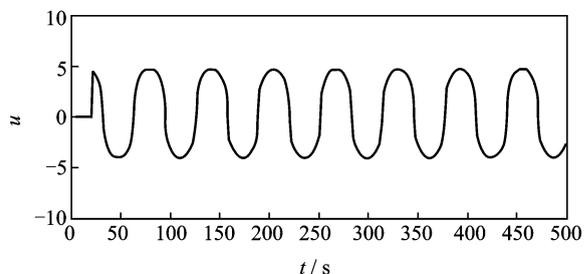
(b) PFC控制器输出曲线

图 5 PFC 预测控制器跟踪正弦信号输入时输出信号及控制输出

Fig. 5 Output signal and controller output of NPFC under sinusoidal input



(a) 不同频率正弦信号作用下设定值、过程输出与控制输出曲线



(b) 不同频率正弦信号作用下PFC控制器输出曲线

图 6 不同频率输入信号作用下 PFC 预测控制器跟踪情况

Fig. 6 Tracking results of NPFC with different frequencies

## 4 结束语

本文对 Hammerstein 非线性模型提出了基于粒子群优化算法的 RLS-PSO 系统辨识建模方法,

并设计了基于 PFC 控制器的全局最优预测控制器。将所提出的建模方法应用于伺服转台,获得准确数学模型;对控制算法的仿真结果表明了改进两步法 PFC 预测控制器的有效性。

## 参考文献:

- [1] Bai Erwei, Li Kang. Convergence of the iterative algorithm for a general Hammerstein system identification[J]. Automatica, 2010, 11(46): 1891-1896.
- [2] Dolanc G, Strmčnik S. Identification of nonlinear systems using a piecewise-linear Hammerstein model [J]. Systems & Control Letters, 2005, 54(2): 145-158.
- [3] Dolanc G, Strmčnik S. Design of a nonlinear controller based on a piecewise-linear Hammerstein model [J]. Systems & Control Letters, 2008, 57(4): 332-339.
- [4] Voros J. Modeling and parameter identification of systems with multi-segment piecewise-linear characteristics[J]. IEEE Trans Automat, 2002, 47(1): 184-188.
- [5] Zhang Qian, Wang Qunjing, Li Guoli. A nonlinear Hammerstein model and its parameters identification using RLS-PSO for radar antenna control systems [J]. Journal of Computational Information Systems, 2012, 8(21): 8993-9002.
- [6] Bai E W, Li D. Convergence of the iterative Hammerstein system identification algorithm [J]. IEEE Trans Automat Control, 2004, 49(11): 1929-1940.
- [7] 邹志云, 郭宇晴, 王志甄, 等. 非线性 Hammerstein 模型预测控制策略及其在 pH 中和过程中的应用[J]. 化工学报, 2012, 63(12): 3965-3970.  
Zou Zhiyun, Guo Yuqing, Wang Zhizhen, et al. Nonlinear Hammerstein model predictive control strategy and its application to pH neutralization process [J]. CIESC Journal, 2012, 63(12): 3965-3970.
- [8] Zavala V M, Biegler L T. The advanced-step NMPC controller: Optimality, stability and robustness [J]. Automatica, 2009, 45(1): 86-93.
- [9] 何德峰, 俞立. 约束 Hammerstein 系统非线性预测控制及其在聚丙烯牌号切换中的仿真研究 [J]. 自动化学报, 2009, 35(12): 1558-1563.  
He Defeng, Yu Li. Nonlinear predictive control of constrained Hammerstein systems and its research on simulation of polypropylene grade transition [J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(12): 1558-1563.
- [10] Zumoffen D, Garyulo L, Basualdo M, et al. Predictive functional control applied to multicomponent batch distillation column [J]. Computer Aided Chemical Engineering, 2005, 20(15): 1465-1470.