

尾迹诱导下低压涡轮非定常转捩的数值模拟

向欢 杨荣菲 葛宁

(南京航空航天大学能源与动力学院, 南京, 210016)

摘要:为研究尾迹诱导下低压涡轮边界层的非定常发展,采用基于三阶 MUSCL-Roe 格式、引入转捩准则后的 Spalart & Allmaras 湍流模型、隐式牛顿迭代时间推进的非定常雷诺平均计算方法,对上游圆柱周期性尾迹作用下 T106A 低压涡轮边界层非定常转捩的流动进行了数值模拟。定常来流下,计算准确捕捉了分离诱导转捩以及雷诺数和负荷的影响,尾迹作用下的非定常计算则准确模拟了尾迹在叶栅通道内的输运过程、尾迹的负射流特性、尾迹对吸力面层流分离的抑制作用,并讨论了雷诺数、负荷和尾迹通过频率的影响。

关键词:上游周期性尾迹;边界层非定常转捩;抑制分离;沉寂效应

中图分类号:V231.3

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2013)05-0633-08

Numerical Simulation of Wake-Induced Unsteady Transition in Low-Pressure Turbine

Xiang Huan, Yang Rongfei, Ge Ning

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: In order to study the wake-induced boundary-layer transition in low-pressure turbine, the unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) method is adopted to simulate the unsteady boundary-layer transition flow of the T106A low-pressure turbine blade, which is subjected to the periodical wake of an upstream moving bar. The RANS code includes the third-order MUSCL-Roe scheme, the Spalart and Allmaras turbulence model combined with a transition correlation, and the Newton iterative method for implicit time advancement. In the steady case, the laminar separation induced transition, and influences of Reynolds number and blade loading are correctly predicted. While in the disturbed case, the convection of wake through cascade and wake's negative jet effect are perfectly captured. The laminar separation bubble is inhibited by the upstream wake. The influences of Reynolds number, blade loading and wake passing frequency on the interaction of wake and boundary layer are discussed.

Key words: upstream periodical wake; boundary-layer unsteady transition; separation inhibition; calming effect

低压涡轮对航空发动机性能具有举足轻重的影响,其效率提高一个百分点将使发动机耗油率减少 0.5%^[1],目前先进的低压涡轮效率可达到 90%~93%。低压涡轮内部真实流动是三维非定常的,而传统的设计体系大多基于定常流动假设,因此在设计时考虑到非定常流动,把握住流动本质,就能够提高低压涡轮的级负荷、减少叶片数、减少涡轮

部件重量和成本,同时保证效率不会降低。然而低压涡轮往往工作在低雷诺数环境中,吸力面边界层极易发生分离,由此带来较大损失,导致涡轮效率急剧下降、耗油率急剧增大。但是,此时边界层分离容易受到上游叶排尾迹的影响。研究发现,合理利用上游叶排尾迹与下游叶排边界层间的相互作用,能够有效地抑制下游叶片吸力面边界层的分

离,改善涡轮级性能,而且不会增加重量,易于工程实现,因此引起了国内外学者的广泛关注。

英国剑桥大学 Whittle 实验室 Hodson^[2-6] 教授的研究团队对低压涡轮内尾迹与下游叶片边界层的相互作用开展了广泛而深入的试验及计算研究。发现了尾迹的负射流特性,尾迹在下游叶栅通道内的输运过程中存在着弯曲、拉伸和再定向等现象,尾迹与分离泡的相互作用以及尾迹诱导下边界层非定常转捩的机理等等。Mayle^[7] 及 Halstead 等人^[8] 总结分析了非定常尾迹作用下压气机/涡轮边界层的非定常发展过程,认为尾迹作用下压气机/涡轮叶片吸力面上存在较大的转捩区,尾迹诱导产生的沉寂区内速度型较为饱满,能抑制分离和延迟转捩。此外,尾迹对边界层非定常发展的影响与工况雷诺数、叶片负荷、尾迹通过频率、尾迹湍流度以及时序效应等因素有关^[8]。

Acton 和 Fottner^[9] 研究发现,圆柱能够产生与真实叶片尾迹宽度、尾迹湍流度等都非常相似的非定常尾迹,同时能够简化试验装置,故在试验研究中广泛采用小圆柱来生成上游周期性尾迹,用于诱导下游叶片边界层的非定常发展。因此,本文也采用“圆柱+叶片”的组合来研究尾迹诱导下 T106A 低压涡轮吸力面边界层转捩的流动问题,旨在探究尾迹的流动本质、尾迹与下游叶片边界层的相互作用、尾迹对层流分离的抑制以及沉寂效应等流动现象。

1 求解器的描述

1.1 控制方程及其数值求解

本文计算采用课题组自主开发的 CFD 软件 NUAA-Turbo,其适用于相对坐标系下叶轮机内的非定常流动。一般曲线坐标系下绕 X 轴等 Ω 旋转的关于绝对速度的三维可压缩非定常 N-S 方程为

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{\partial F_d}{\partial \xi} + \frac{\partial G_d}{\partial \eta} + \frac{\partial H_d}{\partial \zeta} + S$$

各项的表达形式及物理意义参见文献^[10]。运用有限体积法离散该非定常 N-S 方程,对流通量的空间离散采用 Roe 格式,并运用三阶空间精度的 MUSCL 插值方法,扩散通量的空间离散则采用二阶中心差分格式。对流通量和扩散通量的时间离散分别采取隐式和显式算法,应用 Roe 近似雅可比矩阵对对流通量进行线性化处理,并采用多步对称高斯塞德尔方法求出线性方程组的渐近解。定常隐式时间推进采用一阶时间精度的后差格式,

非定常隐式计算采用二阶时间精度的 Jameson 双时间步算法^[11],并采用当地时间步长方法加速收敛。

1.2 湍流-转捩模型

黏性扩散通量中的湍流黏性系数采用 Eulitz^[12-13] 提出的引入转捩准则后的 SA 湍流模型进行模化。量纲一守恒型的原始 SA 模型方程如下,方程右端各项依次为生成项、扩散项和耗散项

$$\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{v}u_j)}{\partial x_j} = c_{b1} \rho \tilde{S}\tilde{v} + \frac{1}{\sigma Re} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\mu + \tilde{\rho}\tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} + c_{b2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\rho}\tilde{v}}{\partial x_j} \right] - \frac{1}{Re} \rho c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2$$

将生成项写成如下形式

$$c_{b1} \rho \tilde{S}\tilde{v} = c_{b1} \rho \left(P_{vT} + f_{v2} \frac{\tilde{v}^2}{Re \kappa^2 d^2} \right), P_{vT} = \tilde{v} |\omega|$$

把 P_{vT} 看作一个独立变量并对其额外建立输运方程

$$\frac{\partial(\rho P_{vT})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho P_{vT} u_j)}{\partial x_j} = f_t \rho (\tilde{v} |\omega| - P_{vT}) |\omega|$$

方程中 f_t 为基于边界层动量厚度雷诺数的转捩判据^[14],表达式如下

$$f_t = \begin{cases} 0 & Re_\theta < Re_{\theta,cr} \\ r^3 f_{t1} + (1-r) f_{t2} & Re_\theta > Re_{\theta,cr} \end{cases}$$

边界层参数的求解采用基于 Baldwin-Lomax 湍流模型的 BL 函数法^[15],而湍流模型方程和转捩模型方程的数值解法与 N-S 方程类似,故不再赘述。

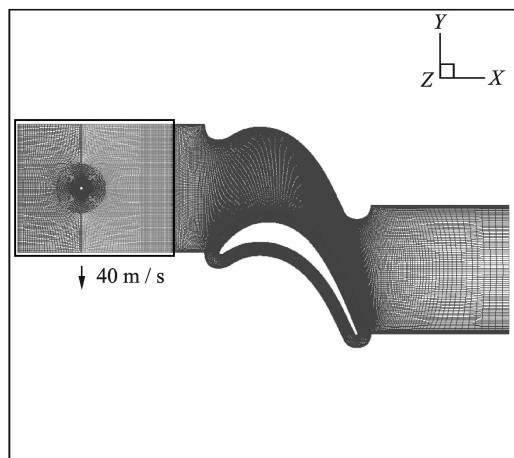
2 计算结果及分析

2.1 算例说明

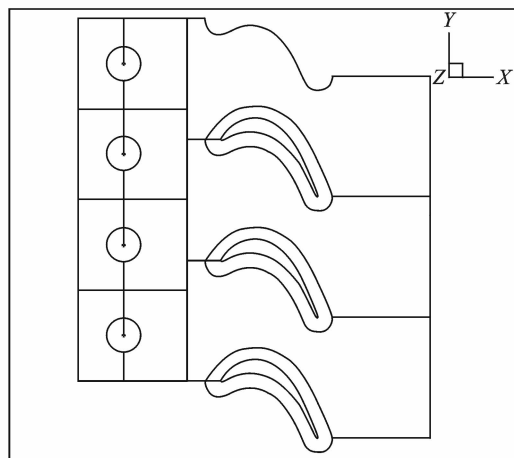
本文采用“圆柱+T106A 低压涡轮叶片”的组合来研究尾迹诱导下的边界层转捩问题。T106A 叶型参数参见文献^[16],上游圆柱直径 2 mm,移动速度为 40 m/s,圆柱中心与叶片前缘的轴向距离为 1 倍叶片轴向弦长,圆柱间距与叶栅栅距相同(即圆柱与叶片数目比为 1:1),对应图 1(a)所示的计算网格。此外,为探讨叶片负荷的影响,将叶栅栅距加大,使得圆柱与叶片数目比为 4:3,如图 1(b)所示。圆柱和叶片表面均采用正交性好的 O 型网格,离壁第一点保证在 $y^+ < 1$ 范围内,而势流区采用 H 型网格。进口给定总温、总压和气流角,出口给定反压,圆柱和叶片表面给定绝热无滑移边界条件,各网格块之间的交接面均按照几何关系进行插值。

2.2 无上游尾迹作用时的定常来流情形

在非定常计算之前,首先对无上游圆柱尾迹作用时的定常来流情形进行研究,同时考虑到工况雷



(a) 低叶片负荷



(b) 高叶片负荷

图 1 低/高叶片负荷下的计算网格

雷诺数和叶片负荷的影响,各工况下的计算条件如表 1 所示,工况 1~3 分别为低雷诺数低负荷的基准工况、高雷诺数工况和高负荷工况,表中进、出口参数分别用下标 1 和 2 表示,进口总参数用下标 0 表示。

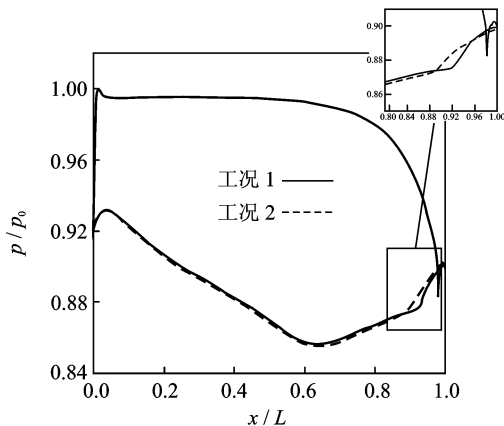
表 1 定常来流情形的计算条件

工况	Re_{2th}	p_0/p_a	p_2/p_0	圆柱数/叶片数
1	200 000	25 920	0.896	1 : 1
2	300 000	38 840	0.896	1 : 1
3	200 000	25 920	0.896	4 : 3

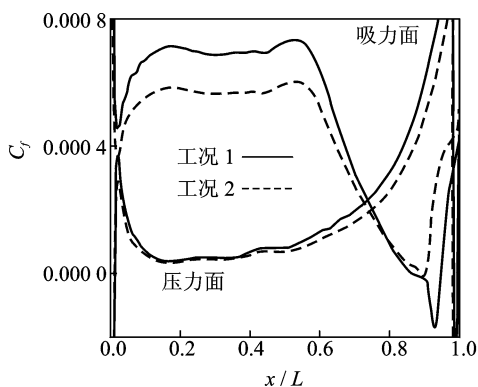
注: $Ma_1=0.21, Ma_2=0.4, T_0=313\text{ K}, Tu_1=1.5\%, \alpha_1=37.7^\circ$ 。

2.2.1 工况雷诺数的影响

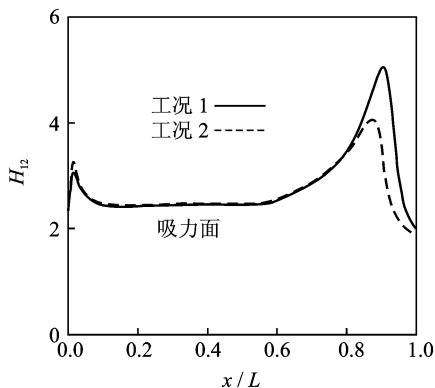
不同工况雷诺数下叶片表面压力、壁面摩擦系数 C_f 以及吸力面边界层形状因子 H_{12} 的计算值与试验值^[12]的对比如图 2 所示,可以看到计算与试验吻合地非常好。雷诺数对压力分布的影响只出现在图 2(a)右上方放大图所示的吸力面尾缘附近,该处压力对层流分离和转捩非常敏感。低雷诺数工况下,吸力面后半部压力逐渐上升,并在 x/L



(a) 叶片表面压力分布



(b) 叶片壁面摩擦系数分布



(c) 吸力面边界层形状因子

图 2 不同雷诺数下叶片表面压力、摩擦系数、边界层形状因子沿流向的变化

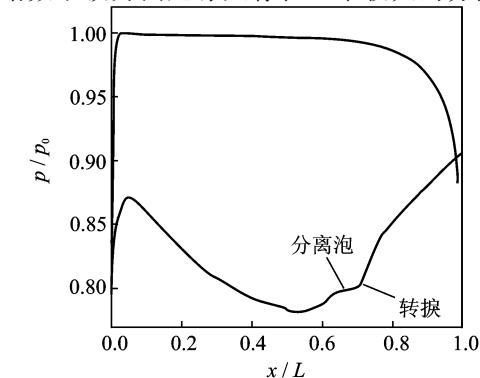
$L=0.88$ 位置后趋于平缓,压力平台表明此处出现了层流分离;然后在 $x/L=0.92$ 位置处的分离自由剪切层中发生转捩,转捩点后压力迅速增大,最终达到尾缘压力值。而高雷诺数工况下,转捩起始点提前到分离点之前导致层流分离泡不能完全发展。壁面摩擦系数和吸力面边界层形状因子的分布则更清晰地展示了雷诺数的影响。壁面摩擦系数为负、层流边界层形状因子大于 4 对应了低雷诺数工况下的层流分离泡,转捩起始点位置可根据壁面摩擦系数的急增来判断,高雷诺数下转捩发生得

更早,因而起始点位置更靠近上游。

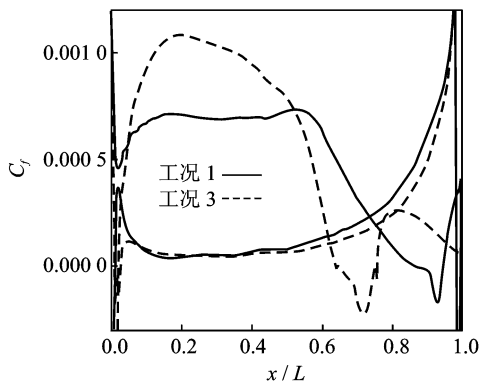
2.2.2 叶片负荷的影响

图3为高叶片负荷下的压力分布以及负荷对壁面摩擦系数、边界层形状因子分布的影响。可以看到,叶片负荷提高后吸力面上的压力平台移动到了 $x/L=0.63$ 位置处,在 $x/L=0.7$ 位置处压力迅速增大,即转捩发生于分离自由剪切层中,而后 $x/L=0.75$ 位置处湍流再附,最终边界层保持湍流状态直至吸力面尾缘。可见,增大叶片负荷,吸力面分离泡和边界层转捩起始点位置都将前移,同样这一点可以从壁面摩擦系数和边界层形状因子的对比中看出。

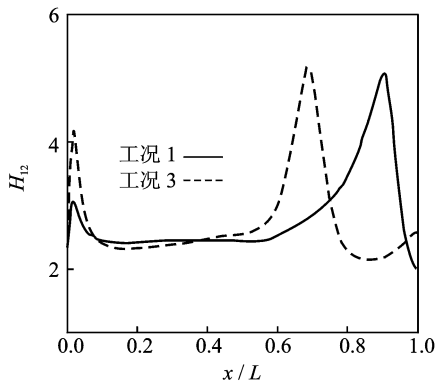
图4列出了3种工况下吸力面尾缘附近的速度矢量和量纲一涡黏性系数分布,可以直观地看到低雷诺数下吸力面尾缘处存在一个较大的分离泡,



(a) 叶片表面压力分布

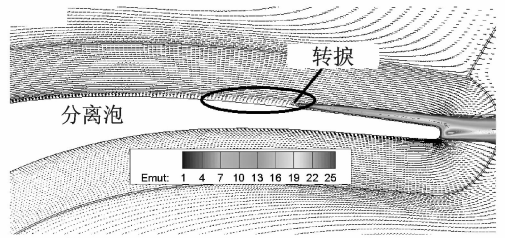


(b) 叶片壁面摩擦系数分布

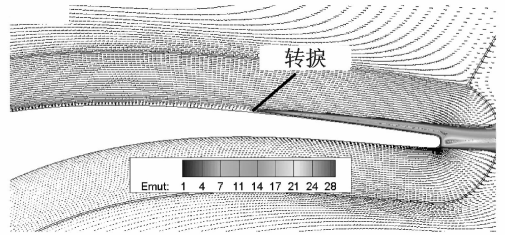


(c) 吸力面边界层形状因子

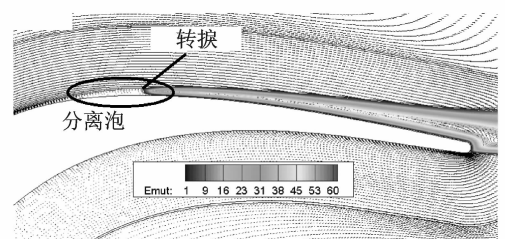
图3 不同叶片负荷下压力分布及边界层参数的对比



(a) 工况 1



(b) 工况 2



(c) 工况 3

图4 不同雷诺数和叶片负荷下的流场速度矢量及涡黏性系数分布

而高雷诺数下分离泡消失同时转捩起始点前移,高负荷工况下分离泡和转捩点更为靠前,同时转捩后的湍流涡黏性系数值明显提高。

2.3 有上游尾迹作用时的非定常来流情形

为了研究尾迹诱导下边界层的非定常转捩,此处对非定常来流情形进行计算。Eulitz^[12]指出此圆柱尾迹脱落涡频率位于 $10\sim 12.5$ kHz范围内,对应周期约为 1×10^{-4} s。因此,为准确捕捉非定常流动现象,本文非定常计算中物理时间步长取为 5×10^{-6} s。

Halstead等人^[8]指出尾迹诱导下涡轮边界层的非定常发展受到工况雷诺数、叶片负荷、尾迹通过频率、Clocking效应以及尾迹紊流强度等因素的影响,其中前三者非常重要。因此,本文对雷诺数、负荷、尾迹通过频率的影响展开讨论分析,各工况下的计算条件列于表2中。其中,工况雷诺数的调节通过改变进口总压来实现,而叶片负荷的调节通过改变叶栅栅距来实现,通过调整上游圆柱的移动速度来调节尾迹通过频率。工况1~5分别为基准工况、高雷诺数工况、高叶片负荷工况、低尾迹通过频率工况和高尾迹通过频率工况。

表 2 非定常来流情形的计算条件

工况	Re_{2th}	$v_{bar}/(m \cdot s^{-1})$	p_0/p_a	圆柱数/叶片数
1	200 000	40	25 920	1 : 1
2	300 000	40	38 840	1 : 1
3	200 000	40	25 920	4 : 3
4	200 000	20	25 920	1 : 1
5	200 000	60	25 920	1 : 1

注: $T_0 = 313 \text{ K}$, $Tu_1 = 1.5\%$, $\alpha_1 = 37.7^\circ$, $p_2/p_0 = 0.896$ 。

2.3.1 基准工况下的流场分析

基准工况下 T106A 叶片受上游圆柱尾迹作用时的流场非定常演化过程如图 5 所示, 各图分别为一个尾迹传播周期内四等分时刻下的瞬时扰动速度矢量、展向涡量云图、壁面摩擦系数分布以及吸力面尾缘附近的涡黏性系数分布, 图中的标记“T”表示转捩起始点。各时刻下的扰动速度矢量图中实线标记出了尾迹的外形轮廓, 可以看到尾迹进入叶栅通道内后呈弓状, 受拉伸作用压力面附近尾迹变长变细, 而吸力面弓形顶点附近的尾迹变粗, 该

处存在圆圈所示的一对反向涡对, 而尾迹内流体的速度由压力面指向吸力面, 此即为尾迹的负射流特性^[4,6]。因此, 展向涡量云图中出现了两条涡量分支(逆时针分支、顺时针分支), 此外圆柱和叶片的尾迹中均出现了卡门涡街。非定常尾迹在叶栅通道内的输运过程可以大体上归纳如下: 首先, 上游圆柱产生的非定常尾迹在叶片前缘平面附近被叶片前缘切割成两段; 叶栅通道内的流速比叶片前缘位置处的流速大很多, 故以当地流速进行输运的尾迹弯曲成弓形; 尾迹进入叶栅通道后, 靠吸力面一侧尾迹大幅加速, 靠压力面一侧尾迹减速而相对靠后, 于是压力面一侧的尾迹轴线沿逆时针方向缓慢旋转, 最终几乎与压力面平行, 即为尾迹的再定向过程; 最后从吸力面和压力面两侧输运下来的两端尾迹与叶片尾缘产生的尾迹混合, 向叶片下游方向输运而退出叶栅通道内。尾迹在叶栅通道内的整个输运过程与 Hodson 等人^[4]的描述非常吻合。从壁面摩擦系数分布中可以看到, 吸力面一侧受尾

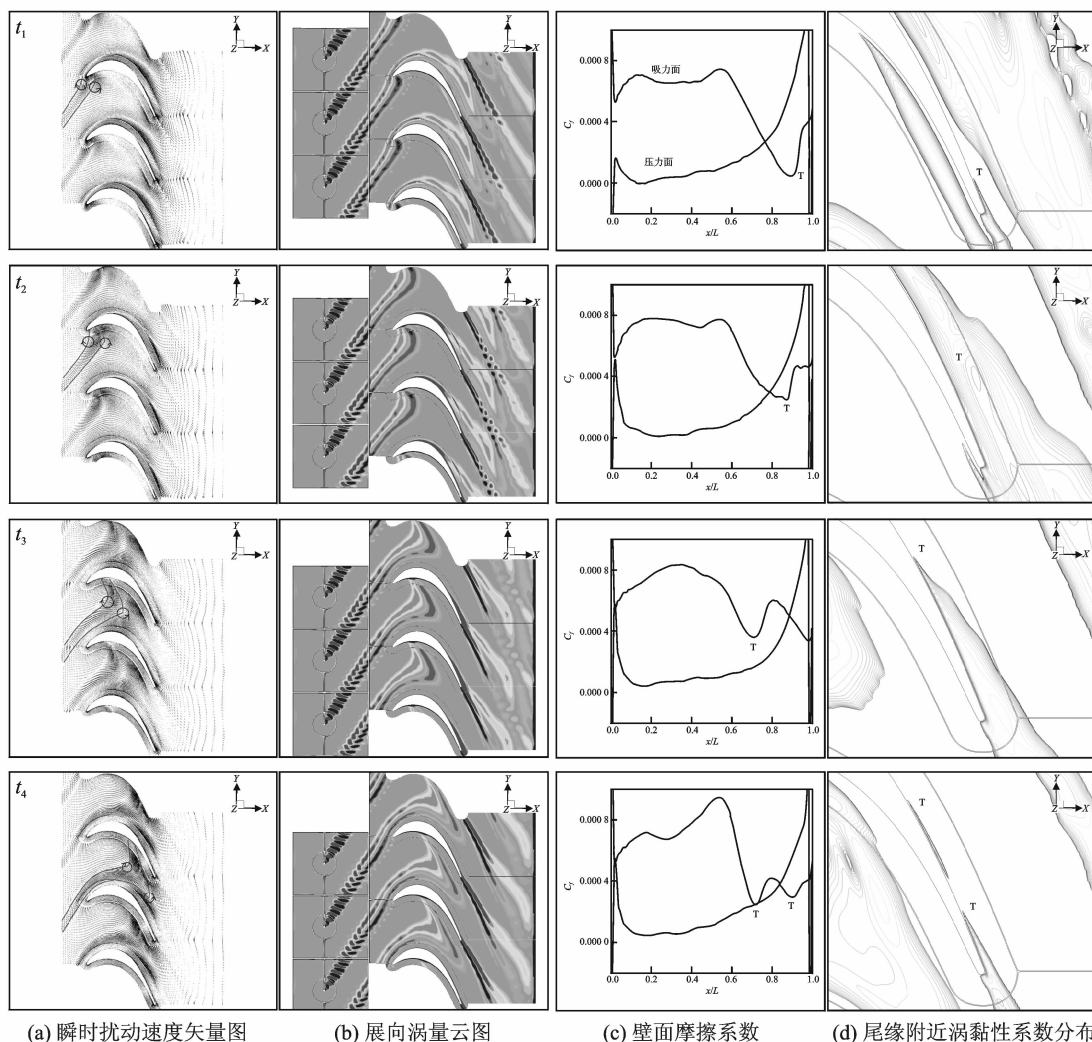


图 5 高负荷下的展向涡量演化过程

迹与边界层的相互作用,层流区和转捩区内的壁面摩擦系数均出现了大幅的扰动。在 t_1 时刻,尾迹尚未到达吸力面尾缘处,转捩发生在较为靠后的 $x/L=0.92$ 位置,转捩点后壁面摩擦系数增大;此后 t_2 时刻,尾迹撞击到吸力面尾缘附近,相对于前一时刻转捩起始点的位置有所提前;在 t_3 时刻,尾迹尾部到达吸力面尾缘附近,此时转捩起始点移动到最为靠前的 $x/L \approx 0.75$ 位置处,转捩点后尾迹的撞击又使得较高的壁面摩擦系数减小;最后 t_4 时尾迹已经完全通过叶栅通道到达尾缘下游而下一尾迹还尚未到来,此时壁面摩擦系数出现两个波谷,即尾缘处存在两个转捩区:前转捩区尾部受沉寂效应^[12]的影响而再层流化、涡黏性系数减弱,此后层流边界层并不能充分发展、受扰动影响而再次转捩,于是形成第二个转捩区。此外各时刻下吸力面壁面摩擦系数均为正值,未出现定常来流情形下的层流分离泡,表明此时上游圆柱产生的非定常尾迹能够有效抑制低压涡轮叶片吸力面尾缘处的层流分离。

国内外学者广泛采用边界层参数的时-空图来直观地分析尾迹诱导下边界层的非定常发展过程。典型的低压涡轮时-空图如图 6(a)所示,可见尾迹诱导下吸力面边界层的非定常发展可通过两种不同但共存的途径实现^[8]:尾迹诱导的转捩途径 1 和尾迹间的转捩途径 2。途径 1 包括层流区 A、尾迹诱导转捩区 B 及尾迹诱导湍流区 C,途径 2 包括层流区 A、沉寂区 D 和 G、尾迹间转捩区 E 及尾迹间湍流区 F。图 6(b,c)为基准工况下计算得到的时-空图,图中参数分别为边界层形状因子及边界层厚度内最大湍动能,湍动能图中标记了各主要区域。从中可以看出,时-空图计算结果与经典理论吻合良好:尾迹诱导转捩途径 1 下,层流区内最大湍动能较低、边界层形状因子较高,旁路转捩区内湍动能增大、形状因子减小,湍流区内湍动能达到极大

值、形状因子达到极小值;尾迹间的途径 2 下,各参数的变化过程与尾迹诱导途径类似,但因沉寂效应的存在又有所不同,旁路转捩区 B 诱导产生的沉寂区 D 能够有效抑制分离和延迟转捩,沉寂效应削弱后自由来流诱导边界层发生旁路转捩(E),此后边界层发展为湍流区 F,同时旁路转捩区 E 也诱导产生了沉寂区 G,在下一尾迹尚未到来时同样能够抑制分离、推迟转捩。两条途径以及沉寂区 D 和 G 清晰分明,受到沉寂效应的影响途径 2 下边界层转捩点明显推迟且未发生分离,因此各时刻吸力面壁面摩擦系数均为正值。

2.3.2 时-空图的影响因素分析

在分析时-空图影响因素时,下文统一采用能够清晰识别时-空图各区域结构的边界层厚度内最大湍动能图进行对比分析。首先分析工况雷诺数对时-空图的影响,图 7(a,b)分别为高雷诺数工况和基准工况的计算结果。可以发现,相对于基准工况来说,高雷诺数工况下时-空图中各分区结构大致不变,而尾迹诱导转捩区 B 及尾迹间的转捩区 E 都增强且前移,与 Halstead^[8]的结论一致。

对比分析图 7(b,c),即叶片负荷的影响。因为转捩后端动能比转捩前大得多,所以图 7(c)中并未清晰反映出尾迹轨迹,时-空图各区域结构也有所变化:首先整个尾迹传播周期内边界层都发生了转捩,且转捩起始点位置都比基准工况下有所提前,尾迹诱导旁路转捩区 B 强度更强,导致沉寂区 D 内的沉寂效应非常强,其一直持续到下个尾迹到来时都尚未消失,因而有效延迟了途径 2 下的旁路转捩(H 区)。

尾迹通过频率对时-空图的影响如图 8 所示。对比图 8(b,c)可见,增大尾迹通过频率时-空图各分区结构基本保持不变,途径 1 和途径 2 在图中的斜率变大,沉寂效应有所增强。对比图 8(a,b)可以发现,尾迹通过频率减小时途径 1 和途径 2 的斜

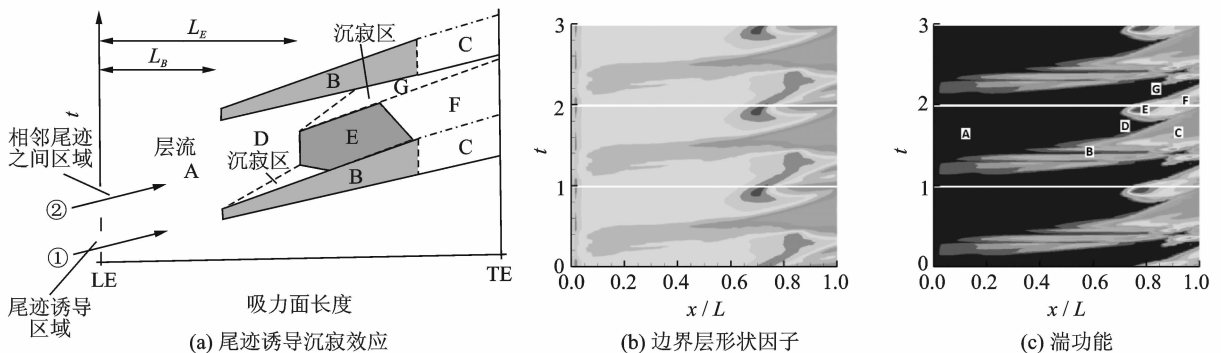


图 6 基准工况的时-空图与典型低压涡轮时-空图^[8]的对比

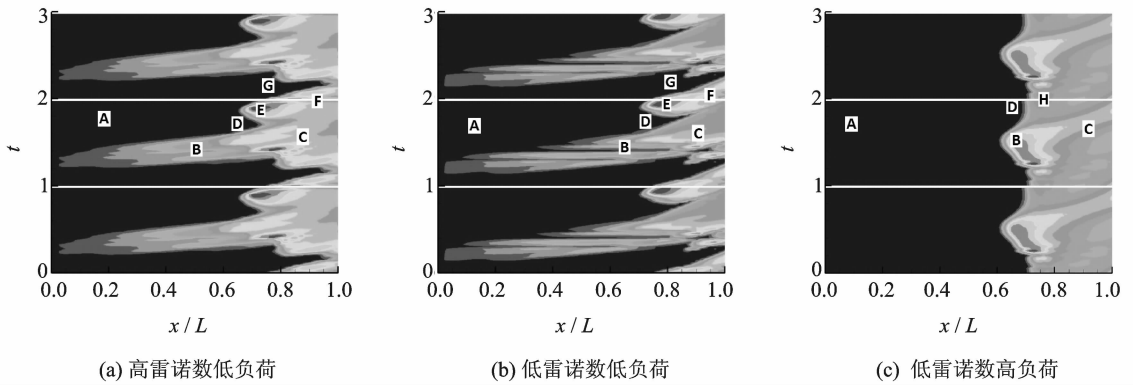


图 7 工况雷诺数和叶片负荷对湍功能时-空图的影响

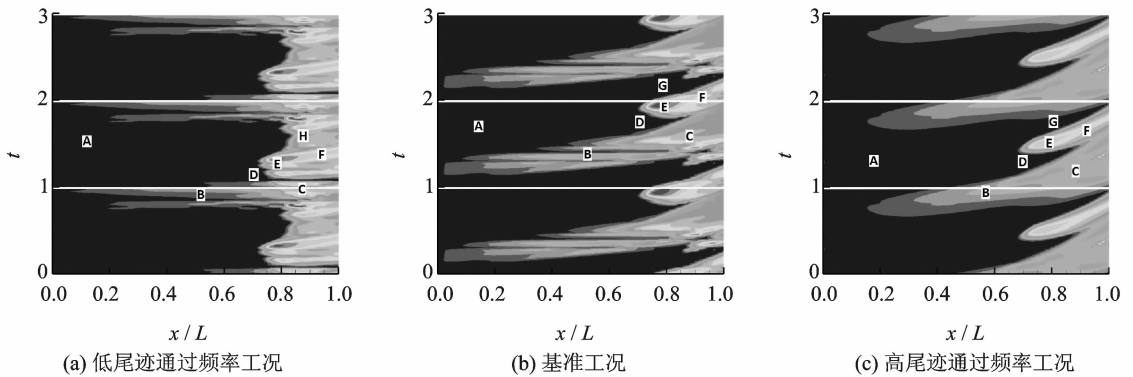


图 8 尾迹通过频率对湍功能时-空图的影响

率变小,时-空图各分区结构发生了非常明显的变化,沉寂区 D 变得很小,尾迹间旁路转捩区 E 很快出现。顺时间方向上看,旁路转捩区 E 和下一尾迹诱导途径之间的时间间隔 H 内,湍动能不随时间变化而近似呈一条竖直线段,说明在 H 区内上游尾迹对下游叶片吸力面边界层的影响已经消除,取而代之的是自由来流诱导的旁路转捩。因此,可以认为通过合理选择尾迹通过频率能够有效地改变下游叶片边界层的非定常发展。

3 结 论

(1) 无上游尾迹作用时的定常来流情形中,压力分布和边界层参数的计算值与试验值非常吻合,雷诺数和叶片负荷的影响也得到了准确验证。

(2) 受上游尾迹作用时的非定常来流情形中,计算准确捕捉了尾迹的负射流特性及尾迹在叶栅通道内的输运过程,揭示了尾迹对分离泡的抑制作用。

(3) 提高工况雷诺数将使时-空图中的旁路转捩区 B 和 E 加强且前移;提高叶片负荷将加强旁路转捩区 B 及其产生的沉寂效应;提高尾迹通过

频率会增强沉寂效应,反之则减弱甚至消除沉寂效应。合理利用尾迹来影响下游叶片边界层的非定常发展,对于高性能低压涡轮的设计具有重要的指导意义。

参考文献:

[1] Hodson H P. Blade row interaction in low pressure turbine[R]. VKI Lecture Series No. 1998-02. [S. l.]: Von Karman Institute, 1998.

[2] Hodson H P, Howell R J. The role of transition in high-lift low-pressure turbines for aeroengines[J]. Progress in Aerospace Science, 2005, 41(6): 419-454.

[3] Hodson H P, Howell R J. Bladerow interactions, transition, and high-lift aerofoils in low-pressure turbines [J]. Annu Rev Fluid Mech, 2005, 37(1): 71-98.

[4] Stieger R D, Hodson H P. The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2005, 127(4): 388-394.

[5] Stieger R D, Hollis D, Hodson H P. Unsteady sur-

- face pressure due to wake induced transition in a laminar separation bubble on a low-pressure cascade[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004,126(4):544-550.
- [6] Stieger R D, Hodson H P. The transition mechanism of highly-loaded low-pressure turbine blades [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004,126(4):536-543.
- [7] Mayle R E. The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines[J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 1991,113(10):509-537.
- [8] Halstead D E, Wisler D C, Okiishi T H, et al. Boundary-layer development in axial compressors and turbines: Part 1 of 4—Composite picture[J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 1997,119(1):114-127.
- [9] Acton P, Fottner L. Investigation of the boundary layer development on a highly loaded low pressure turbine cascade under the influence of unsteady flow conditions[C]//Proceedings of 8th ISUAAT. Neubiberg, Germany: [s. n], 1998:393-406.
- [10] Chen J P. Unsteady three-dimensional thin-layer Navier-Stokes solutions for turbomachinery in transonic flow[D]. Mississippi: Mississippi State University, 1991.
- [11] Jameson A. Time dependent calculations using multi-grid with application to unsteady flows past airfoils and wings[R]. AIAA Paper 91-1596, 1991.
- [12] Eulitz F. A RANS method for the time-accurate simulation of wake induced boundary-layer transition in turbine flows[R]. ISABE 99-7275, 1999.
- [13] Eulitz F. Numeric simulation and modellierung der instationären Strömung in turbomaschinen [D]. Köln: Ruhr-Universität Bochum, 2000.
- [14] Drela M. MISES implementation of modified Abu-Ghannam/Shaw transition criterion [M]. [S. l.]: MIT Aero-Astro, 1998.
- [15] 杨琳,邹正平,宁方飞,等. 边界层转捩的数值模拟[J]. *航空动力学报*, 2005,20(3):355-360.
Yang lin, Zou Zhengping, Ning Fangfei, et al. Simulation of boundary layer transition[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2005,20(3):355-360.
- [16] Stieger R D. The effects of wakes on separating boundary layers in low pressure turbines [D]. Cambridge: Cambridge University, 2002.

