

基于 Backstepping 的近空间飞行器鲁棒自适应姿态控制

张 强^{1,2} 吴庆宪¹ 姜长生¹ 王玉惠¹

(1. 南京航空航天大学自动化学院,南京,210016;2. 济南大学自动化与电气学院,济南,250022)

摘要:针对近空间飞行器(Near space vehicle, NSV)姿态系统,在考虑复合干扰情况下,以其拥有良好的控制性能及强鲁棒性为目标,提出基于回馈递推(Backstepping)的控制策略。首先,采用一种自适应干扰估计算法,以提高干扰估计的准确性。其次,为避免 backstepping 设计中的“微分膨胀问题”,设计一个快速收敛的非线性微分器,实现快速估计期望角速率的微分信号。然后,将自适应干扰估计算法、快速收敛的非线性微分器和 backstepping 方法相结合,设计不确定 NSV 姿态系统的复合控制器,其中构造鲁棒项减少干扰估计误差对系统跟踪性能的影响,并利用输入输出有界理论证明了闭环 NSV 系统的稳定性。最后,仿真结果表明所提出方法具有良好的跟踪控制性能和鲁棒性能。

关键词:近空间飞行器;干扰估计;非线性微分器;回馈递推

中图分类号:V249.1;TP293.2 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2013)05-0590-09

Robust Adaptive Control for Attitude System of Near Space Vehicle via Backstepping Method

Zhang Qiang^{1,2}, Wu Qingxian¹, Jiang Changsheng¹, Wang Yuhui¹

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;
2. School of Electrical Engineering, University of Jinan, Jinan, 250022, China)

Abstract: A robust adaptive backstepping control scheme is proposed, aiming at the attitude system of near space vehicle with compound disturbances, which needs the good control performance and the strong robustness in the flight. Firstly, an algorithm of disturbance approximation is presented for improving the accuracy of disturbance approximation. Secondly, a rapid-convergent nonlinear differentiator is proposed for avoiding differential expansion problem in the procedure of the backstepping design and is used to rapidly estimate the differential of the desired angular rate. Then, the design of compound controller is given through the algorithm of disturbance approximation, the rapid-convergent nonlinear differentiator and the backstepping method, in which the robust terms can offset the impact of the approximation errors. The closed-loop stability is proved by input and output bounded theory. Finally, the simulation results show the good tracking control performance of the proposed scheme.

Key words: near space vehicle; disturbance approximation; nonlinear differentiator; backstepping

近空间飞行器(Near space vehicle, NSV)是具有强非线性、耦合性和快时变性的多变量系统^[1-2]。尤其是在大包络飞行过程中,NSV 对外形、气动参数、高度、马赫数以及飞行环境的变化非

常敏感。因此,NSV 飞控系统设计将面临着传统飞行器飞控设计中所未曾遇到过的更多复杂问题,这对控制科学提出了很大的挑战。

近年来,有关 NSV 控制研究已有大量的成

基金项目:国家自然科学基金(91116017, 11102080)资助项目;中央高校基本科研业务费专项资金(NS2010077, NP2011049)资助项目;山东省自然青年科学基金(ZR2012FQ030)资助项目。

收稿日期:2012-09-25; **修订日期:**2013-06-20

通信作者:吴庆宪,男,教授,博士生导师,E-mail:wuqingxian@nuaa.edu.cn。

果, 如反馈线性化^[3]、非线性广义预测控制^[4]、滑模控制^[5]、T-S 模糊控制^[6]等。其中基于回馈递推(Backstepping)的控制策略, 由于其设计过程简单, 且便于利用 Lyapunov 进行闭环系统的稳定性分析, 已成为飞控系统控制器设计的有效方法^[7~13]。文献[7~10]虽然基于 backstepping 方法研究了飞行控制器的设计问题, 但它们均存在因 backstepping 设计引起的“微分膨胀问题”。为避免此问题, 文献[11~14]分别结合一阶低通滤波器、指令滤波器和二阶鲁棒滑模滤波器设计了飞行器和导弹的自适应 backstepping 控制器。然而, 文献[7~14]所设计的控制器均未考虑以下两个方面:(1)干扰估计算法复杂, 尤其是在系统存在跟踪误差下, 干扰估计的准确性难以保证; (2) backstepping 设计中虚拟信号微分估计的收敛速度问题。

基于以上分析, 针对 NSV 姿态系统, 在考虑建模误差、参数不确定和外部干扰情况下, 以 NSV 拥有稳定的飞行特性、良好的控制性能以及强鲁棒性为目标, 提出基于 backstepping 的鲁棒自适应控制策略。其设计过程可分为 3 部分:(1)针对 NSV 在大包络飞行过程中存在大量的气动参数不确定以及易受外部干扰问题, 采用一种简单的自适应干扰估计算法(Adaptive disturbance approximation algorithm, ADAA), 以实现准确地逼近各回路的复合干扰;(2)为避免 backstepping 设计出现“微分膨胀问题”, 设计一种快速收敛的非线性微分器(Rapid-convergent nonlinear differentiator, RCND), 以便有效且快速地估计虚拟信号的微分; (3)将 ADAA, RCND 和 backstepping 方法相结合, 给出不确定 NSV 姿态系统鲁棒自适应控制器的设计过程, 其中通过构造鲁棒项以减少干扰估计误差对系统跟踪性能的影响。最后, 利用输入输出有界理论证明了闭环 NSV 姿态系统的稳定性。仿真结果表明所提出方法具有良好的跟踪控制性能和鲁棒性能。

1 NSV 动力学模型

本文研究的 NSV 外形布局如图 1 所示^[4,15]。考虑到 NSV 飞行过程具有建模动态误差、内部不确定性以及外干扰对系统有较大影响等因素, 其姿态运动方程如下^[15]

$$\dot{\Omega} = f_{\Omega} + \Delta f_{\Omega} + (G_{\Omega} + \Delta G_{\Omega}) \omega + d_{\Omega}(t) \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = f_{\omega} + \Delta f_{\omega} + (G_{\omega} + \Delta G_{\omega}) M_c + d_{\omega}(t) \quad (2)$$

$$y = \Omega \quad (3)$$

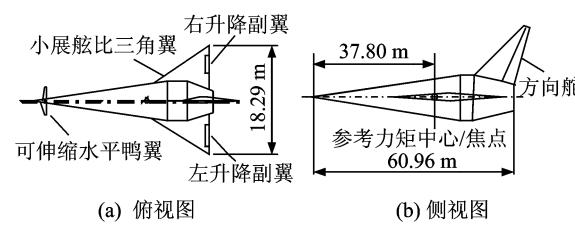


图 1 NSV 气动模型

其中:式(1)和式(2)分别称为姿态角回路和角速率回路; $\Omega = [\alpha, \beta, \mu]^T$, $\omega = [p, q, r]^T$ 分别表示姿态角和姿态角速率; $f_{\Omega} = [f_{\alpha}, f_{\beta}, f_{\mu}]^T$, $f_{\omega} = [f_p, f_q, f_r]^T$ 光滑向量场; G_{Ω} 和 G_{ω} 为可逆的控制增益矩阵; Δf_{Ω} , Δf_{ω} , ΔG_{ω} , ΔG_{ω} 为内部不确定性和建模误差; $d_{\Omega}(t)$, $d_{\omega}(t)$ 为未知外部干扰; $M_c = [l_{ctrl}, m_{ctrl}, n_{ctrl}]^T$ 为滚转、俯仰和偏航方向上的控制力矩。具体表达式如下

$$f_{\alpha} = \frac{1}{MV \cos \beta} (-\hat{q} S C_{L,a} + Mg \cos \gamma \cos \mu - T \sin \alpha)$$

$$f_{\beta} = \frac{1}{MV} (\hat{q} S C_{Y,\beta} \beta + Mg \cos \gamma \cos \mu - T \sin \beta \cos \alpha)$$

$$f_{\mu} = \frac{1}{MV} \hat{q} S C_{L,a} (\tan \gamma \sin \mu + \tan \beta) - \frac{g}{V} \cos \gamma \cos \mu \tan \beta + \frac{1}{MV} \hat{q} S C_{Y,\beta} \beta \cdot \tan \gamma \cos \mu \cos \beta + \frac{T}{MV} [\sin \alpha (\tan \gamma \cdot \sin \mu + \tan \beta) - \cos \alpha \tan \gamma \cos \mu \sin \beta]$$

$$G_{\Omega} = \begin{bmatrix} \tan \beta \cos \alpha & 1 & -\tan \beta \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ \sec \beta \cos \alpha & 0 & \sec \beta \sin \alpha \end{bmatrix}$$

$$f_p = I_{xx}^{-1} [l_{aero} - qr(I_{zz} - I_{yy})]$$

$$f_q = I_{yy}^{-1} [m_{aero} - pr(I_{xx} - I_{zz})]$$

$$f_r = I_{zz}^{-1} [n_{aero} - pq(I_{yy} - I_{xx})]$$

$$G_{\omega} = \text{diag}\{I_{xx}^{-1}, I_{yy}^{-1}, I_{zz}^{-1}\}$$

式中: M , V 分别为 NSV 的质量和速度; \hat{q} 为动压; S 为机翼参考面积; T 为发动机推力。限于篇幅, 其他符号意义参见文献[14]。

记 $D_{\Omega} = \Delta f_{\Omega} + \Delta G_{\Omega} \omega + d_{\Omega}(t)$, $D_{\omega} = \Delta f_{\omega} + \Delta G_{\omega} M_c + d_{\omega}(t)$ 分别为式(1)和式(2)的复合干扰。

控制系统设计目的是在 NSV 姿态系统存在复合干扰下, 以 NSV 拥有稳定的飞行特性、良好的控制性能以及强鲁棒性为目标, 根据期望的姿态指令 y^d 设计舵偏角指令, 使得 NSV 始终保持 Ω 渐近跟踪 y^d 。控制方案如图 2 所示。

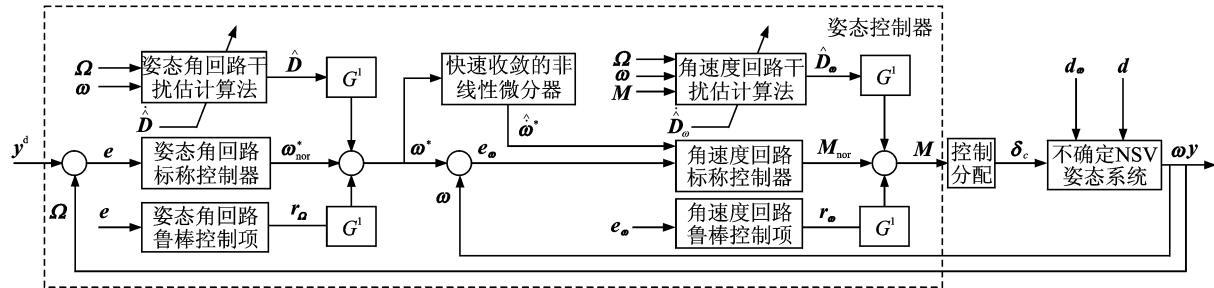


图 2 NSV 的鲁棒自适应姿态控制框图

由文献[15]可知: NSV 控制系统的设计可分成姿态控制器和控制分配两部分。有关控制分配可参考本文作者在文献[16]中给出的方案。因此,本文重点在于给出控制器设计方法。

为后续设计简洁, 定义 $x_1 = \Omega$, $x_2 = \omega$, $\bar{x}_2 = [x_1^T, x_2^T]^T$, $u = M$, $f_1(x_1) = f_\Omega$, $f_2(\bar{x}_2) = f_\omega$, $G_1 = G_\Omega$, $G_2 = G_\omega$, $D_1(\bar{x}_2, t) = D_\Omega$, $D_2(\bar{x}_2, u, t) = D_\omega$, 以及记 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 代表对应矩阵的最小特征值, $\text{sig}(x)^k = |x|^k \text{sign}(x)$ 。其中 $k > 0$, $x \in \mathbf{R}$, $\text{sign}(\cdot)$ 代表符号函数。此外, 在不引起歧义的情况下省略相关变量的自变量, 如 $f_1(x_1)$ 写成 f_1 。

2 ADAA 设计

NSV 在大包络飞行过程中含有大量的不确定因素, 许多学者曾致力于其干扰估计算法研究, 如支持向量机^[4]和神经网络^[6,9]等方法。但文献[4, 6, 9]所设计的干扰估计算法在跟踪误差有界下, 均可能存在由控制误差引发干扰估计的继续更新, 而导致系统跟踪效果变差, 甚至引发系统失稳。

鉴于此, 本文给出一种依赖于干扰估计误差的ADAA。值得注意的是: 所提的ADAA是独立于控制器的设计过程。

现作如下合理的假设:

假设 1 式(1,2)的所有状态 \bar{x}_2 是可测的, 且输出信号 y 和参考信号 y^d 关于时间连续可微且有界的。

假设 2 设式(1,2)中的复合干扰 $D_i (i=1,2)$ 是缓慢变化的, 且存在未知的正数 ρ_1 和 ρ_2 , 使得

$$\|D_1\| \leq \rho_1 \delta_1(\bar{x}_2), \|D_2\| \leq \rho_2 \delta_2(\bar{x}_2, u) \quad (4)$$

式中, $\delta_i(\cdot)$ 为已知的非负光滑函数。

在假设 1 和 2 下, 根据式(1,2), 考虑辅助状态预测器如下

$$\dot{z}_{ia} = -A_{ia} z_{ia} + \varphi_i + \hat{D}_i + \psi_i \hat{D}_i \quad i=1,2 \quad (5)$$

式中: $z_{ia} \in \mathbf{R}^3$ 为辅助状态; $A_{ia} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为设计正定矩阵; \hat{D}_i 为复合干扰的估计向量; $\varphi_1 = A_{1a} x_1 + f_1(x_1) + G_1(x_1)x_2, i=1; \varphi_2 = f_2(\bar{x}_2) + G_2(\bar{x}_2)u, i=2; \psi_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为下面滤波器的输出

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i &= I_{3 \times 3} - A_{ia} \psi_i \\ \psi_i(t_0) &= 0 \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $I_{3 \times 3}$ 为对角单位阵。

记 $\tilde{D}_i = D_i - \hat{D}_i$ 为复合干扰的估计误差, $e_{id} = x_i - z_{ia}$ 为预测误差。由式(1,2,5)得

$$\dot{e}_{id} = -A_{ia} e_{id} + \tilde{D}_i - \psi_i \hat{D}_i \quad i=1,2 \quad (7)$$

定义 $\eta_{ia} = e_{id} - \psi_i \tilde{D}_i$ 。结合式(6,7), 可得 $\dot{\eta}_{ia} = -A_{ia} \eta_{ia}$ 。选取干扰估计自适应律为

$$\dot{\hat{D}}_i = \psi_i^T \Gamma_{ia} (e_{id} - \eta_{ia}) \quad i=1,2 \quad (8)$$

式中, $\Gamma_{ia} = \Gamma_{ia}^T > 0$ 为设计正定矩阵。

由式(8)可得干扰估计值 \hat{D}_i 为

$$\hat{D}_i(t) = \hat{D}_i(0) + \int_0^t \dot{\hat{D}}_i(\tau) d\tau \quad (9)$$

下面定理 1 说明在式(8)下, $\|\hat{D}_i\|$ 是有界的。

定理 1 针对不确定 NSV 姿态系统式(1~3), 在假设 1 和 2 下, 选取矩阵 $Q_{ia} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 和 Lyapunov 函数 $V_{\tilde{D}_i}$ 满足 $\dot{Q}_{ia} = \psi_i^T \psi_i, V_{\tilde{D}_i} = \frac{1}{2} \tilde{D}_i^T \tilde{D}_i, i=1,2$ 。同时定义 $\gamma_{ia} = \lambda_{\min}(\Gamma_{ia})$, 激发因子 $\underline{Q}_{ia} = \lambda_{\min}(Q_{ia})$ 和如下的收缩因子

$$0 < \alpha_{ia}(t) = \frac{1}{1 + \gamma_{ia} \underline{Q}_{ia}} < 1 \quad i=1,2$$

则干扰估计误差 $\|\hat{D}_i\|$ 在式(8)作用下单调非增, 且当 $t \geq 0$ 时, Lyapunov 函数 $V_{\tilde{D}_i}(t)$ 满足

$$V_{\tilde{D}_i}(t) \leq \alpha_{ia}(t) V_{\tilde{D}_i}(0) \quad i=1,2 \quad (10)$$

证明 根据 $\eta_{ia} = e_{id} - \psi_i \tilde{D}_i$ 和式(8), 对 Lyapunov 函数 $V_{\tilde{D}_i}$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\tilde{D}_i} &= -\tilde{D}_i^T \psi_i^T \Gamma_{ia} (e_{id} - \eta_{ia}) \leq \\ &\leq -\gamma_{ia} \tilde{D}_i^T \psi_i^T \psi_i \tilde{D}_i \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)积分可得

$$\begin{aligned} V_{\tilde{D}_i} &= V_{\tilde{D}_i}(0) + \int_0^t \dot{V}_{\tilde{D}_i}(\tau) d\tau \leqslant V_{\tilde{D}_i}(0) - \gamma_{ia} \cdot \\ &\quad \int_0^t \tilde{\mathbf{D}}_i^\top(\tau) \psi_i^\top(\tau) \psi_i(\tau) \tilde{\mathbf{D}}_i(\tau) d\tau \leqslant \\ &\quad V_{\tilde{D}_i}(0) - \gamma_{ia} Q_{ia} V_{\tilde{D}_i}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可得出定理 1 结论成立。

证毕。

注 1 自适应律式(8)是与估计误差 $\tilde{\mathbf{D}}_i$ 有关, 而非状态 x_i 或预测误差 e_{id} 。由此, 这里提出的自适应律具有两个优势:(1)在系统跟踪误差有界时, 仍可以保证干扰估计是准确性;(2)较传统的自适应律^[4,6,9], 它具有设计简单、易于实现等优势。

此外, 由定理 1 可知: 在式(8)下, 可以保证估计误差 $\|\tilde{\mathbf{D}}_i\|$ 是有界的, 但并不能保证其上界任意的小。为此, 必须在控制器设计中需设计鲁棒项以减弱 $\|\tilde{\mathbf{D}}_i\|$ 对控制效果的影响。

3 RCND 设计及稳定性分析

3.1 RCND 设计

为设计 RCND, 需如下定义和引理:

定义 1^[17] 函数 $x(t, \varepsilon) \in \mathbf{R}^n$, 如果存在 $k, c > 0$, 使得

$$\begin{aligned} \|x(t, \varepsilon) - x(t, 0)\| &\leqslant k |\varepsilon|^c \\ \forall |\varepsilon| &\leqslant \varepsilon_1 \quad t \in [t_0, t_1] \end{aligned}$$

则称误差具有 $O(\varepsilon^c)$ 的数量级, 记 $x(t, \varepsilon) - x(t, 0) = O(\varepsilon^c)$ 。

引理 1^[18] 考虑时不变系统

$$\dot{x} = f(x) \quad f(0) = 0 \quad x \in \mathbf{R}^n \quad (13)$$

式中, $x: D \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是一个由包括原点 $x=0$ 的域 $D \subset \mathbf{R}^n$ 到 \mathbf{R}^n 的连续映射。如果 $x=0$ 为式(13)的有限时间稳定平衡点, 那么一定存在一个连续可微函数 $V: N \subset D \rightarrow \mathbf{R}$ 和一个常数 $\alpha \in (0, 1)$ 满足:

(1) V 是正定的;

(2) 在 N 上, \dot{V} 是连续的并且存在 $c > 0$ 使得

$$\dot{V} + c(V(x))^\alpha \leqslant 0 \quad (14)$$

引理 2^[19] 考虑系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \varepsilon^n \dot{x}_n &= f(x_1 - v(t), \varepsilon x_2, \dots, \varepsilon^{n-1} x_n) \end{aligned} \quad (15)$$

式中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^\top$, $v(t)$ 分别为系统的状态和输入; $\varepsilon > 0$ 为设计参数; f 为一个已知的函数。如果式(15)满足:

(1) 当 $v(t)=0$ 时, $x=0$ 为有限时间稳定的平衡点, 并且存在 Layapunov 函数 V 和一个常数 $M > 0$ 使得 $\|\partial V / \partial x\| < M$;

(2) 当 $v(t)=0$ 和 $\varepsilon=1$ 时, 存在 $\rho_i \in (0, 1]$, $i=1, 2, \dots, n$, 和 $\bar{\alpha} > 0$ 使得 $|f(x) - f(\tilde{x})| \leqslant \bar{\alpha} \times \sum_{i=1}^n |x_i - \tilde{x}_i|^{\rho_i}$;

(3) $v(t)$ 是具有 $n-1$ 阶连续可微的已知函数, 则存在 $\gamma > 0$ ($\gamma \rho > n$) 和时刻 $\Gamma > 0$ 使得

$$x_i - v^{(i-1)}(t) = O(\varepsilon^{\gamma \rho - i + 1}) \quad t \geqslant \Gamma \quad i = 1, \dots, n$$

式中: $\gamma = (1-\theta)/\theta$, $\theta \in (0, \min(\rho/(\rho+n), 1/2))$, $\rho = \min_{i=1,2,\dots,n} \{i\rho_i\}$; $v^{(k)}$ 为 v 的 k 阶导数, $k=1, 2, \dots, n-1$ 。

受引理 1 和 2 的启发, 设计 RCND 如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{f1} &= x_{f2} \\ \vartheta^2 \dot{x}_{f2} &= f(x_{f1} - v, \vartheta x_{f2}) = -\lambda_{10}(x_{f1} - v) - \\ &\quad \lambda_{11} \operatorname{sig}(x_{f1} - v)^{\alpha/(2-\alpha)} - \lambda_{20} \vartheta x_{f2} - \\ &\quad \lambda_{21} \operatorname{sig}(\vartheta x_{f2})^\alpha \end{aligned} \quad (16)$$

式中: $x_f = [x_{f1}, x_{f2}]^\top \in \mathbf{R}^2$ 为 RCND 的状态; $v \in \mathbf{R}$ 为具有一阶连续可微的已知函数; $\vartheta, \lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{20}, \lambda_{21} > 0$ 以及 $0 < \alpha < 1$ 均为设计的参数。

定义误差向量 $e_f = [e_{f1}, e_{f2}]^\top$, $e_{f1} = x_{f1} - v$, $e_{f2} = x_{f2} - \dot{v}$ 。代入式(16), 则误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{e}_{f1} &= e_{f2} \\ \vartheta^2 \dot{e}_{f2} &= f(e_{f1}, \vartheta e_{f2} + \dot{\vartheta} v) - \vartheta^2 \ddot{v} = -\lambda_{10} e_{f1} - \\ &\quad \lambda_{11} \operatorname{sig}(e_{f1})^{\alpha/(2-\alpha)} - \lambda_{20} \vartheta (e_{f2} + \dot{v}) - \\ &\quad \lambda_{21} \operatorname{sig}(\vartheta e_{f2} + \dot{\vartheta} v)^\alpha - \vartheta^2 \ddot{v} \end{aligned} \quad (17)$$

显然, 若 $\|e_f\|$ 能收敛到任意小的界, 则 $x_{f1} \rightarrow v, x_{f2} \rightarrow \dot{v}$ 。

注 2 当 $\lambda_{10} = \lambda_{20} = 0$ 时, 式(16)将转化为韩等人^[20]提出的非线性微分器; 当 $\lambda_{11} = \lambda_{21} = 0, 0 < \lambda_{20} < 2\lambda_{10}$ 时, 式(16)将简化为 Farrell 等人^[21]提出的线性微分器。因此, 本节所设计的 RCND 式(16)可看为非线性微分器和线性微分器的结合。其具有的快速收敛性将在后续的 RCND 稳定性分析进行说明。

3.2 RCND 稳定性分析

定理 2 快速非线性微分器误差系统式(17), 对于任意给定有限初始误差状态 $e(0)$, 总存在一组参数 $\vartheta, \lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{20}, \lambda_{21} > 0$ 以及 $0 < \alpha < 1$, 使式(17)是 Lyapunov 稳定的, 且误差收敛满足

$$e_{fi} = O(\vartheta^{\gamma \rho - i + 1}) \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

式中, 参数 γ, ρ 与引理 2 相同。

为证明定理 2, 需先证明如下引理。

引理 3 考虑系统

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f(z) = -\lambda_{10} z_1 - \lambda_{11} \operatorname{sig}(z_1)^{\alpha/(2-\alpha)} - \end{aligned}$$

$$\lambda_{20}z_2 - \lambda_{21}\text{sig}(z_2)^a \quad (19)$$

式中: $z = [z_1, z_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 为状态向量; 其他参数定义与式(16)相同。对于任意初始有界的 $z(0), z=0$ 是式(19)的有限时间稳定平衡点, 即存在时间常数 $t_s > 0$, 使得

$$z_1(t) \equiv 0, z_2(t) \equiv 0, t \geq t_s \quad (20)$$

证明 针对式(19), 选择 Lyapunov 如下

$$V = \frac{1}{2}(\lambda_{10}z_1^2 + z_2^2) + \frac{\lambda_{11}(2-\alpha)}{2}|z_1|^{\frac{2}{2-\alpha}} \quad (21)$$

对 Lyapunov 函数 V 沿着式(21)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \lambda_{10}z_1z_2 + z_2(-\lambda_{10}z_1 - \lambda_{20}z_2 - \lambda_{11} \cdot \\ & \text{sig}(z_1)^{a/(2-\alpha)} - \lambda_{21}\text{sig}(z_2)^a) + \\ & a_{11}\text{sig}(z_1)^{a/(2-\alpha)}z_2 \leq -\lambda_{20}z_2^2 - \\ & \lambda_{21}|z_2|^{1+\alpha} \end{aligned} \quad (22)$$

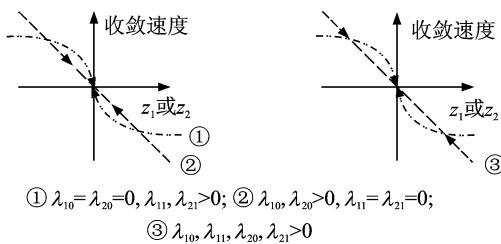
由式(22)可知: 当 $z_2 \neq 0$ 时, $\dot{V} < 0$ 。此外, 在有界初值 $z(0)$ 下, 式(19)的解可由文献[22]求取。由式(19)的解、式(22)和 Lasalle 不变原理易得: 式(19)是渐近稳定的。

为进一步证明 $z=0$ 是式(19)全局唯一有限时间稳定的平衡点, 需利用文献[23]中定理 3.2, 即可得式(19)是在有限时间内一致收敛于原点。

证毕。

为说明式(19)中参数 $\lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{20}, \lambda_{21}$ 对收敛速度的影响, 给出不同参数情况下收敛速度变化曲线。

由图 3 可知, 曲线①可以保证 z 远离原点时有着较快的收敛速度, 而接近原点时, 收敛速度较曲线②相比明显下降; 曲线②得到与曲线①正好相反的结论; 而本文所设计的曲线③可以很好地结合曲线①和②的各自优点, 从而保证 z 有着快速的收敛速度。



(a) 线性微分器和非线性微分器收敛速度 (b) RCND 收敛速度

图 3 收敛速度比较

引理 4 $|\text{sig}(a)^a - \text{sig}(b)^a| \leq 2^{1-a} |a-b|^a, \forall a, b \in \mathbf{R}, 0 < a < 1$ 。

证明 分如下两种情况:

(1) a, b 同号。不妨设 $0 < a < b$, 根据两点 $(a, a^a), (b, b^a)$ 连线和两点 $(0, 0), (b, b^a)$ 连线的斜率关系, 有如下不等式

$$\frac{b^a - a^a}{b - a} < \frac{b^a}{b} = b^{a-1}$$

由此可得

$$\begin{aligned} |\text{sig}(a)^a - \text{sig}(b)^a| &= b^a - a^a < \frac{b - a}{b^{1-a}} = \\ (1 - a/b)^{1-a} (b - a)^a &\leq 2^{1-a} |a - b|^a \end{aligned} \quad (23)$$

(2) a, b 异号。不妨设 $0 < -a < b$, 利用函数凸性可得

$$\begin{aligned} |\text{sig}(a)^a - \text{sig}(b)^a| &= b^a + (-a)^a \leq \\ 2\left(\frac{b-a}{2}\right)^a &= 2^{1-a} |a - b|^a \end{aligned} \quad (24)$$

由式(23, 24)可得引理 4 成立。

证毕。

定理 2 的证明 首先, 由引理 1, 3 和式(17)可得引理 2 中的第(1)个条件满足。

其次, 利用引理 4 验证式(17)中函数 f 满足引理 2 中的第(2)个条件, 即

$$\begin{aligned} |f(x_f) - f(\tilde{x}_f)| &= -\lambda_{10}(x_{f1} - \tilde{x}_{f1}) - \\ &\lambda_{11}(\text{sig}(x_{f1})^{a/(2-a)} - \text{sig}(\tilde{x}_{f1})^{a/(2-a)}) - \\ &\lambda_{20}(x_{f2} - \tilde{x}_{f2}) - \lambda_{21}(\text{sig}(x_{f2})^a - \text{sig}(\tilde{x}_{f2})^a) \leq \\ &\lambda_{10}|x_{f1} - \tilde{x}_{f1}| + \lambda_{11}2^{\frac{2-2a}{2-a}}|x_{f1} - \tilde{x}_{f1}|^{\frac{a}{2-a}} + \\ &\lambda_{20}|x_{f2} - \tilde{x}_{f2}| + \lambda_{21}2^{1-a}|x_{f2} - \tilde{x}_{f2}|^a \leq \\ &\bar{a} \sum_{i=1}^2 |x_{fi} - \tilde{x}_{fi}|^{\rho_i} \end{aligned}$$

式中: $\bar{a} = 2\max\{\lambda_{10}, \lambda_{11}2^{\frac{2-2a}{2-a}}, \lambda_{20}, \lambda_{21}2^{1-a}\}; |x_{fi} - \tilde{x}_{fi}|^{\rho_i} = \max\{|x_{fi} - \tilde{x}_{fi}|, |x_{fi} - \tilde{x}_{fi}|^{a/(2-a)}\}, |x_{f2} - \tilde{x}_{f2}|^{\rho_2} = \max\{|x_{f2} - \tilde{x}_{f2}|, |x_{f2} - \tilde{x}_{f2}|^a\}$ 。

基于上述分析, 由引理 2 可证定理 2 的结论。

注 3 从定理 2 可知, RCND 设计中的参数 ϑ 与微分估计的准确性密切相关。因此, 应选取 $\vartheta \in (0, 1)$ 。此外, 由图 3 分析可得: 将线性项和非线性项相结合保证了所提出的 RCND 具有快速收敛的优势, 这对后续的不确定 NSV 姿态系统的 backstepping 控制器设计是非常重要的。

4 姿态控制器设计及闭环系统稳定性分析

姿态系统控制器的设计采用 backstepping 方法, 从姿态角回路出发, 逐步设计控制器实现姿态的跟踪控制。即将角速率 $x_2 = [p, q, r]^T$ 作为式

(1)的虚拟控制量, 然后再设计控制力矩 \mathbf{u} 使得角速率跟踪虚拟的角速率指令。其中, 需采用 3 个彼此独立的 RCND 分别对 $\dot{p}^d, \dot{q}^d, \dot{r}^d$ (虚拟期望角速率的微分) 进行估计, 以避免 backstepping 设计中的微分膨胀问题。

4.1 基于 ADAA 和 RCND 的 backstepping 姿态控制器设计

下面给出控制器设计的步骤。

步骤 1 在姿态角回路式(1)存在复合干扰下, 设计理想虚拟角速率指令 \mathbf{x}_2^* 。

定义姿态角跟踪误差 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{y}^d$ 。对其求导, 并代入式(1)可得

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{f}_1 + \mathbf{G}_1(\mathbf{e}_2 + \mathbf{x}_2^*) + \mathbf{D}_1 - \dot{\mathbf{y}}^d \quad (25)$$

式中, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2^*$ 为角速率跟踪误差差。

在进行复合干扰的补偿下, 选择 \mathbf{x}_2^* 为

$$\mathbf{x}_2^* = \mathbf{G}_1^{-1}(-\mathbf{K}_{10}\mathbf{e}_1 - \mathbf{f}_1 - \hat{\mathbf{D}}_1 + \mathbf{r}_1 + \dot{\mathbf{y}}^d) \quad (26)$$

式中: $\mathbf{K}_{10} = \mathbf{K}_{10}^T > 0$ 为设计的正定矩阵; $\hat{\mathbf{D}}_1$ 为未知复合干扰 \mathbf{D}_1 经 ADAA 得到的估计向量; \mathbf{r}_1 为引入的鲁棒项, 以抑制姿态角回路的 ADAA 干扰估计误差 $\mathbf{e}_{D_1} = \mathbf{D}_1 - \hat{\mathbf{D}}_1$ 对姿态角跟踪效果的影响, 其结构为

$$\mathbf{r}_1 = -\lambda_{1r}\mathbf{e}_1 \quad (27)$$

式中, $\lambda_{1r} > 0$ 为设计常数。

选取 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2}\mathbf{e}_1^T\mathbf{e}_1$, 并考虑式

(25~27), 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \mathbf{e}_1^T(\mathbf{f}_1 + \mathbf{G}_1(\mathbf{x}_2^* + \mathbf{e}_2) + \mathbf{D}_1 - \dot{\mathbf{y}}^d) = \\ &= \mathbf{e}_1^T(-\mathbf{K}_1\mathbf{e}_1 + \mathbf{G}_1\mathbf{e}_2 + \mathbf{D}_1 - \hat{\mathbf{D}}_1 + \mathbf{r}_1) \leqslant \\ &\leqslant -\underline{\mathbf{K}}_1\|\mathbf{e}_1\|^2 + \mathbf{e}_1^T\mathbf{G}_1\mathbf{e}_2 + \|\mathbf{e}_{D_1}\|^2/4\lambda_{1r} \end{aligned} \quad (28)$$

式中: $\underline{\mathbf{K}}_1 = \lambda_{\min}(\mathbf{K}_1)$; 耦合项 $\mathbf{e}_1^T\mathbf{G}_1\mathbf{e}_2$ 将在角速度回路设计中进行处理。

由式(28)和定理 1 可知, 若 $\|\mathbf{e}_2\| \rightarrow 0$ 时, $\|\mathbf{e}_1\|$ 有界的, 即可实现姿态角跟踪 \mathbf{y}^d 。

为避免设计的控制力矩中出现大量的偏导数, 将虚拟角速率指令 $\mathbf{x}_2^* = [\dot{p}^d, \dot{q}^d, \dot{r}^d]^T$ 经过各自的 RCND 得到其微分信号的估计值。

步骤 2 设计 \mathbf{u} , 以实现 \mathbf{x}_2 渐进跟踪 \mathbf{x}_2^* 。

对角速率误差 \mathbf{e}_2 求导, 并代入式(2)可得

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{f}_2 + \mathbf{G}_2\mathbf{u} + \mathbf{D}_2 - \dot{\mathbf{x}}_2^* \quad (29)$$

为实现 \mathbf{e}_2 有界及消除式中的耦合项, 选择 \mathbf{u} 为

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_2^{-1}(-\mathbf{K}_2\mathbf{e}_2 - \mathbf{f}_2 - \hat{\mathbf{D}}_2 + \dot{\mathbf{x}}_2^* - \mathbf{G}_1^T\mathbf{e}_1 + \mathbf{r}_2) \quad (30)$$

$$\mathbf{r}_2 = -\lambda_{2r}\mathbf{e}_2 \quad (31)$$

式中: $\mathbf{K}_2, \lambda_{2r} > 0$ 分别为设计正定的参数矩阵和正常数; $\hat{\mathbf{D}}_2$ 为由角速率回路的 ADAA 得到的 \mathbf{D}_2 干扰估计向量; $\dot{\mathbf{x}}_2^*$ 为以 \mathbf{x}_2^* 为输入的 RCND 角速率微分估计向量; \mathbf{r}_2 为鲁棒控制项, 以减弱角速率回路的干扰估计误差 $\mathbf{e}_{D_2} = \mathbf{D}_2 - \hat{\mathbf{D}}_2$ 和 RCND 的估计误差 $\mathbf{e}_F = \dot{\mathbf{x}}_2^* - \dot{\mathbf{x}}_2^*$ 的影响。

针对式(29), 同时兼顾式(25), 选取扩充的 Lyapunov 函数 $V = V_1 + \mathbf{e}_2^T\mathbf{e}_2/2$ 。类似式(28), 对 V 进行求导, 并代入式(29~31), 经整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \mathbf{e}_2^T(\mathbf{f}_2 + \mathbf{G}_2\mathbf{u} + \mathbf{D}_2 - \dot{\mathbf{x}}_2^*) \leqslant \\ &\leqslant \sum_{i=1}^2 -\underline{\mathbf{K}}_i\mathbf{e}_i^T\mathbf{e}_i + \|\mathbf{e}_{D_i}\|^2/2\lambda_{ir} + \|\mathbf{e}_F\|^2/2\lambda_{2r} \end{aligned} \quad (32)$$

式中, $\underline{\mathbf{K}}_2 = \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2)$ 。

基于以上姿态回路和角速率回路的控制器设计过程, 下面给出不确定 NSV 姿态系统的闭环稳定性分析。

4.2 闭环系统的稳定性分析

定理 2 针对不确定 NSV 姿态系统式(1~3), 满足假设 1~3, 在自适应干扰估计算法式(8)、快速非线性微分器式(16)、姿态角回路控制器式(26)及其鲁棒控制项式(27)、角速率回路控制器式(30)及其鲁棒控制项式(31)下, NSV 系统的所有跟踪误差 $\mathbf{e}_i (i \in \{1, 2\})$, 在 $[0, t)$ 内是关于 \mathbf{e}_D 和 \mathbf{e}_F 输入状态实际稳定, 即存在 KL 类函数 β_1, K_∞ 类函数 $\alpha_1, \gamma_1, \gamma_2$, 使得

$$\begin{aligned} \alpha_1(\|\mathbf{e}_i(t)\|) &\leqslant \beta_1(\|\mathbf{e}_i(0)\|, t) + \\ &\quad \gamma_1(\|\mathbf{e}_D\|_{[0,t)} + \gamma_2(\|\mathbf{e}_F\|_{[0,t)}^2)) \quad t \geqslant 0 \end{aligned}$$

式中, $\|\mathbf{e}_D\| = \max_{i=1,2}(\|\mathbf{e}_{D_i}\|^2)$ 。

证明 由式(32)可得

$$\dot{V} \leqslant -\kappa V + \zeta_1 \|\mathbf{e}_D\| + \zeta_2 \|\mathbf{e}_F\|^2 \quad (33)$$

式中: $\kappa = \min_{i=1,2}(K_i)$; $\zeta_1 = \max_{i=1,2}(1/2\lambda_{ir})$; $\zeta_2 = 1/2\lambda_{2r}$ 。

由定理 1 可知, 存在一个常数 $\delta > 0$ 使得 $\|\mathbf{e}_D\| \leqslant \delta$ 成立; 同样, 由引理 3 可知, $\|\mathbf{e}_F\|$ 也是有界的。因此, 可以得出式(1~3)的 Lyapunov 函数 V 满足文献[17]的定理 4.19, 结论成立。

注 4 式(30)给出的是控制力矩指令值, 而 NSV 的作动器需得到舵面偏转角指令。因此, 在考虑作动器动态及其存在输入受限时, 利用本文作者前期的研究成果进行在线控制分配。具体算法见文献[16]。

5 仿真分析

NSV 仿真初始条件为: 质量 $M = 136\ 080\ kg$,

初始速度 $V_0 = 2200 \text{ m/s}$, 推力的绝对值 $T = 400 \text{ kN}$, 初始巡航高度 $H_0 = 27 \text{ km}$, 初始姿态角和角速率分别为 $\alpha_0 = 1.0^\circ$, $\beta_0 = 1.0^\circ$, $\mu_0 = 0.5^\circ$, $p_0 = q_0 = r_0 = 0 \text{ rad/s}$ 。同时假设气动参数存在 30% 不确定, 角速率通道在 $t=0 \text{ s}$ 加入力矩干扰 $d_\omega(t) = [2.0 \times 10^5 (\sin(3t) + 0.2), 2.0 \times 10^5 \sin(5t) - 0.3, 1.5 \times 10^5 \cos(4t)]^\top \text{ N} \cdot \text{m}$ 。仿真时间 10 s, 制导期望姿态指令为

$$\mathbf{y}^d = \begin{cases} [3.0^\circ, 0^\circ, 1.5^\circ]^\top & 0 \leq t < 5 \\ [4.0^\circ, 1^\circ, 0.5^\circ]^\top & 5 \leq t \leq 10 \end{cases}$$

同时为保证飞行品质, 将 \mathbf{y}^d 经 $\frac{5}{s+5}$ 滤波。

为克服复合干扰的影响, 姿态角和角速率回路的 ADAA 式(5,8)参数选取如下: $\mathbf{A}_{1a} = \text{diag}\{1, 2, 1\}$, $\mathbf{A}_{2a} = \text{diag}\{0.5, 0.5, 1\}$, $\Gamma_{1a} = 0.5 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, $\Gamma_{2a} = 0.8 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ 。

姿态角和角速率回路的控制器及其鲁棒项参数(式(26, 27, 30, 31)): $\mathbf{K}_1 = \text{diag}\{1, 1, 3\}$, $\mathbf{K}_2 = 5 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, $\lambda_{1r} = 20$, $\lambda_{2r} = 60$ 。

因式(30)需获取 $\dot{\mathbf{x}}_2^*$, 因此以 $\mathbf{x}_2^* = [p^d, q^d, r^d]^\top$ 为输入, 利用 3 个彼此独立的 RCND 式(16)得到 $\dot{\mathbf{x}}_2^*$, 具体参数见表 1。

表 1 RCND 参数

输入 V	λ_{10}	λ_{11}	λ_{20}	λ_{21}	ϑ	α
p^d	2	0.7	3	0.5	0.5	0.3
q^d	3	0.3	5	0.8	0.2	0.3
r^d	2	0.3	3	0.5	0.5	0.3

为后续控制效果比较方便, 记本文的基于 ADAA 和 RCND 的 backstepping 控制器为方案 1, 由支持向量机干扰估计算法^[4]、线性微分器^[21]和 backstepping 相结合的复合控制器为方案 2。为保证比较效果具有说服力, 方案 2 中的支持向量机参数、姿态角和角速率回路的控制器参数分别与文献[4]和本文相同, 线性微分器参数与表 1 类似, 即表 1 中的参数 $\lambda_{10}, \lambda_{20}, \vartheta$ 不变, 参数 $\lambda_{11} = \lambda_{21} = 0$ 。

首先, 在相同飞行条件和制导指令下, 验证 ADAA 进行干扰补偿的重要性, 即当控制器中不采用 ADAA 补偿干扰(式(26,30)中的 $\hat{\mathbf{D}}_1 = \hat{\mathbf{D}}_2 = 0$)时, 得到姿态角仿真曲线如图 4 所示。由图可知, 针对不确定条件下的 NSV 姿态系统, 若不补偿复合干扰, 姿态角仅有的仿真时间 4 s 内跟踪误差较大, 以致 NSV 失稳。因此, 在 NSV 飞行过程中, 复合干扰的补偿是必须的。

其次, 为更好地说明所提方法的有效性, 分别采用方案 1 和方案 2 设计控制器。两者控制效果及舵偏角响应曲线如图 5~7 所示。由图可知, 本文方法的姿态角和角速率跟踪速度更快, 控制性能更好。

最后, 为比较线性微分器与本文 RCND 的微分估计效果, 给出角速度微分跟踪曲线如图 8 所示。同时, 图 8 给出部分时间的角速率微分跟踪曲线, 以清楚说明两者之间跟踪效果的不同。由图 8 的放大图易知, 本文的 RCND 角速率微分估计值收敛速度更快。

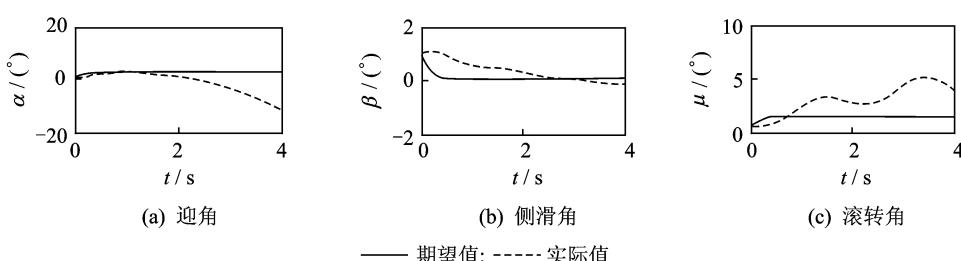


图 4 未补偿干扰时的姿态角响应

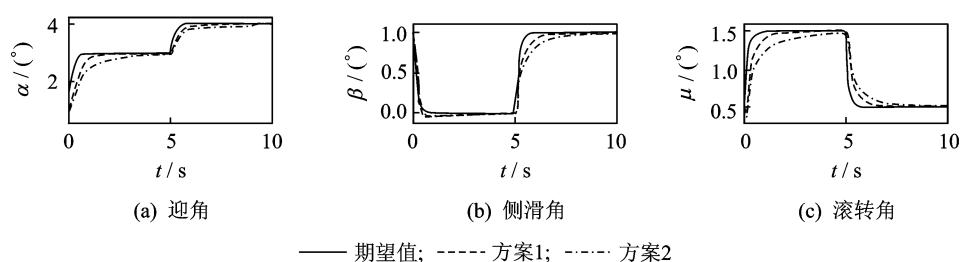


图 5 补偿干扰时的姿态角响应

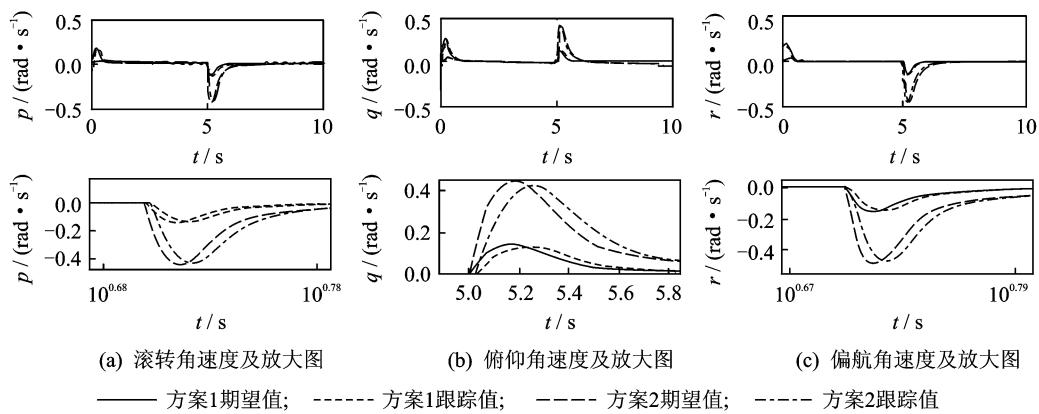


图 6 补偿干扰时角速率响应及放大图

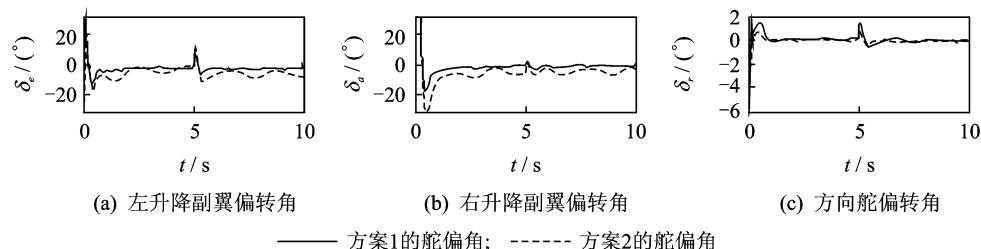


图 7 补偿干扰时气动舵面响应曲线

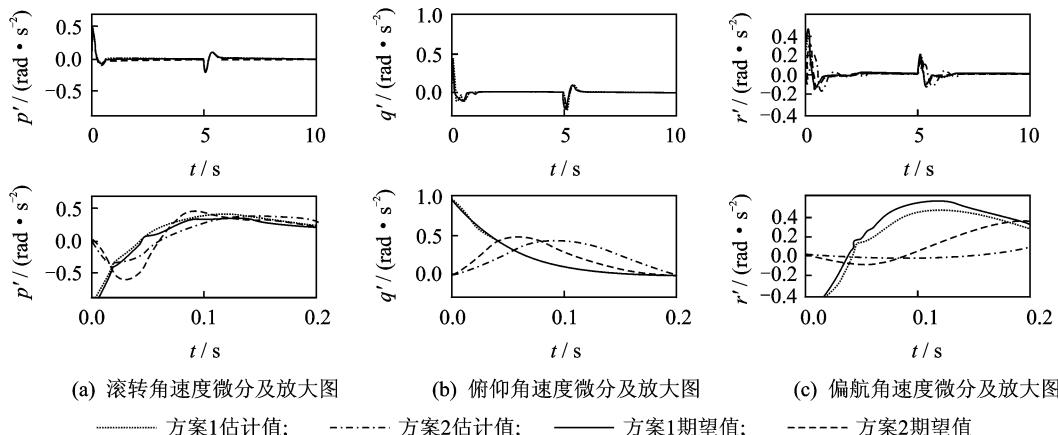


图 8 补偿干扰时角速率微分响应曲线及放大图

6 结束语

本文研究了不确定 NSV 姿态系统鲁棒自适应姿态控制问题。针对 NSV 大包络飞行中存在复合干扰, 提出将依赖于干扰估计误差的干扰估计算法, 快速收敛的非线性微分器和 backstepping 相结合的控制策略。并通过输入输出稳定分析法证明了所设计的复合控制器可以保证姿态的跟踪误差有界。仿真结果表明, 该控制方案能够确保 NSV 拥有稳定的飞行特性、良好的控制性能及强鲁棒性。

参考文献:

- [1] 黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1496-1505.
Huang Lin, Duan Zhisheng, Yang Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts[J]. Control Theory & Application, 2011, 28(10): 1496-1505.
- [2] Young M, Keith S. An overview of advanced concepts for near-space systems[R]. AIAA-2009-4805, 2009.

- [3] Parker J T. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(3):856-869.
- [4] Du Yanli, Wu Qingxian, Jiang Changsheng, et al. Adaptive optimal predictive control of a near-space vehicle using functional link network[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 27(2):148-154.
- [5] Harl N, Balakrishnan S N. Reentry terminal guidance through sliding mode control[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(1):186-199.
- [6] Jiang B, Gao Z F, Shi P, et al. Adaptive fault-tolerant tracking control of near space vehicle using Takagi-Sugeno fuzzy models[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010, 18(5):1000-1007.
- [7] Fiorentini L, Serrani A, Bolender M A, et al. Non-linear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(2):401-416.
- [8] 高道祥,孙增圻,杜天容.高超声速飞行器基于 Backstepping 的离散控制器设计[J].控制与决策,2009, 24(3):459-467.
Gao Daoxiang, Sun Zengqi, Du Tianrong. Discrete-time controller design for hypersonic vehicle via backstepping[J]. Control and Decision, 2009, 24(3):459-467.
- [9] Luo Y, Yeh Y H, Ishihara A K. Adaptive backstepping design for a longitudinal UAV model utilizing a fully tuned growing radial basis function network[R]. AIAA-2011-1451, 2011.
- [10] Xu Y F, Jiang B, Tao G, et al. Fault tolerant control for a class of nonlinear systems with application to near space vehicle[J]. Circuits System and Signal Process, 2011, 30(3):655-672.
- [11] 周丽,姜长生.改进的非线性鲁棒自适应动态面控制[J].控制与决策,2008,23(8):938-943.
Zhou Li, Jiang Changsheng. Improved robust and adaptive dynamic surface control for nonlinear systems [J]. Control and Decision, 2008, 23(8):938-943.
- [12] Farrell J A, Sharma M, Polycarpou M. Backstepping-based flight control with adaptive function approximation[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2005, 28(6):1089-1102.
- [13] Choi I H, Bang H C. Adaptive command filtered backstepping tracking controller design for quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2012, 226(5):483-497.
- [14] Li C Y, Jing W X, Gao C S. Adaptive backstepping-based flight control system using integral filters[J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13(3):105-113.
- [15] 都艳丽.近空间飞行器姿态与轨迹的非线性自适应控制研究[D].南京:南京航空航天大学,2010.
Du Yanli. Study of nonlinear adaptive attitude and trajectory control for near space vehicles[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [16] 张强,吴庆宪,姜长生,等.考虑执行器动态和输入受限的近空间飞行器鲁棒可重构跟踪控制[J].控制理论与应用,2012,29(10):1263-1271.
Zhang Qiang, Wu Qingxian, Jiang Changsheng, et al. Robust reconfigurable tracking control of near space vehicle with actuator dynamic and input constraints[J]. Control Theory & Application, 2012, 29(10):1263-1271.
- [17] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. Third Edition. NJ: Prentice Hall, 2002:174-180.
- [18] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal of Control and Optimization, 2000, 38(3):751-766.
- [19] Wang X, Chen Z, Yang G. Finite-time-convergent differentiator based on singular perturbation technique[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(8):1731-1737.
- [20] 韩京清,王伟.非线性跟踪-微分器[J].系统科学与数学,1994,14(2):177-183.
Han Jingqing, Wang Wei. Nonlinear tracking differentiator[J]. Journal of System Science and Mathematical Sciences, 1994, 14(2):177-183.
- [21] Farrell J A, Polycarpou M, Sharma M, et al. Command filtered backstepping[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6):1391-1395.
- [22] Ibrir S, Xie W F, Su C Y. Adaptive tracking of non-linear systems with non-symmetric dead-zone input [J]. Automatica, 2007, 43(3):522-530.
- [23] Orlov Y. Finite time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems[J]. Siam Journal on Control Optimization, 2005, 43 (4): 1253-1271.