

# 一种反对称变换下的有监督局部保持投影算法

范 燕<sup>1</sup> 郑宇杰<sup>2</sup> 於东军<sup>3</sup> 宋晓宁<sup>1</sup> 束 鑫<sup>1</sup> 杨静宇<sup>3</sup>

(1. 江苏科技大学计算机科学与工程学院, 镇江, 212003; 2. 中国电子科技集团公司第二十八研究所, 南京, 210007;  
3. 南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京, 210094)

**摘要:**提出一种基于反对称变换下的有监督局部保持投影方法。首先针对监督局部保持投影(Supervised locality preserving projection, SLPP)存在过学习和不能较好地保持图像空间的差异信息等问题,通过最小化局部离散度和最大化差异离散度准则提取投影方向,寻找到 SLPP 与直接线性鉴别分析(Direct linear discriminant analysis, D-LDA)的一种特殊等价形式。其次,反对称矩阵是一种特殊矩阵,与其相对应的反对称变换是欧氏空间中一类重要的线性变换,本文进一步对特殊等价形式的 D-LDA 转换矩阵进行反对称变换,得到其对应的反对称矩阵,通过对线性空间下两种矩阵的分别求解,从而得到样本完备的鉴别信息。本文所提方法有效解决了线性空间下小样本问题的特征抽取问题,在 NUST603 和 ORL 人脸库上的实验结果验证了该方法的有效性。

**关键词:**特征抽取;局部保持投影;小样本问题;反对称变换

**中图分类号:** TP391.41      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2013)02-0271-06

## Supervised Locality Preserving Projection Based on Anti-symmetric Transformation

Fan Yan<sup>1</sup>, Zheng Yujie<sup>2</sup>, Yu Dongjun<sup>3</sup>, Song Xiaoning<sup>1</sup>, Shu Xin<sup>1</sup>, Yang Jingyu<sup>3</sup>

(1. School of Computer Science and Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, 212003, China; 2. The 28th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing, 210007, China; 3. School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094, China)

**Abstract:** Classification of nonlinear high-dimensional data is usually not amenable to standard pattern recognition techniques because of an underlying small sample size condition. To address this problem, a novel supervised locality preserving projection (SLPP) learning algorithm based on the anti-symmetric transformation is developed. Firstly, according to the problem that SLPP has the over-learning problem and does not preserve the diversity information of data which is also useful for data recognition, a concise transformation of feature extraction criterion is raised by minimizing the local scatter, which efficiently preserves the local structure and simultaneously maximizes the diversity scatter. Furthermore, a special equivalent form of direct linear discriminant analysis (D-LDA) is obtained. Secondly, anti-symmetric matrix is a kind of specific matrix in matrix theory, and skew symmetric transformation is the basic linear transformation in Euclidean space. By this special equivalent form of D-LDA and anti-symmetric transformation, two solution spaces derived from the local scatter matrix and its corresponding anti-symmetric subspace are respectively utilized to obtain the efficient discriminatory information of the

**基金项目:**国家自然科学基金(61100116)资助项目;江苏省自然科学基金(BK2011371, BK2012700)资助项目;中国博士后科学基金(2011M500926)资助项目;江苏省博士后科学基金(1102063C)资助项目;人工智能四川省重点实验室开放基金重点课题(2012RZY02)资助项目。

**收稿日期:** 2012-04-17; **修订日期:** 2012-12-08

**通信作者:** 於东军, 男, 博士, 副教授, 1975 年生, E-mail: njyudj@njust.edu.cn.

samples. Therefore, the shortcoming of nonlinear small sample sizes problem in the traditional subspace learning algorithms is overcome. Experimental results on the NUST603 and ORL face databases demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** feature extraction; locality preserving projection; small sample size problem; anti-symmetric transformation

特征提取一直是模式识别、计算机视觉、机器学习等领域中不可避免的问题。而如何从原始数据中得到有效的低维描述是研究者所关心的主要研究方向之一。对此研究者提出了许多方法,其中,最经典且部分得到成功应用的方法是各类子空间分析法(Subspace analysis method, SAM)<sup>[1-2]</sup>。SAM的思想是根据某种准则寻找投影方向,使得投影后的特征便于后续分析,如分类。

最近,利用基于视觉的几何方法(也叫流形学习)进行模式分析已引起研究者的关注和重视,典型的代表有等距映射<sup>[3]</sup>、局部线性嵌入<sup>[4]</sup>和拉普拉斯特征映射<sup>[5]</sup>,在实验数据上取得了令人瞩目的结果,但是所提取的映射关系仅建立在训练数据上,对如何估计测试数据的映射不清楚,导致在计算机视觉和模式识别领域应用的比较少。对此问题,He等<sup>[6]</sup>将拉普拉斯特征映射近似线性化,提出了局部保持投影(Locality preserving projection, LPP)。该算法有效地保持了图像之间的局部结构,在模式识别、文档分析等方面取得了较好的结果,引起了研究者的关注<sup>[7-10]</sup>。然而该方法并没有利用图像的分类信息,导致在光照、姿态、表情变化较大时识别性能不是足够好。对此,人们提出了有监督的LPP算法<sup>[6,11-13]</sup>,取得了不错的效果,典型的代表有监督局部保持投影(Supervised LPP, SLPP)<sup>[6]</sup>和局部判别投影(Locally discriminating projection, LDP)<sup>[13]</sup>。遗憾的是,SLPP不能有效地保持图像空间的差异信息,原因在于这类方法在保持图像之间的局部结构时,忽略了图像之间的非局部属性和图像之间的总体信息,以致识别性能不够好。重要的是,该类方法通过惩罚因子最小化局部离散度时,使得邻域内的样本投影后比较接近,当邻域内的样本过于接近时,容易造成邻域内样本之间的差异信息丢失,即产生过学习问题。

为了解决这一问题,本文提出一种基于反对称变换下的有监督局部保持投影方法。首先针对监督局部保持投影存在过学习和不能较好地保持图像空间的差异信息等问题,通过最小化局部离散度和最大化差异离散度准则提取投影方向,寻找到一种SLPP与直线性鉴别分析(Direct linear discrim-

inant analysis, D-LDA)<sup>[14]</sup>的等价形式。其次,反对称矩阵是一种特殊矩阵,与其相对应的反对称变换是欧氏空间中一类重要的线性变换,本文进一步对特殊等价形式的D-LDA转换矩阵进行反对称变换,得到其对应的反对称矩阵,通过对线性空间下两种矩阵的分别求解,从而增大了训练样本数目以及样本之间的差异信息。本文所提方法有效解决了线性空间下小样本问题的特征抽取问题,在NUST603和ORL人脸库上的实验结果验证了该方法的有效性。

## 1 SLPP与D-LDA的等价性

### 1.1 SLPP算法

给定 $N$ 个训练图像集 $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_N]$ ,其中, $x_i \in \mathbf{R}^m$ 代表第 $i=1, \dots, N$ 个训练图像向量,SLPP的目的是寻找一个投影方向 $\mathbf{w}$ 使得式(1)最小

$$J_F(\mathbf{X}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{X}^T \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{D} \mathbf{X}^T \mathbf{w}} \quad (1)$$

式中,分子 $\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{X}^T \mathbf{w}$ 代表样本的局部离散度; $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{S}$ 拉普拉斯矩阵,度量的图像之间局部结构属性, $\mathbf{S}$ 是一个实对称矩阵,度量的不同图像之间的相似性,定义如下

$$S_{ij} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{t}\right) & x_i \in \tau_i, x_j \in \tau_j, \\ \tau_i = \tau_j, x_i \in \Omega_{x_j}^k \text{ 或 } x_j \in \Omega_{x_i}^k & \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $S_{ij}$ 代表 $\mathbf{S}$ 的第 $i$ 行第 $j$ 列的元素; $\Omega_{x_i}^k$ 代表 $x_i$ 的 $k$ 邻域; $\mathbf{D}$ 为一个对角矩阵,第 $i$ 行第 $i$ 列的元素 $D_{ii} = \sum_j S_{ij}$ 。

SLPP通过最小化式(1)来保持图像之间的局部结构属性,即相似性。但在式(1)中,分母的物理意义并不清楚,为了分析方便,分母展开可写成

$$\mathbf{w}^T \mathbf{X} \mathbf{D} \mathbf{X}^T \mathbf{w} = \mathbf{w}^T \left[ \sum_i D_{ii} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right] \mathbf{w} \quad (3)$$

式(3)表明,式(1)的分母是训练图像的加权离散度, $D_{ii}$ 是相应图像的加权系数,表征该图像的贡献大小;当训练图像的均值为0时,分母则是训练图像加权总体离散度。

由式(2)知,当 $x_i$ 和 $x_j$ 在图像空间相距很近

时,  $S_{ij}$  就越大; 如果  $x_i$  与其  $k$  邻域内的所有图像在图像空间分布都比较近(分布紧凑), 则由式(2)和式(3)知,  $D_{ii}$  的值就越大。它意味着图像  $x_i$  的贡献就越大, 反之, 贡献就越小。然而, 从信息统计角度看, 如果任意两个图像在图像空间分布比较紧凑, 即欧氏距离比较小, 则两个图像所提供的差异信息就减少, 因此一个图像相对于另外一个图像提供的差异信息就越少, 相应的贡献就小。同样, 如果一个图像与库中的几个图像在图像空间分布都比较紧凑, 则它对图像库总体的贡献就比较小, 加权系数也就比较小。显然, 这与  $D_{ii}$  和  $S_{ij}$  的定义正好相反, 因此 SLPP 不能有效地保持图像空间的差异信息, 导致分类性能不是足够好。针对此问题, 本文第2节提出了一种基于反对称变换的 SLPP 算法。

## 1.2 SLPP 与极小化 D - LDA

根据 1.1 节分析, 式(1)分子代表样本的局部结构信息离散度, 分母代表样本的全局结构信息离散度, 由此, 不妨设  $P_w = \mathbf{X}\mathbf{L}\mathbf{X}^T$ ,  $P_b = \mathbf{X}\mathbf{D}\mathbf{X}^T$ , 则相应的 SLPP 准则函数被重定义为

$$J'_F(\mathbf{X}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{P}_w \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{P}_b \mathbf{w}} \quad (4)$$

此时, SLPP 算法的准则函数  $J'_F(\mathbf{X})$  演变成线性鉴别准则的逆形式: 极小化形式。在此基础上, 作者引入 D - LDA, 其基本思想是在类内散布矩阵  $S_w$  的零空间内寻找使类间散布量(非零)最大的一组标准正交的特征向量并将其作为投影轴。由于 SLPP 准则函数的分子代表了图像空间的局部离散度, 分母代表了差异离散度, 通过最小化局部离散度和最大化差异离散度来寻找一个投影方向  $\mathbf{w}$  使得式(1)最小, 因此对应于式(4)的 LDA 等价形式, 此时的 D - LDA 也演变成极小化准则形式下的直接鉴别分析, 其基本思想是在散布矩阵  $P_b$  的零空间内寻找使  $P_w$  散布量(非零)最大的一组标准正交的特征向量并将其作为投影轴。该极小化 D - LDA 算法过程如下:

**步骤 1** 计算类内散布矩阵  $P_w$  的特征值及特征向量, 使  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_d)$  为  $P_w$  的特征值矩阵并且其值按降序排序, 同时相应的特征向量矩阵为  $\mathbf{V} = [\nu_1, \dots, \nu_d]$ , 它们满足

$$\mathbf{V}^T \mathbf{P}_w \mathbf{V} = \Lambda \quad (5)$$

假设  $P_w$  的秩为  $r$ , 使  $\mathbf{Y} = [\nu_1, \dots, \nu_r]$  并且  $\mathbf{D}_w = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_r)$ , 由此得到

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{P}_w \mathbf{Y} = \mathbf{D}_w \quad (6)$$

**步骤 2** 通过投影矩阵  $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}\mathbf{D}_w^{-1/2}$ , 对每个样本进行  $\mathbf{Z}^T \mathbf{x}$  投影。

**步骤 3** 计算矩阵  $P_b$  的特征值及特征向量,  $P_b$  定义为

$$\mathbf{P}_b = \mathbf{Z}^T \mathbf{P}_b \mathbf{Z} \quad (7)$$

使  $\mathbf{D}_b = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_r)$  为  $P_b$  的特征值矩阵并且其值按降序排序, 同时相应的特征向量矩阵为  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_r]$ , 它们满足

$$\mathbf{U}^T \mathbf{P}_b \mathbf{U} = \mathbf{D}_b \quad (8)$$

**步骤 4** 计算转换矩阵  $\mathbf{W}$  并且对每个样本进行  $\mathbf{W}^T \mathbf{x}$  投影, 最终的极小化 D - LDA 转换矩阵为

$$\mathbf{W} = \mathbf{Y}\mathbf{D}_w^{-1/2} \mathbf{U}\mathbf{D}_b^{-1/2} \quad (9)$$

## 2 基于 D - LDA 的反对称矩阵

根据矩阵理论, 反对称矩阵是一种特殊矩阵, 与其相对应的反对称变换是欧氏空间中一类重要的线性变换, 本节进一步对 SLPP 演变为极小化 D - LDA 所求得的转换矩阵  $\mathbf{W}$  进行反对称变换, 得到它的另一种反对称矩阵。通过对线性空间下这两种矩阵的分别求解, 从而有效增大了训练样本数目以及样本之间的差异信息。根据反对称变换知识, 给出以下定理及证明。

**定理 1** 欧式空间  $\mathbf{V}^n$  的线性变换  $\mathbf{T}$  为反对称变换, 即  $(\mathbf{T}\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -(\mathbf{x}, \mathbf{T}\mathbf{y})$  存在的充要条件是  $\mathbf{T}$  在  $\mathbf{V}^n$  的标准正交基下的矩阵为反对称矩阵。

**证明** 设  $\mathbf{V}^n$  的一个标准正交基为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 线性变换  $\mathbf{T}$  在该基下的矩阵为  $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$ , 即

$$\mathbf{T}(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1, x_2, \dots, x_n)\mathbf{A} \quad (10)$$

则有

$$\begin{aligned} \mathbf{T}x_i &= a_{1i}x_1 + a_{2i}x_2 + \dots + a_{ni}x_n \\ (\mathbf{T}x_i, x_j) &= a_{ji} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}x_j &= a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{nj}x_n \\ (x_i, \mathbf{T}x_j) &= a_{ij} \end{aligned} \quad (12)$$

必要性。设  $\mathbf{T}$  是反对称变换, 则有  $(\mathbf{T}x_i, x_j) = -(x_i, \mathbf{T}x_j)$ , 即  $a_{ji} = -a_{ij}$ , 故  $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$ 。

充分性。设  $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$ , 则对任意的  $x, y \in \mathbf{V}^n$ , 有

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)\mathbf{A} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{y} = (x_1, \dots, x_n) \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}\mathbf{y} = (x_1, \dots, x_n)\mathbf{A} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

因为  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是标准正交基, 所以

$$(\mathbf{T}\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\xi_1, \dots, \xi_n)\mathbf{A}^T \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{bmatrix} =$$

$$-(\xi_1, \dots, \xi_n) \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{bmatrix} = -(x, \mathbf{T}y) \quad (15)$$

故  $\mathbf{T}$  是反对称变换, 证毕。

定理 1 构造了相对于极小化 D-LDA 所求得的转换矩阵  $\mathbf{W}$  的另一个反对称矩阵, 从而有效增大了训练样本维数以及样本之间的差异信息, 解决了传统 D-LDA 方法中特征维数受类别数限制的问题。

综上, 作者提出的基于反对称变换下的 SLPP 算法的步骤如下:

**步骤 1** 对原始图像降维, 并将 SLPP 准则函数演变成 D-LDA 的极小化形式;

**步骤 2** 对极小化 D-LDA 进行求解, 获得转换矩阵  $\mathbf{W}$ ;

**步骤 3** 根据反对称变换知识, 构造极小化 D-LDA 所求得的转换矩阵  $\mathbf{W}$  的反对称矩阵;

**步骤 4** 将所有样本向两个矩阵空间投影并组合, 得到低维数据并进行分类。

### 3 算法分析

根据 1.2 节理论, SLPP 算法的准则函数  $J'_f(\mathbf{X})$  演变成线性鉴别准则的逆形式: 极小化形式。由矩阵理论知识可知, 反对称矩阵是一种特殊矩阵, 与其相对应的反对称变换是欧氏空间中一类重要的线性变换。根据  $\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_w$ , 知道样本完整的特征空间分别由  $\mathbf{S}_w$  和  $\mathbf{S}_b$  所产生的子空间构成。实际上, 通过反对称变换  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_b$  所产生的特征空间具有互补性, 这是因为所有样本的鉴别信息都分布在 4 个散布矩阵空间内, 即类内散布矩阵和类间散布矩阵分别对应的零子空间及其反对称互补空间。对应于第 2 节的传统极小化准则形式下的 D-LDA, 其基本思想是在散布矩阵  $\mathbf{S}_b$  的零空间内寻找使  $\mathbf{S}_w$  散布量(非零)最大的一组标准正交的特征向量并将其作为投影轴。与此同时, 本文的算法构造了相对于极小化 D-LDA 所求得的转换矩阵  $\mathbf{W}$  的另一个反对称矩阵, 但是它们各自都不具备特征空间的完整性。设  $\overline{\mathbf{IS}}$  为样本降维后的有效特征空间, 则该有效特征空间与子空间的关系表示如下

$$\overline{\mathbf{IS}} = \mathbf{P}(\mathbf{S}_t) = \mathbf{N}(\mathbf{S}_b) \cup \mathbf{P}(\mathbf{S}_w) \cup \overline{\mathbf{N}}(\mathbf{S}_b) \cup \overline{\mathbf{P}}(\mathbf{S}_w)$$

式中:  $\mathbf{N}(\cdot)$  表示某个散布矩阵的零子空间;  $\mathbf{P}(\cdot)$  表示与之对应的互补子空间(即非零子空间);

$\overline{\mathbf{N}}(\cdot)$  表示反对称变换下某个散布矩阵对应的零子空间;  $\overline{\mathbf{P}}(\cdot)$  表示与之对应的反对称互补非零子空间。因此, 传统直接鉴别分析方法单独只能考虑到一种散布矩阵空间所对应的鉴别特征。本文算法构造出极小化 D-LDA 的转换矩阵  $\mathbf{W}$  的另一个反对称矩阵空间, 通过对这两种特征空间分别进行求解, 从而使训练样本维数增大一倍, 并且更多地保留了样本之间的差异信息, 解决了传统 D-LDA 方法中特征维数受类别数限制的问题。

本文所提算法的动机是期望在反对称变换投影后的子空间里, 进一步在散布矩阵  $\mathbf{S}_b$  的零空间内寻找使  $\mathbf{S}_w$  散布量(非零)最大的一组标准正交的特征向量并将其作为另一个投影轴, 并利用该信息平衡鉴别准则中各个样本和类均值, 由此产生了新的类内和类间散布矩阵及其鉴别准则, 这也是本文算法和传统直接鉴别算法的不同之处。表 1 描述了各种经典算法和本文算法的时间复杂度, 其中, Fisherface, SLPP, 完全线性鉴别分析(Complete LDA, C-LDA)以及本文方法的复杂度由训练样本数  $M$  确定, D-LDA 的复杂度由类别数  $C$  确定, 正则化线性鉴别分析(Regulized LDA, R-LDA)的复杂度依赖于  $M$  和  $C$ 。

表 1 各种算法的时间复杂度

方法	Fisherface	D-LDA	C-LDA	R-LDA	SLPP	本文算法
计算复杂度	$O(M^3)$	$O(C^3)$	$O(2M^2)$	$O(M^3 + C^3)$	$O(M^3)$	$O(2M^3)$

### 4 实验结果及分析

本节分别采用 NUST603 和 ORL 人脸图像数据库进行算法的性能验证, 为了更有效地评估算法, 实验先后考察了 Fisherface<sup>[15]</sup>, D-LDA, SLPP 和本文方法的分类效果, 分类器采用  $k$  近邻和最近邻分类器进行不同实验的样本分类。

实验 1 采用 NUST603 人脸数据库, 共包含 96 人, 每人由 10 幅图像构成, 每幅图像的原始分辨率均为  $256 \times 256$ 。为了降低内存和实验消耗, 作者首先将图像中的脸像切割出来, 并归一化为  $32 \times 32$  的标准图像。图 1 是 NUST603 人脸库部分归一化人脸图像。



图 1 NUST603 人脸库部分归一化人脸图像

在实验中,训练样本集随机产生,分别采用 NUST603 人脸库中每类人脸的前  $\theta(\theta=3,4,5,6)$  个样本组成训练样本集,所有样本组成测试样本集,该实验经过特征提取后的图像数据采用  $k$  近邻分类器实现分类,为了简化算法,取近邻参数  $k$  为 3。由于实验过程中的控制参数  $m$  和  $p$  均为控制分类结果模糊程度的参数,它们通过交叉验证方法得到,其中  $m$  取 0.1,  $p$  取 2。表 2 是 Fisherface, D - LDA, SLPP 和本文方法的识别性能比较。

表 2 不同数量训练样本集下 NUST603 识别率比较 %

训练样本数	方法			
	Fisherface	D - LDA	SLPP	本文算法
3	97.46	97.81	97.91	98.39
4	98.23	98.12	98.42	98.85
5	98.65	98.65	98.83	99.14
6	99.17	99.28	99.37	99.66

实验 2 采用 ORL 人脸数据库,共包含 40 人,每人由不同表情或不同视点的 10 幅图像组成。首先对所有样本进行两次小波变换,将原始图像预处理成  $23 \times 28$  维的形式。图 2 显示了 ORL 人脸数据库的部分人脸图像。



图 2 ORL 人脸数据库部分人脸图像

实验中,样本的训练数据集随机产生,在不同的训练样本个数下均做 10 次不同的测试,得到 10 次不同数据集下的均值。每组实验从每类人脸图像中随机抽取  $\theta(\theta=3,4,5)$  个样本组成训练样本集,用剩余样本组成测试样本集,该实验经过特征提取后的图像数据采用最近邻分类器实现分类。同时实验过程中的控制参数通过交叉验证得到,其中  $m$  取 0.3,  $p$  取 2。表 2 是 Fisherface, D - LDA, SLPP 和本文方法的识别性能比较,实验结果显示了各算法在 10 次不同实验数据下的均值。同时,表 3 的最后一行给出了训练样本数是 6 的情形下的时间消耗。

值得注意的是,本文算法需要更多的时间消耗,这是因为算法在分类过程中所使用的鉴别特征的数量是原算法的 2 倍,即  $(C-1) \times 2$  维,其中  $C$  是类别数。

表 3 不同数量训练样本集下 ORL 识别率比较 %

训练样本数	方法			
	Fisherface	D - LDA	SLPP	本文算法
4	92.04	92.28	92.10	92.63
5	95.02	95.55	95.47	96.32
6	96.26	96.81	96.68	97.97
CPU 时间/s	12.6	11.2	12.1	23.7

此外, Fisherface 以及 D - LDA 算法的执行效率一定程度上依赖于 PCA 降维阶段主成分的使用数量,当 PCA 主成分数量从 40 到 200 之间变化时,分别对 Fisherface, D - LDA, C-LDA 和本文方法进行了性能比较,各类算法在 ORL 人脸数据库上的识别率曲线如图 3 所示。

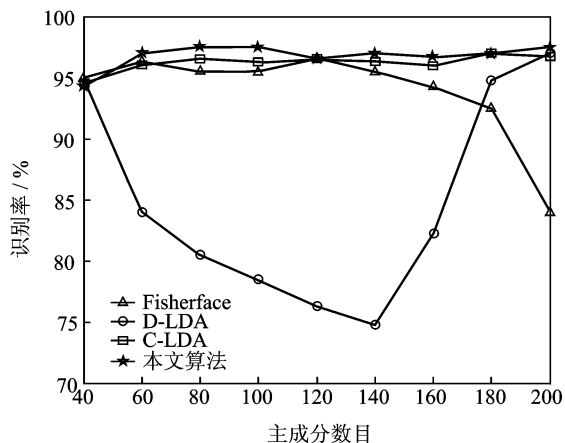


图 3 不同主成分特征维数下抽取前 5 个训练样本集的 ORL 识别率的比较

通过图 3 的实验数据,表明在 PCA 降维阶段主成分维数发生变化时,以每类人脸前 5 幅图像作为训练样本时的本文算法相比于其他经典算法的识别性能始终有效和稳定。

## 5 结 论

本文提出了一种基于反对称变换下的有监督局部保持投影方法,通过理论和实验表明:

(1) 首先针对监督局部保持投影 SLPP 不能较好地保持图像空间的差异信息等问题,通过最小化局部离散度和最大化差异离散度准则提取投影方向,寻找到 SLPP 与直接线性鉴别分析(D - LDA)的一种特殊等价形式。其次,根据反对称变换知识,本文进一步对特殊等价形式的 D - LDA 转换矩阵进行反对称变换,得到其对应的反对称矩阵。

(2) 在特征抽取及识别的过程中,通过对线性变换下两种矩阵的分别求解,从而增大了训练样本

数目以及样本之间的差异信息,有效解决了小样本在子空间学习中所面临的分类困难。而如何进一步在稀疏表示空间中重定义 SLPP 离散度矩阵的更优特征,这是下一步的研究方向。

### 参考文献:

- [1] 孙廷凯,冯爱民,陈松灿. 基于相关性度量的伪主成分分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(6): 732-736.  
Sun Tingkai, Feng Aimin, Chen Songcai. Correlation metric based pseudo-principal component analysis[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006, 38(6): 732-736.
- [2] 周大可,唐振民. 一种加权核鉴别分析方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(2): 226-229.  
Zhou Dake, Tang Zhenmin. Kernel fisher discriminant analysis with weighted schemes[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008, 40(2): 226-229.
- [3] Tenenbaum J B, de Silva V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. Science, 2000, 290(5500): 2319-2323.
- [4] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [5] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation[J]. Neural Computation, 2003, 15(6): 1373-1396.
- [6] He X F, Yan S C, Hu Y, et al. Face recognition using Laplacianfaces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328-240.
- [7] Cai D, He X F, Han J W. Document clustering using locality preserving indexing[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2005, 17(12): 1624-1637.
- [8] Hu D W, Feng G Y, Zhou Z. Two-dimensional locality preserving projections (2DLPP) with its application to palmprint recognition[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(1): 339-342.
- [9] Yang J, Zhang D, Yang J, et al. Globally maximizing, locally minimizing: unsupervised discriminant projection with applications to face and palm biometrics[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(4): 650-664.
- [10] Deng W, Hu J, Guo J, et al. Comments on globally maximizing, locally minimizing: unsupervised discriminant projection with application to face and palm biometrics[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(8): 1503-1504.
- [11] Jin Y, Ruan Q Q. An image matrix compression based supervised locality preserving projections for face recognition[C]//Proceedings of the International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Xiamen, China: IEEE, 2007: 738-741.
- [12] 张志伟,杨帆,夏克文,等. 一种有监督的 LPP 算法及其在人脸识别中的应用[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 539-541.  
Zhang Zhiwei, Yang Fan, Xia Kewen, et al. A supervised LPP algorithm and its application to face recognition[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2008, 30(3): 539-541.
- [13] Zhang H, Sun S, Jing Z, et al. Local structure based supervised feature extraction [J]. Pattern Recognition, 2006, 39(8): 1546-1550.
- [14] Yu H, Yang J. A direct LDA algorithm for high-dimensional data-with application to face recognition [J]. Pattern Recognition, 2001, 34(11): 2067-2070.
- [15] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman1 D J. Eigenfaces vs fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720.

