

基于 Hammerstein 模型的非线性气动弹性系统辨识

李治涛 韩景龙 员海玮

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京, 210016)

摘要: 在非线性气动弹性系统的辨识中, Hammerstein 模型常用来辨识系统的非线性部分, 而假设其线性部分是已知的。本文以累积相干函数为准则, 有效地选择非线性部分的基函数, 减少辨识参数的数目; 利用条件逆谱法得到系统线性部分的极点, 并构造相应的正交基函数; 基于 Hammerstein 模型, 建立该非线性系统的参数化模型; 用非迭代方法求解模型参数; 从而提出了能够同时辨识系统线性部分和非线性部分的非迭代辨识算法。以俯仰方向含刚度五次非线性的二元翼段为例, 验证了该辨识方法的有效性。

关键词: 气动弹性; 非线性辨识; 条件逆谱法; Hammerstein 模型; 累积相干函数

中图分类号: V211.47 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2013)01-0014-07

Identification of Nonlinear Aeroelastic Systems Based on Hammerstein Model

Li Zhitao, Han Jinglong, Yun Haiwei

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: In the identification of nonlinear aeroelastic systems, a Hammerstein model is used for identifying the nonlinear part of the system, and its linear part is assumed to be known in advance. The cumulative coherence function is considered as the criterion, and the base functions of its nonlinear part is effectively chosen in order to reduce the number of identified parameters. The poles of its linear part are obtained by the conditioned reverse path spectral method, and the correspondence orthonormal base functions are constructed. The parametric model of the system is built based on Hammerstein model. And the parameters of the model are solved by a non-iterative algorithm. Thus a non-iterative algorithm capable of simultaneously identifying the linear and nonlinear parts of the system is proposed. The validity of the identifying method is verified by using an example of a two-dimensional airfoil with the 5th nonlinearity of the stiffness in the direction of the pitch.

Key words: aeroelasticity; nonlinear identification; conditioned reverse path spectral method; Hammerstein model; cumulative coherence function

随着各种新型结构飞行器概念的出现和对飞行器性能要求的不断提高, 其结构设计呈现出轻质柔软的特点。这种状况下的气动弹性问题经常具有明显的非线性特征。非线性因素在气动弹性系

统中是普遍存在的, 如结构中经常出现的材料非线性、几何非线性、间隙非线性等^[1]; 而激波与附面层相互作用、流动分离、不稳定涡流等^[1]均会引起气动非线性。这些非线性因素不仅影响系统的气动

基金项目: 国家自然科学基金(10872089, 11102085)资助项目; 高等学校博士点学科专项科研基金(20113218110002)资助项目。

收稿日期: 2012-01-10; **修订日期:** 2012-03-09

通信作者: 韩景龙, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: hjlac@nuaa.edu.cn。

弹性稳定性,还往往使系统出现极限环振荡,从而对飞行器结构造成损害。要研究非线性气动弹性系统的动力学特征,首先必需建立其准确的数学模型。对某些非线性机理尚不清楚的系统,通过对该系统的试验或仿真数据进行辨识,建立其数学模型是行之有效的方法^[2]。近年来,国内外学者在此方面做了许多研究。主要的研究方法有:Volterra 核辨识法^[2-4],NARMAX 模型辨识法^[5-6],Hammerstein 模型辨识法^[7-12]等。Volterra 核辨识法^[2-4]是非参数化的辨识方法,用核函数刻画非线性系统,但高阶核的计算复杂且工作量大。Hammerstein 模型^[7-12]是由无记忆的非线性算子和线性系统串联构成的,可用来辨识线性部分已知时的非线性部分,模型参数可用迭代或非迭代的方法求解。

上述的辨识方法均存在不足。本文在 Hammerstein 模型辨识方法的基础上,提出了一种能够同时辨识系统线性和非线性部分的非迭代辨识算法。首先以累积相干函数为准则,有效地选择非线性部分的基函数;采用条件逆谱法从系统的试验或仿真数据中辨识得到线性部分极点,并构造相应的正交基函数;基于 Hammerstein 模型,建立该非线性系统的参数化模型;用非迭代算法估计模型参数。以俯仰方向含刚度五次非线性的二元翼段为例,验证该方法的有效性。

1 基于 Hammerstein 模型的辨识算法

非线性气动弹性系统的运动方程^[7]为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{F}\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的广义位移向量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为系统的输入向量; $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 分别为标称系统的广义质量、广义阻尼、广义刚度和输入矩阵; $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbf{R}^n$ 为非线性函数向量。

将式(1)写成状态空间的形式^[2]为

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_2\sigma(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}$; $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_1 =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix}; \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}; \sigma(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t))。$$

假设广义位移为系统的输出。将式(2)写成传递函数的形式^[2]为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}_{11}\mathbf{u}(t) + \mathbf{P}_{12}\sigma(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_{11} = \mathbf{Q}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}_1, \mathbf{P}_{12} = \mathbf{Q}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}_2 \quad (4)$$

式中: $\mathbf{Q} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}]$; $\mathbf{P}_{11}\mathbf{u}(t)$ 为输出 $\mathbf{x}(t)$ 的线性部分; $\mathbf{P}_{12}\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 为输出 $\mathbf{x}(t)$ 的非线性部分,它是由非线性算子 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 和线性系统 \mathbf{P}_{12} 串联构成的 Hammerstein 模型; s 为拉氏变量。式(3)所示关系可用图 1 表示^[7]。

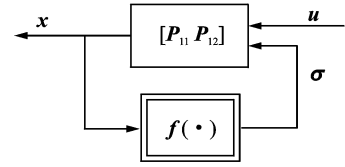


图 1 非线性系统的方块图

将式(3)离散^[13]得

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{P}_{21}\mathbf{u}_k + \mathbf{P}_{22}\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{21} = \mathbf{Q}_d(\mathbf{q}\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1}\mathbf{B}_{1d} \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{22} = \mathbf{Q}_d(\mathbf{q}\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1}\mathbf{B}_{2d}$$

式中: \mathbf{u}_k 和 \mathbf{x}_k 分别为第 k 时刻 $\mathbf{u}(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 的值; \mathbf{P}_{21} 和 \mathbf{P}_{22} 分别为 \mathbf{P}_{11} 和 \mathbf{P}_{12} 的离散形式; t_s 为采样周期; $\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}$; $\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}t_s}$; $\mathbf{B}_{1d} = \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}t_s} - \mathbf{I})\mathbf{B}_1$; $\mathbf{B}_{2d} = \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}t_s} - \mathbf{I})\mathbf{B}_2$; \mathbf{q} 为向前移位算子。

定义 $\lambda_k = \mathbf{P}_{22}\mathbf{f}(\mathbf{x}_k)$ 。式(5)中 \mathbf{x}_k 的非线性部分即 λ_k 为离散的 Hammerstein 模型^[7],如图 2 所示。非线性算子^[7] $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k)$ 为

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) = \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k)$ 为自主选择的非线性部分的基函数^[7-8]; $\mathbf{a}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为未知矩阵参数。

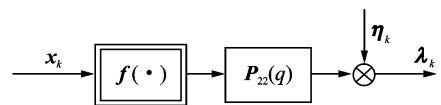


图 2 Hammerstein 模型

式(5)中的线性系统 $\mathbf{P}_{22}(q)$ 可用由极点构造的正交基函数^[14] $\{B_l(q)\}_{l=0}^{p-1}$ 表示为

$$\mathbf{P}_{22}(q) = \sum_{l=0}^{p-1} \mathbf{b}_l B_l(q) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{P}_{22}(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}(Q)$, Q 为单位圆^[7]; $\mathbf{b}_l \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为未知矩阵参数。

图 2 所示系统的输入输出关系^[7] 为

$$\lambda_k = \sum_{l=0}^{p-1} \sum_{i=1}^r \mathbf{b}_l \mathbf{a}_i B_l(q) \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\eta}_k \quad (9)$$

式中: $\lambda_k \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 和 $\boldsymbol{\eta}_k \in \mathbf{R}^n$ 分别为第 k 时刻该系统的输出,输入和测量噪声向量。

式(5)中的线性系统 \mathbf{P}_{21} 可用由极点构造的正交基函数^[14] $\{B_l(q)\}_{l=0}^{p-1}$ 表示为

$$\mathbf{P}_{21}(q) = \sum_{l=0}^{p-1} \mathbf{d}_l B_l(q) \quad (10)$$

将式(9,10)代入式(5),得

$$\mathbf{x}_k = \left[\sum_{l=0}^{p-1} \mathbf{d}_l B_l(q) \right] \mathbf{u}_k + \sum_{l=0}^{p-1} \sum_{i=1}^r \mathbf{b}_i \mathbf{a}_i B_l(q) \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\eta}_k \quad (11)$$

定义

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &\triangleq [\mathbf{d}_0, \dots, \mathbf{d}_{p-1}, \mathbf{b}_0 \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{b}_0 \mathbf{a}_r, \dots, \mathbf{b}_{p-1} \mathbf{a}_1, \dots, \\ &\quad \mathbf{b}_{p-1} \mathbf{a}_r]^\top \\ \boldsymbol{\varphi}_k &\triangleq [B_0(q) \mathbf{u}_k^\top, \dots, B_{p-1}(q) \mathbf{u}_k^\top, B_0(q) \mathbf{g}_1^\top(\mathbf{x}_k), \dots, \\ &\quad B_0(q) \mathbf{g}_r^\top(\mathbf{x}_k), \dots, B_{p-1}(q) \mathbf{g}_1^\top(\mathbf{x}_k), \dots, \\ &\quad B_{p-1}(q) \mathbf{g}_r^\top(\mathbf{x}_k)]^\top \end{aligned} \quad (12)$$

式中: \top 为矩阵或向量转置。

用非线性系统的仿真数据 $\{\mathbf{u}_k, \mathbf{x}_k\}_{k=1}^N$, 定义矩阵 $\mathbf{X}_N \triangleq [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]^\top$, $\boldsymbol{\Gamma}_N \triangleq [\boldsymbol{\eta}_1, \dots, \boldsymbol{\eta}_N]^\top$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_N \triangleq [\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N]$ 得

$$\mathbf{X}_N = \boldsymbol{\Phi}_N^\top \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\Gamma}_N \quad (13)$$

用最小二乘法计算式(13), 得参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 。由上述参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的定义, 知 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的前 p 个参数是系统线性部分 \mathbf{P}_{21} 的系数; $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的其余参数是非线性部分 $\mathbf{P}_{22} f(\cdot)$ 的系数。由于非线性算子 $f(\cdot)$ 和线性系统 \mathbf{P}_{22} 的参数耦合, 为了得到唯一的参数, 不妨将参数 \mathbf{a}_i 归一化即 $\|\mathbf{a}_i\|_2 = 1$, 就可得参数 \mathbf{b}_l ($l = 0, \dots, p-1$) 和 \mathbf{a}_i ($i = 1, \dots, r$) 的估计^[7]。

2 条件逆谱法

由式(7)得

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i \mathbf{g}_i(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i \mathbf{y}_i(t) \quad (14)$$

式中: $\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{g}_i(\mathbf{x}(t))$ 为非线性部分的基函数^[7-8]。

式(1)在频域中可表示^[15]为

$$\mathbf{B}(\omega) \mathbf{X}(\omega) + \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i \mathbf{Y}_i(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{B}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}$ 为线性动态刚度矩阵; $\mathbf{X}(\omega)$, $\mathbf{Y}_i(\omega)$ 和 $\mathbf{H}(\omega)$ 分别为 $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}_i(t)$ 和 $\mathbf{F}\mathbf{u}(t)$ 的傅里叶变换。以 $\mathbf{H}(\omega)$ 为输出, $\mathbf{X}(\omega)$ 和 $\mathbf{Y}_i(\omega)$ ($i = 1, \dots, r$) 为输入构造新系统如图3所示, 该模型为逆向谱模型^[15-16]。

2.1 系统线性部分极点的估计

条件逆谱法的本质是将系统线性和非线性部分的响应分离, 即在频域中建立线性无关的响应分量^[15]。响应输出 $\mathbf{x}(t)$ 的谱 $\mathbf{X}(\omega)$ 可分解出与非线性部分第1个基函数 $\mathbf{y}_1(t)$ 相关的分量 $\mathbf{X}_{(+1)} = \mathbf{L}_{1X} \mathbf{Y}_1$ 。谱分量 $\mathbf{X}_{(-1,r)}$ 与所有非线性部分的基函数

线性无关^[15], 为

$$\mathbf{X}_{(-1,r)} = \mathbf{X} - \sum_{i=1}^r \mathbf{X}_{(+i)} = \mathbf{X} - \sum_{i=1}^r \mathbf{L}_{iX} \mathbf{Y}_{i(-1,i-1)} \quad (16)$$

式中: 括号外的 i 是指第 i 个基函数的谱分量; $(-1:i-1)$ 是指该谱分量与第1到第 $i-1$ 个基函数的谱分量无关。

输入之间相互线性无关的逆向谱模型^[14]如图4所示, 其可代替图3所示的模型。图4给出了 $\mathbf{X}_{(-1,r)}$ 和 $\mathbf{H}_{(-1,r)}$ 的关系, 为

$$\mathbf{H}_{(-1,r)}(\omega) = \mathbf{B}(\omega) \mathbf{X}_{(-1,r)}(\omega) \quad (17)$$

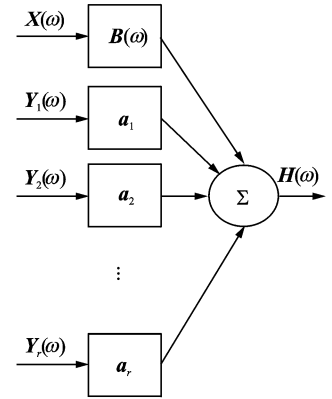


图3 逆向谱模型

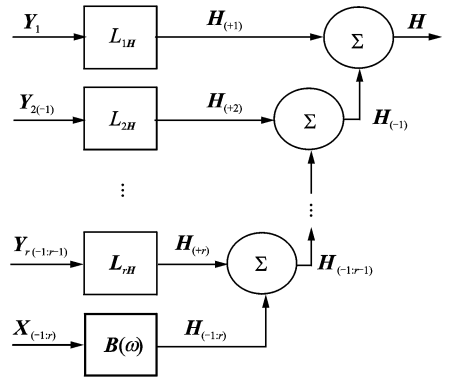


图4 输入相互线性无关的逆向谱模型

将式(17)转置, 左乘 \mathbf{X}^* ($*$ 为复数共轭), 取期望 $E[\cdot]$, 并乘以标量 $2/T$ 得^[15]

$$\mathbf{G}_{XH(-1,r)} = \mathbf{G}_{XX(-1,r)} \mathbf{B}^\top \quad (18)$$

式中: $\mathbf{G}_{XH(-1,r)}$ 和 $\mathbf{G}_{XX(-1,r)}$ 为条件功率谱密度矩阵^[15-16]。由式(18)可得该系统线性部分的频响函数^[15] \mathbf{S} , 为

$$\mathbf{S}^\top = \mathbf{G}_{XH(-1,r)}^{-1} \mathbf{G}_{XX(-1,r)} \quad (19)$$

由式(19)得系统线性部分的频响函数, 然后用模态识别方法^[17], 计算得该系统线性部分的极点信息, 用其构造第1节所需的正交基函数^[14]

$\{B_i(q)\}_{i=0}^{p-1}$ 。

2.2 相干函数

对于线性系统,常相干函数能够评估辨识所得传递函数的质量^[15]。然而,对输入相关的多输入系统来说,输入和输出之间的常相干函数的和可能大于 1。用累积相干函数^[15]代替常相干函数,为

$$\gamma_i^2(\omega) = \gamma_{X_i, H(-1; r)}^2(\omega) + \gamma_{YH}^2(\omega) = \gamma_{X_i, H(-1; r)}^2(\omega) + \sum_{k=1}^r \gamma_{kH(-1; k-1)}^2(\omega) \quad (20)$$

式中: $\gamma_{X_i, H(-1; r)}^2(\omega)$ 为 $X_{(-1; r)}$ 的第 i 个分量与激励 H 之间的常相干函数,是线性响应谱的第 i 个分量的贡献^[15],为

$$\gamma_{X_i, H(-1; r)}^2(\omega) = \frac{|\mathbf{G}_{X_i, H(-1; r)}|^2}{\mathbf{G}_{X_i, X_i(-1; r)} \mathbf{G}_{HH}} \quad (21)$$

式中: $\gamma_{kH(-1; k-1)}^2(\omega)$ 为条件谱 $Y_{k(-1; k-1)}$ 与激励 H 之间的常相干函数^[15],为

$$\gamma_{kH(-1; k-1)}^2(\omega) = \frac{|\mathbf{G}_{kH(-1; k-1)}|^2}{\mathbf{G}_{kk(-1; k-1)} \mathbf{G}_{HH}} \quad (22)$$

和 $\sum_{k=1}^r \gamma_{kH(-1; k-1)}^2(\omega)$ 为非线性部分的贡献。

累积相干函数取值为 0 到 1,是模型准确性的度量,并且其可以作为非线性部分基函数的选取准则。

3 数值算例

俯仰方向含刚度五次非线性的二元翼段模型(设来流速度为 6 m/s,其余的模型参数^[9]见表 1),该模型的输入为后缘控制面偏转角 β ,是均值为 0、标准差为 10 的高斯白噪声;输出为俯仰角 α 。采用经典的四阶龙格-库塔算法计算该模型前 50 s 的响应,时间步长为 0.001 s。

表 1 二元翼段的模型参数

参数	值	参数	值
a	-0.6	b/m	0.135
m/kg	12.387	x_a	0.246 6
$I_a/(kg \cdot m^2)$	0.065	$c_h/(kg \cdot s^{-1})$	27.43
$c_a/$ ($kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$)	0.180	$k_h/(N \cdot m^{-1})$	2 844.2
$k_a/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	2.82	$k_a^5/$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	70
c_{la}	6.28	$c_{\beta\beta}$	3.358
c_{ma}	-0.628	$c_{m\beta}$	-0.635

由于高斯白噪声包含各种频率成分,设计一个滤波器保留感兴趣的频率成分。保留数值计算的

全部数据,由数值计算的步长知,采样频率为 1 000 Hz,奈奎斯特频率为 500 Hz。设计一个 Butterworth 低通滤波器^[18],该滤波器的通带转角频率为 400 Hz,阻带转角频率为 450 Hz,通带波动为 3 dB,阻带波动为 60 dB。

用上述设计的滤波器对系统的输入输出数据进行滤波,并用 Welch 法计算输入输出的自功率谱和互功率谱矩阵。为了避免功率泄露,计算时加了 Blackman 窗。计算常相干函数 γ_0^2 如图 5 中细实线所示,可发现频率大于 18 Hz,常相干函数几乎完全等于 1,而在 0~18 Hz 的范围内,常相干函数有两个明显的波谷,从而说明了该系统是非线性的。首先,用累积相干函数选择系统非线性部分的基函数。基函数可以为多项式、样条函数、径向函数等^[7-8]。本算例以多项式函数为非线性部分的基函数为 $y_i = \alpha^{i+1}$,其中 $i=1, 2, 3, \dots$ (注: $i=0$ 时系统是线性的)。用式(20)计算累积相干函数 γ_i^2 为

$$\gamma_i^2 = \gamma_{\alpha^i(-1; i)}^2(\omega) + \sum_{k=1}^i \gamma_{k\beta(-1; k-1)}^2(\omega) \quad (23)$$

图 5 依次给出了累积相干函数 $\gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3^2$ 和 γ_4^2 。图 5 中累积相干函数 γ_1^2, γ_2^2 和 γ_3^2 在 0~18 Hz 内明显小于 1,其选定的多项式基函数的最高阶次小于 5,由累积相干函数知其均不能准确建立该系统的数学模型;累积相干函数 γ_4^2 在图示频率范围内几乎完全等于 1,说明选定的基函数 $y_i = \alpha^{i+1}$ ($i=1, 2, 3, 4$) 能够准确描述该非线性系统。

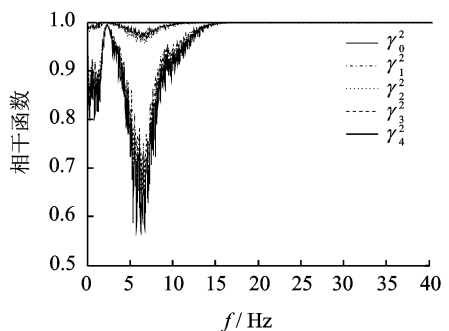


图 5 常相干函数 γ_0^2 与累积相干函数 $\gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3^2$ 和 γ_4^2

上述过程是按多项式基函数的阶次逐渐增加选取的,有可能选择了对系统描述没有贡献的基函数。下面以累积相干函数为准则,选择有效的基函数,去除对系统描述没有影响的基函数,进而减少待辨识参数的数目。对比图 5 中累积相干函数 γ_3^2 和 γ_4^2 可以发现,基函数 $y_4 = \alpha^5$ 对待辨识模型精度有重要影响。因此,首先选定基函数 $y_4 = \alpha^5$,然后

与其余的基函数 $y_i = \alpha^{i+1}$ ($i = 1, 2, 3$) 的组合 C_3^k ($k=0, 1, 2$) 一起, 计算累积相干函数。经过计算发现, 基函数只取 $y_4 = \alpha^5$ 时, 待辨识模型满足精度要求, 其累积相干函数 γ^2 如图 6 所示。可以发现, 除了在固有频率附近外, 它几乎完全等于 1。这表明系统非线性部分的基函数只取 $y_4 = \alpha^5$, 即系统非线性部分仅需要辨识参数 a_4 。为了与第 1 节中公式推导一致, 在下文中记 $g_1(\alpha) = \alpha^5$ 即需要辨识参数 a_1 。

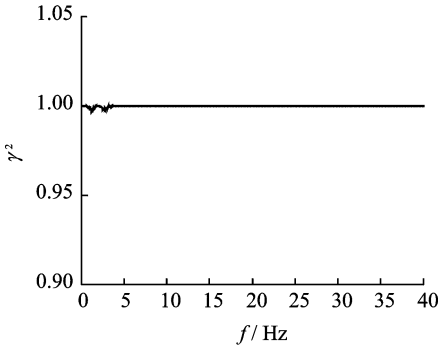


图 6 累积相干函数 γ^2

如果不用累积相干函数选择非线性部分的基函数, 则需预先给定所用的基函数。以本数值算例为例, 若预先给定的多项式基函数最高阶次小于 5, 由累积相干函数知其不能准确建立该系统数学模型; 若预先给定的多项式基函数最高阶次大于 5, 虽然其能够准确建立该系统的数学模型, 但由于存在冗余基函数, 增多了待辨识参数, 增加了计算量, 降低了计算效率。

用第 2 节介绍的条件逆谱法, 计算该系统线性部分的频响函数 S , 重复 10 次数值仿真计算过程, 求其均值。图 7 给出了辨识所得系统线性部分频响函数与系统真实线性部分频响函数, 对比可以发现, 辨识所得频响函数(虚线)与系统真实的线性部分频响函数(实线)在图示频率范围内几乎完全重合。

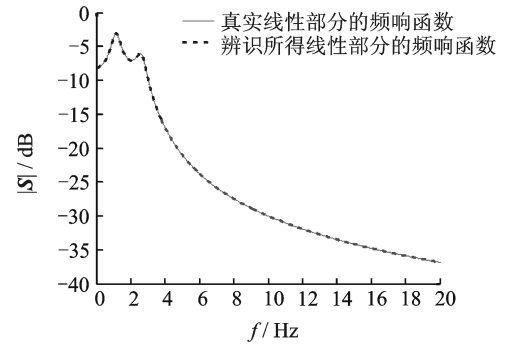
用模态识别方法^[17]从图 7 所示的频响函数中获得该系统线性部分的极点, 以及用这些极点信息构造的正交基函数^[14]分别为

$$\begin{aligned} \mu_{1,2} &= 0.9981 \pm 0.01653 \\ \mu_{3,4} &= 0.9985 \pm 0.007155 \end{aligned} \quad (24)$$

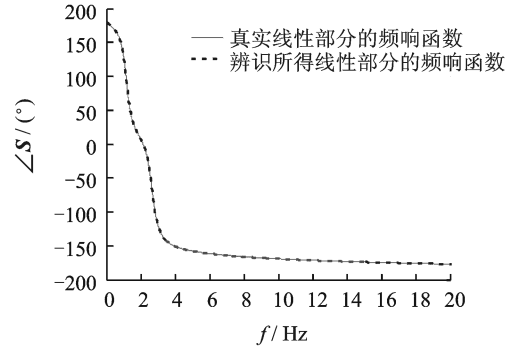
$$B_0(q) = \frac{0.00139}{q^2 - 1.996q + 0.9965}$$

$$B_1(q) = \frac{0.08346q - 0.08345}{q^2 - 1.996q + 0.9965}$$

$$B_2(q) = \frac{0.0005692q^2 - 0.00114q + 0.0005712}{q^4 - 3.993q^3 + 5.98q^2 - 3.98q + 0.9935}$$



(a) 幅值



(b) 相位

图 7 系统真实线性部分和辨识所得线性部分的频响函数

$$B_3(q) = \frac{0.0777q^3 - 0.2333q^2 + 0.2336q - 0.07797}{q^4 - 3.993q^3 + 5.98q^2 - 3.98q + 0.9935} \quad (25)$$

用第 1 节介绍的辨识算法计算得该系统的模型参数 a_l, b_l 和 d_l ($l=0, \dots, 3$)。参数 a_l 的估计 \hat{a}_l 为 $\hat{a}_1 = 1$; 参数 d_l 的估计 \hat{d}_l 分别为 $\hat{d}_0 = 7.5747 \times 10^{-3}$, $\hat{d}_1 = 5.0192 \times 10^{-3}$, $\hat{d}_2 = -1.7970 \times 10^{-2}$, $\hat{d}_3 = -5.3725 \times 10^{-3}$ 。参数 b_l 的估计 \hat{b}_l 的系数分别 $\hat{b}_0 = -0.3653$, $\hat{b}_1 = 0.3041$, $\hat{b}_2 = -1.8032$, $\hat{b}_3 = -0.3442$ 。辨识所得的五次非线性算子如图 8 所示。图 9 中实线与虚线分别为输入是高斯白噪声时, 系统真实的线性部分与辨识得到的线性部分的输出, 对比发现两者基本完全重合。图 10 中实线和虚线分别为输入是高斯白噪声时, 非线性系统与辨识得到的非线性模型的输出, 对比发现两者几乎完全重合。用幅值为 1, 周期为 1 的正弦信号作为输入, 验证辨识所得的非线性模型的有效性, 如图 11, 12 所示。图 9, 11 所示的系统真实的线性部分与辨识所得的线性部分输出完全重合, 表明了本文提出的方法能够准确地辨识出系统线性部分的模型。图 10, 12 所示的非线性系统和辨识所得非线性模型的输出几乎完

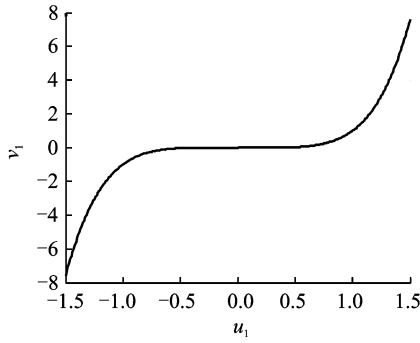


图 8 辨识的五次非线性 $v_1 = u_1^5$

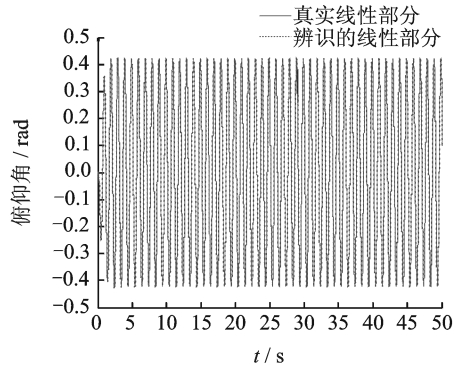


图 11 输入为正弦信号,系统真实线性部分和辨识的线性部分的输出

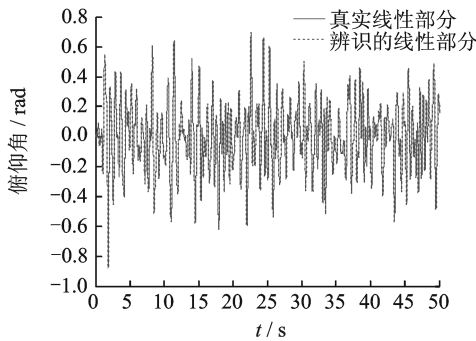


图 9 输入为高斯白噪声,系统真实线性部分和辨识的线性部分的输出

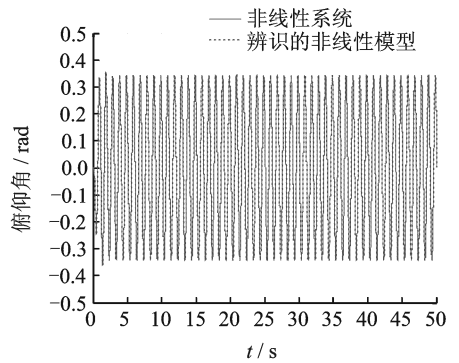


图 12 输入为正弦信号,非线性系统和辨识的非线性模型的输出

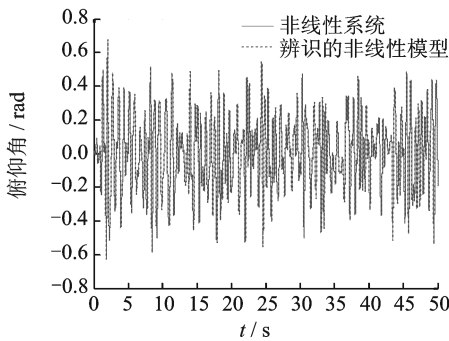


图 10 输入为高斯白噪声,非线性系统和辨识的非线性模型的输出

迭代辨识算法,能够准确有效地辨识得到系统线性和非线性部分的数学模型。推广了 Hammerstein 模型在非线性气动弹性系统辨识领域中的应用。

(3)本文提出的非迭代辨识算法,完全基于非线性系统的输入输出数据,不需要在工程分析软件中建立系统线性部分的模型。在工程分析软件中建立系统线性模型需要已知模型的测量数据并对建立的模型进行修正等需消耗大量的人力和物力,且有些数据非常难以测量。

参考文献:

[1] Dowell E H, Edwards J, Strganac T. Nonlinear aeroelasticity[J]. Journal of Aircraft, 2003, 40(5): 857-874.

[2] Lind R, Prazenica R J, Brenner M J. Estimating nonlinearity using volterra kernels in feedback with linear models[R]. AIAA-2003-1406, 2003.

[3] Prazenica R J, Reisenhelt P H, Kurdia A J, et al. Volterra kernel extrapolation for modeling nonlinear aeroelastic systems at novel flight conditions [J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(1): 149-162.

[4] Ashraf Omran, Brett Newman. Piecewise global vol-

全重合,表明了本文提出的方法能够准确地辨识出该系统的非线性模型。综上所述,本文第 1 节提出的辨识方法能够准确有效地辨识得到系统线性和非线性部分的数学模型。

4 结 论

(1)以累计相干函数为准则,可以有效选择非线性部分的基函数,减少待辨识参数的数目;并且它还可以用于度量待辨识模型的准确性。

(2)本文提出的基于 Hammerstein 模型的非

- terra nonlinear modeling and characterization for aircraft dynamics [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(3): 749-759.
- [5] Kukreja S L, Brenner M J. Nonlinear aeroelastic system identification with application to experimental data[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(2): 374-381.
- [6] Kukreja S L, Brenner M J. Nonlinear black-box modeling of aeroelastic systems using structure detection approach: application to F/A-18 aircraft data [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(2): 557-564.
- [7] Baldelli D H, Lind R, Brenner M. Nonlinear aeroelastic / aeroservoelastic modeling by block oriented identification[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(5):1056-1064.
- [8] Zeng J, Baldelli D H, Brenner M. Novel nonlinear Hammerstein model identification: application to nonlinear aeroelastic/aeroservoelastic system [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(6):1677-1686.
- [9] Baldelli D H, Zeng J, Lind R, et al. Flutter prediction tool for flight test based aeroelastic parameter varying models[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(1):158-171.
- [10] 戴玉婷, 吴志刚, 杨超. 不确定性气动弹性系统辨识及鲁棒极限环分析[J]. *中国科学:技术科学*, 2011, 41(8):1070-1077.
Dai Yuting, Wu Zhigang, Yang Chao. Identification and robust limit-cycle-oscillation analysis of uncertain aeroelastic system[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2011, 41(8):1070-1077.
- [11] 李治涛, 韩景龙. Hammerstein 模型辨识非线性气动弹性系统[C]//第十二届全国空气弹性学术交流会会议论文集. 北京:中国科学院力学研究所, 2011: 127-132.
Li Zhitao, Han Jinglong. Identification of nonlinear aeroelastic systems by Hammerstein model [C]//12th National Academic Exchange Conference on Aeroelasticity. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2011:127-132.
- [12] Falck T, Suykens J A K, Schoukens J, et al. Nuclear norm regularization for overparametrized Hammerstein systems[C]//49th IEEE Conference on Decision and Control. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2010:7202-7207.
- [13] Toth R, Heuberger P S C, Vandenhof P M J. Discretisation of linear parameter varying state space representations[J]. *IET Control Theory Appl*, 2010, 4(10): 2082-2096.
- [14] Ninness B, Gustafsson F. A unifying construction of orthonormal bases for system identification[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(4): 515-521.
- [15] Kerschen G, Lenaerts V, Golinval J C. Identification of a continuous structure with a geometrical nonlinearity. Part I: Conditioned reverse path method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262(4): 889-906.
- [16] Richards C M, Singh R. Identification of multi-degree-of-freedom nonlinear systems under random excitations by the "reverse path" spectral method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 213(4): 673-708.
- [17] 王济, 胡晓. MATLAB 在振动信号处理中的应用 [M]. 北京:中国水利水电出版社, 2006:160-201.
Wang Ji, Hu Xiao. MATLAB in the vibration signal processing application [M]. Beijing: China Water Power Press, 2006, 160-201.
- [18] The MathWorks Inc. Signal processing toolbox user's guide, release 6. 12 [M]. USA: The MathWorks Inc, 2009.